

АДАПТИВНАЯ И ИНТЕГРАЛЬНАЯ ОПТИКА

УДК 621.396.965.8

Г.Л. Дегтярев, А.В. Маханько, С.М. Чернявский, А.С. Чернявский

Итерационный метод восстановления волнового фронта по адаптивно формируемым изображениям произвольного протяженного источника

Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева

Поступила в редакцию 26.06.2003 г.

Предлагается итерационный метод восстановления фазы волны на выходном зрачке оптической системы по распределению интенсивности в изображениях неизвестного протяженного некогерентного источника в нескольких плоскостях, параллельных фокальной плоскости. Предполагается, что на каждой итерации осуществляется компенсация фазы на величину, получаемую в соответствии с методом.

Введение

Задача восстановления фазы поля перед линзой по амплитуде поля и интенсивностям в нескольких плоскостях, параллельных фокальной плоскости, исследовалась многими авторами [1]. Ее решение сводится к решению уравнения

$$F[GG_0(z)] = g(x,y,z), |g(x,y,z)|^2 = I(x,y,z), \quad (1)$$

где

$$G(\xi,\eta) = A(\xi,\eta)e^{i2\pi\Phi(\xi,\eta)}$$

— волновая функция поля перед линзой с известной амплитудой $A(\xi,\eta)$, $(\xi,\eta) \in \Omega$ — область линзы, и неизвестной функцией aberrаций Φ волнового фронта (ВФ); F — символ двумерного преобразования Фурье по переменным (ξ,η) ; z — осевая координата плоскости регистрации изображения, отсчитываемая от фокальной плоскости линзы и $G_0 = e^{-iz(\xi^2+\eta^2)/2}$ — фазовый множитель от расфокусировки. Функция $I(x,y,z)$ — известная интенсивность в области ω плоскости регистрации z_s , $s = \overline{1,S}$.

С позиции теории знание амплитуды A является излишним. Волновая функция G может быть восстановлена по изображению в объеме, содержащем фокальную плоскость [2]. С практической точки зрения этот теоретический результат важен тем, что позволяет на основе решения волновой задачи для уравнения (1) искать пути создания конструктивно простых датчиков ВФ.

Численные эксперименты восстановления функции aberrаций Φ по волновой функции G , найденной из уравнения (1) по зашумленной интенсивности в ограниченной области ω , показывают, что найденная функция Φ может существенно

отличаться от «реальной» функции aberrаций этого эксперимента.

В адаптивной оптической системе (АОС), предназначеннной для компенсации aberrаций ВФ, имеется возможность итерационного восстановления ВФ из решения фазовой задачи для уравнения (1) [3]. Найденная функция Φ из решения фазовой задачи принимается за оценку функции Φ , на величину которой осуществляется коррекция ВФ. Затем осуществляется новое измерение амплитуды A и интенсивности I и для них решается фазовая задача (1), и осуществляется новая коррекция ВФ и т.д. Назовем этот подход методом восстановления ВФ по адаптивно формируемым изображениям источника.

Возможность применения данного подхода для восстановления ВФ из уравнения (1) только по интенсивности рассматривается в п. 1.

Применительно к астрономическим объектам задача (1) есть задача восстановления ВФ по изображениям точечного источника. При наблюдении произвольного участка неба вероятность найти естественный опорный источник мала [4]. Поэтому активно ведутся исследования [5] по применению лазерных опорных звезд для измерения ВФ. Альтернативным является подход измерения ВФ по изображениям неизвестного протяженного источника. В этом случае вместо уравнения (1) надо рассматривать уравнение свертки

$$h(x,y,z) * I_0(x,y) = I(x,y,z), h = |g|^2, z = z_s, \quad (2)$$

где I_0 — неизвестное распределение интенсивности по источнику. Предполагается, что источник находится в изопланатической области оптической системы.

Традиционный путь исключения I_0 из уравнения (2) состоит в образовании в частотной области равенств

$$\frac{H(\xi, \eta, z_s)}{H(\xi, \eta, z_1)} = \frac{J(\xi, \eta, z_s)}{J(\xi, \eta, z_1)}, \quad s = \overline{2, S}, \quad (3)$$

где H и J являются обратными двумерными преобразованиями Фурье функций h и I по переменным x, y .

Равенства (3) выполняют роль равенств (1) в задаче восстановления ВФ по изображениям. Переход от (2) к (3) возможен, когда изображения источника известны полностью. Реально это требование не выполняется, и потому возникает проблема продолжения изображения вне области его регистрации при неизвестных I_0 и h . В п. 2 рассматривается метод восстановления ВФ по аддитивно формируемым изображениям на основе решения уравнений (2).

1. Восстановление ВФ по аддитивно формируемым изображениям точечного источника

Задачу нахождения волновой функции G из уравнения (1) будем рассматривать в геометрической трактовке как задачу нахождения общей точки заданных множеств в гильбертовом пространстве. В качестве гильбертова пространства H возьмем множество комплекснозначных функций $g(x, y, z)$, заданных на прямом произведении $Oxy \times \{z_1, \dots, z_s\}$ с суммируемым квадратом по переменным x, y и нормой

$$\|g\|^2 = \sum_{s=1}^S \|g(z_s)\|^2 = \sum_{s=1}^S \int_{-\infty}^{+\infty} \int |g(x, y, z_s)|^2 dx dy.$$

В этом пространстве введем два множества

$$V_1 = \{g : g = F[GG_0(z)], \text{ supp } G = \Omega\}$$

и

$$\begin{aligned} V_2 &= \\ &= \{g : |g(x, y, z_s)| = a_2(x, y, z_s) = I^{1/2}(x, y, z_s); (x, y) \in \omega\}, \\ &\quad s = \overline{1, S}. \end{aligned}$$

Между функцией $g \in V_1$ и G имеет место непрерывное взаимно однозначное соответствие

$$G = F^{-1}[g(z)]G_0^*(z),$$

где «*» — символ комплексного сопряжения. Поэтому волновую задачу можно сформулировать так: найти функцию

$$g \in V_0 = V_1 V_2. \quad (4)$$

Ограничение вида V_1 впервые ввел Файнап [6] в задаче восстановления источника по его носителю и амплитуде его Фурье-спектра.

Любая точка в (4) связана с точкой минимума функционала сближения

$$J(g, g_1, g_2) = \alpha_1 \|g - g_1\|^2 + \alpha_2 \|g - g_2\|^2, \quad (5)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad \alpha_1, \alpha_2 > 0.$$

Минимум функционала достигается при $g_1 = g_2 = g \in V_0$, поэтому функции, доставляющие минимум функционалу (5), определяют волновую функцию G задачи (1).

Если минимизацию функционала (5) вести методом покоординатного спуска сначала по g_1 и g_2 , а затем по g , то придем к итерационному алгоритму [7]:

$$g_{10} \in V_1, \quad g_{20} \in V_2, \quad g_0 = \alpha_1 g_{10} + \alpha_2 g_{20},$$

$$g_{1n+1} = P_1 g_n, \quad g_{2n+1} = P_2 g_n, \quad (6)$$

$$g_{n+1} = g_n + \lambda (\alpha_1 g_{1n+1} + \alpha_2 g_{2n+1} - g_n), \quad 0 < \lambda < 2.$$

Здесь P_1 и P_2 — проекционные операторы на множества V_1 и V_2 , определяемые условием

$$\|g - P_k g\| = \inf_{g_k \in V_k} \|g - g_k\|, \quad k = 1, 2.$$

Так как

$$\begin{aligned} \|g - g_1\|^2 &= \sum_{s=1}^S \|g(z_s) - g_1(z_s)\|^2 = \\ &= \sum_{s=1}^S \|F^{-1}g(z_s) - GG_0(z_s)\|^2 = \sum_{s=1}^S \|G_0^*(z_s)F^{-1}g(z_s) - G\|^2, \end{aligned}$$

то

$$g_{1n+1} = P_1 g_n = F^{-1}[GG_0(z)],$$

где

$$G = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S G_0^*(z_s) F^{-1} g_n(z_s)$$

на Ω и $G = 0$ вне Ω .

Приближение

$$\begin{aligned} g_{2n+1} &= P_2 g_n = \\ &= \begin{cases} a_2(x, y, z) g_n(x, y, z) / |g_n(x, y, z)| \\ \quad \text{при } g_n(x, y, z) \neq 0, (x, y) \in \omega, \\ g_{2n}(x, y, z) \\ \quad \text{при } g_n(x, y, z) = 0, (x, y) \in \omega, \\ g_n(x, y, z) \\ \quad \text{при } (x, y) \notin \omega. \end{cases} \end{aligned}$$

Если функционал сближения взять в виде

$$J_1(g_1, g_2) = \|g_1 - g_2\|,$$

то его минимум достигается при $g_1 = g_2 \in V_0$.

Метод покоординатного спуска сначала по g_1 , а затем по g_2 приводит к алгоритму Гершберга—Закстона:

$$\begin{aligned} g_{10} &\in V_1, \quad g_{20} \in V_2, \\ g_{2n+1} &= g_{2n} + \lambda_2 (P_2 g_{1n} - g_{2n}), \\ g_{1n+1} &= g_{1n} + \lambda_1 (P_1 g_{2n+1} - g_{1n}), \quad \lambda_1, \lambda_2 \in (0, 2). \end{aligned} \quad (7)$$

2. Численное моделирование

Фаза неизвестного поля задавалась отрезком ряда по полиномам Цернике [8]:

$$2\pi\Phi = 2\pi \sum R_n^m(\rho) [A_n^m \cos(m\theta) + B_n^m \sin(m\theta)], \quad (8)$$

в котором учитывались моды: наклон (A_1^1, B_1^1), кома ($A_3^1, B_3^1, A_3^3, B_3^3$), расфокусировка и сферическая aberrация (A_2^0, A_4^0), астигматизм ($A_2^2, B_2^2, A_4^2, B_4^2$); (ρ, θ) — полярные координаты апертуры пучка, ρ — полярный радиус, отнесенный к радиусу пучка. Значения мод моделировались датчиком нормальных случайных чисел и ограничивались по модулю величиной α . Амплитуда неизвестного поля моделировалась функцией $A = Ce^{-\rho^2/2}$, где C — нормирующий коэффициент, при котором интеграл от квадрата амплитуды равен единице.

Положение плоскостей регистрации интенсивности задавалось осевой координатой z с диапазоном ее изменения $|z| < 8$. В этом диапазоне расфокусировка при отсутствии других aberrаций не разрушает существенно изображения точечного источника [8]. Интенсивность, соответствующая выбранной функции G , вычислялась по формуле (1) иискажалась аддитивным шумом с заданной дисперсией σ^2 .

Геометрия апертуры пучка и интенсивность в изображениях порождают два множества V_1 , V_2 и их пересечение V_0 . Для нахождения точки $g \in V_0$ использовался смешанный алгоритм: половина итераций осуществлялась (20–30 итераций) по алгоритму (6) с начальным приближением $g_{10} = F[GG_0(z)]$,

$$G = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad \text{и} \quad g_{20} = a_2(x, y, z) \quad \text{на } \omega \quad \text{и} \quad g_{20} = g_{10} \quad \text{вне } \omega.$$

Вторая половина итераций продолжалась по алгоритму (7). Смешанный алгоритм лучше приближал к минимуму нормы $\|g_1 - g_2\|$, чем каждый из алгоритмов (6), (7) при том же суммарном числе итераций. Точка g_1 , полученная на последней итерации смешанного алгоритма, принималась за оценку точки из V_0 . Из фазы функции G_1 , соответствующей функции g_1 , выделялись составляющие, которые входят в (8).

Затем фаза (8) корректировалась на величину выделенных составляющих из фазы G_1 (частичная коррекция). По скорректированной фазе (8) вы-

числялась интенсивность в соответствии с (1). Новая интенсивность искажалась аддитивным шумом с той же дисперсией σ^2 . Новая интенсивность определяла множество V_2 . С помощью смешанного алгоритма, состоящего из алгоритмов (6), (7), определялась новая оценка $g_1 \in V_0$ и т.д.

Качество компенсации мод характеризовалось максимумом интенсивности $\max I = \max_{x,y,z} I(x, y, z)$ во всех плоскостях. Описанный метод восстановления и компенсации ВФ в АОС походит на метод экстремальной настройки АОС по функционалу качества изображения. Различие в том, что моды находятся по распределениям интенсивности в изображениях источника в различных плоскостях $z = z_s$, $s = \overline{1, S}$.

Рассмотрим пример восстановления ВФ по изображениям точечного источника в трех плоскостях $z = 0; -5; 5$ и параметрам $\alpha = 0,2$; $\sigma = 0,06$. Начальные значения четных и нечетных мод и их значения в процессе их частичной коррекции представлены ниже.

Нечетные моды (наклон и комы) — шесть мод

$$\begin{array}{ccccccc} -0,0865 & -0,2000 & 0,0251 & 0,0575 & -0,2000 & 0,2000 \\ -0,0435 & 0,0011 & -0,0069 & -0,0350 & -0,0274 & 0,1017 \\ -0,0143 & -0,0147 & -0,0103 & -0,0043 & -0,0459 & -0,0055 \\ -0,0059 & -0,0075 & 0,0121 & 0,0024 & -0,0019 & -0,0050 \end{array}$$

Четные моды (расфокусировка, сферическая aberrация и астигматизм) — шесть мод

$$\begin{array}{ccccccc} 0,2000 & -0,0075 & 0,0655 & 0,0349 & -0,0373 & 0,1452 \\ 0,0709 & 0,0652 & 0,0181 & 0,0764 & -0,0463 & 0,1042 \\ 0,0155 & 0,0356 & -0,0053 & 0,0079 & -0,0325 & -0,0181 \\ 0,0103 & 0,0153 & -0,0135 & -0,0134 & -0,0286 & 0,0113 \end{array}$$

Начальное и измененное в процессе частичной коррекции мод значения $\max I$ соответственно равны: 1,2742; 2,4042; 2,8437; 2,8792. Ниже дан тот же пример с увеличенным шумом: $z = 0; -5; 5$; $\alpha = 0,2$; $\sigma = 0,1$.

Нечетные моды (наклон и комы) — шесть мод

$$\begin{array}{ccccccc} -0,0865 & -0,2000 & 0,0251 & 0,0575 & -0,2000 & 0,2000 \\ -0,0253 & -0,0034 & 0,0061 & -0,0597 & -0,0368 & 0,1915 \\ -0,0037 & -0,0219 & -0,0064 & -0,0637 & 0,0150 & 0,0528 \\ 0,0058 & -0,0012 & -0,0040 & -0,0083 & 0,0142 & 0,0411 \end{array}$$

Четные моды (расфокусировка, сферическая aberrация и астигматизм) — шесть мод

$$\begin{array}{ccccccc} 0,2000 & -0,0075 & 0,0655 & 0,0349 & -0,0373 & 0,1452 \\ 0,0713 & 0,0730 & 0,0437 & 0,0584 & 0,0016 & 0,1121 \\ 0,0126 & 0,0600 & -0,0318 & 0,0022 & 0,0014 & -0,0088 \\ 0,0061 & 0,0070 & 0,0131 & -0,0343 & -0,0375 & -0,0141 \end{array}$$

При этом начальное и измененное в процессе частичной коррекции мод значения $\max I$ соответственно равны: 1,3568; 2,2109; 2,7676; 2,8556.

Тот же пример при отсутствии шума: $z = 0; -5; 5$; $\alpha = 0,2$; $\sigma = 0$ приводит к следующему изменению мод в процессе их коррекции:

Нечетные моды (наклон и комы) – шесть мод

$$\begin{array}{ccccccc} -0,0865 & -0,2000 & 0,0251 & 0,0575 & -0,2000 & 0,2000 \\ -0,0172 & -0,0004 & 0,0082 & -0,0256 & -0,0009 & 0,0082 \\ 0,0001 & -0,0004 & -0,0004 & -0,0003 & 0,0003 & 0,0008 \\ -0,0000 & -0,0000 & -0,0000 & -0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \end{array}$$

Четные моды (расфокусировка, сферическая aberrация и астигматизм) – шесть мод

$$\begin{array}{ccccccc} 0,2000 & -0,0075 & 0,0655 & 0,0349 & -0,0373 & 0,1452 \\ 0,0298 & 0,0187 & 0,0180 & 0,0063 & -0,0262 & -0,0085 \\ 0,0006 & 0,0017 & -0,0011 & 0,0000 & 0,0010 & -0,0001 \\ 0,0001 & 0,0001 & 0,0000 & -0,0000 & -0,0001 & -0,0000 \end{array}$$

Начальное и измененное в процессе частичной коррекции мод значения $\max I$ соответственно равны: 1,2004; 2,8250; 2,8899; 2,8900.

Мы привели примеры распределения начальных мод, которые успешно компенсировались АОС. Такие распределения начальных мод чаще всего встречались при моделировании. Также встречались распределения начальных мод, которые не полностью компенсировались, но всегда заметно увеличивалось значение $\max I$.

3. Восстановление ВФ по аддитивно формируемым изображениям неизвестного протяженного источника

Предлагается равенство (2) рассматривать как уравнение, связывающее три неизвестные $I(x,y,z)$, $I_0(x,y)$ и $g(x,y,z)$. Равенство (2) задает множество

$$V = \left\{ (I, I_0, g) : I(z) = I_0 * |g(z)|^2 \right\}.$$

Измерения и априорные данные о функциях задают еще одно множество

$$V_1 = \left\{ (I, I_0, g) : I = I_{\text{изм}} + n \text{ на } \omega \times \{r_1, \dots, r_S\}, n \in N; \right.$$

$$I_0 \geq 0 \text{ и } \text{supp } I_0 = \omega_0;$$

$$g = F[GG_0(z)], \text{ supp } G = \Omega \},$$

где N – множество, определяющее априорные статистические свойства шума в измерении интенсивности в изображении; ω_0 – область в предметной плоскости, в которой интенсивность источника влияет на изображение в области ω . Задача восстановления ВФ по неполным изображениям неизвестного источника сводится в геометрической трактовке к нахождению точки

$$(I, I_0, g) \in VV_1. \quad (9)$$

Введем в рассмотрение три гильбертовых пространства: пространства действительных функций и комплекснозначных функций, заданных на

$\omega \times \{z_1, \dots, z_S\}$, и действительных функций на $\omega \times \omega$. Все функции с интегрируемым квадратом модуля. На прямом произведении этих пространств определим гильбертово пространство H с нормой

$$\begin{aligned} \| (I, I_0, g) \|^2 &= \sum_{s=1}^S \| I(z_s) \|^2 + \| I_0 \|^2 + \sum_{s=1}^S \| g(z_s) \|^2 = \\ &= \sum_{s=1}^S \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I^2(x, y, z_s) dx dy + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_0^2(x, y) dx dy + \\ &\quad + \sum_{s=1}^S \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |g(x, y, z_s)|^2 dx dy. \end{aligned}$$

Любая точка в (9) связана с точкой минимума функционала сближения

$$J_1(I, I_0, g, I_1, I_{01}, g_1) = \| (I - I_1, I_0 - I_{01}, g - g_1) \|^2,$$

где $(I, I_0, g) \in V$ и $(I_1, I_{01}, g_1) \in V_1$. Минимум функционала достигается при $(I, I_0, g) = (I_1, I_{01}, g_1) \in VV_1$.

Спуск к минимуму функционала J_1 будем вести методом покоординатного спуска по переменным $(I, I_0, g) \in V$, затем по переменным $(I_1, I_{01}, g_1) \in V_1$ и так далее. Пусть задано n -е приближение для точек $(I, I_0, g)_n \in V$ и $(I_1, I_{01}, g_1)_n \in V_1$. Если $(n+1)$ -е приближение из V_1 определить как

$$(I_1, I_{01}, g_1)_{n+1} = P_{V_1}(I, I_0, g)_n,$$

то приближение

$$I_{1,n+1} = \begin{cases} I_{\text{изм}} + n_* & \text{на } \omega \times \{z_1, \dots, z_S\}, \\ I_n & \text{на } \omega \times \{z_1, \dots, z_S\}, \end{cases}$$

где n_* является решением задачи

$$\begin{aligned} \sum_{s=1}^S \| I_n(z_s) - I_{\text{изм}}(z_s) - n_* \|_{\omega}^2 &= \\ = \min_{n \in N} \sum_{s=1}^S \| I_n(z_s) - I_{\text{изм}}(z_s) - n \|_{\omega}^2. \end{aligned}$$

Индекс ω указывает на то, что интегрирование в выражении для нормы по переменным (x, y) ведется по области ω . Приближение

$$I_{01,n+1} = \begin{cases} I_{0n} & \text{в тех точках } \omega_0, \text{ в которых } I_{0n} \geq 0; \\ 0 & \text{в остальных точках}. \end{cases}$$

Приближение $g_{1,n+1}$ определяется с учетом п. 2 равенством

$$g_{1,n+1} = F[GG_0(z)],$$

где

$$G = \begin{cases} 1/S \sum_{s=1}^S G_0^*(z_s) F^{-1} g_n(z_s) \text{ на } \Omega, \\ 0 \text{ вне } \Omega. \end{cases}$$

Теперь рассмотрим $(n+1)$ -е приближение для переменных из множества V . Множество V связывает три функции I , I_0 и g одним нелинейным равенством, поэтому невозможно получить аналитическое выражение для приближения $(I, I_0, g)_{n+1}$. Учитывая это обстоятельство, данное приближение будем искать, исходя из условия спуска функционала сближения:

$$\begin{aligned} J_1[(I, I_0, g)_{n+1}, (I_1, I_{01}, g_1)_{n+1}] &\leq \\ &\leq J_1[(I, I_0, g)_n, (I_1, I_{01}, g_1)_{n+1}]. \end{aligned}$$

С помощью равенства $I = I_0 * |g|^2$ можно исключить в функционале J_1 переменную I :

$$\begin{aligned} J_1 = J_1(I_0, g) &= \sum_{s=1}^S \|I_0 * |g(z_s)|^2 - I_1\|^2 + \|I_0 - I_{01}\|^2 + \\ &+ \sum_{s=1}^S \|g(z_s) - g_1(z_s)\|^2. \end{aligned}$$

От фазы функции $g(z_s)$ зависит только третье слагаемое функционала. Из условия минимума функционала по $\arg g(z_s)$ находим, что $\arg g(z_s) = \arg g_1(z_s)$. Минимизация функционала по переменным (I, I_0, g) из множества V свелась к безусловной минимизации по I_0 и $a(z_s) = |g(z_s)|$ функционала

$$\begin{aligned} J_1(I_0, a) &= \sum_{s=1}^S \|I_0 * a^2(z_s) - I_1\|^2 + \|I_0 - I_{01}\|^2 + \\ &+ \sum_{s=1}^S \|a(z_s) - |g_1(z_s)|\|^2. \quad (10) \end{aligned}$$

От знака переменной $a(z_s)$ зависит только третье слагаемое, минимум которого достигается при $a(z_s) \geq 0$, поэтому ограничение на знак $a(z_s) \geq 0$ можно не учитывать.

Для реализации градиентного спуска функционала (10) по переменным I_0 и a нужно знать выражение для вектора антиградиента по этим переменным. Найдем градиент, исходя из вариации функционала. Вариация функционала (10), соответствующая вариации δI_0 , равна

$$\begin{aligned} \delta J_1(I_0, a) &= \delta \left(\sum_{s=1}^S \|I_0 * a^2(z_s) - I_1(z_s)\|^2 + \|I_0 - I_{01}\|^2 \right) = \\ &= 2 \sum_{s=1}^S [I_0 * a^2(z_s) - I_1(z_s), \delta I_0 * a^2(z_s)] + 2(I_0 - I_{01}, \delta I_0) = \end{aligned}$$

$$= 2 \left(\sum_{s=1}^S [I_0 * a^2(z_s) - I_1(z_s)] \cdot \bar{a}^2(z_s) + I_0 - I_{01}, \delta I_0 \right),$$

где

$$\bar{a}(z_s) = a(-x, -y, z_s).$$

Вариация функционала (10), соответствующая вариации δa , равна

$$\begin{aligned} \delta J_1(I_0, a) &= \\ &= \delta \left(\sum_{s=1}^S \|I_0 * a^2(z_s) - I_1(z_s)\|^2 + \|a(z_s) - |g_1(z_s)|\|^2 \right) = \\ &= 2 \sum_{s=1}^S [I_0 * a^2(z_s) - I_1(z_s), I_0 * 2a(z_s) \delta a(z_s)] + \\ &+ [a(z_s) - |g_1(z_s)|, \delta a(z_s)] = \\ &= 2 \left\{ \sum_{s=1}^S [(I_0 * a^2(z_s) - I_1(z_s)) \cdot \bar{I}_0] 2a(z_s) + \right. \\ &\left. + a(z_s) - |g_1(z_s)|, \delta a(z_s) \right\}, \end{aligned}$$

где $\bar{I}_0(x, y) = I_0(-x, -y)$. Правые части выражений для вариаций $\delta J(I_0, a)$ представляют собой скалярное произведение вариаций переменных I_0 , $a(z_s)$ и функциональных производных функционала сближения по этим переменным. Эти производные, взятые со значением минус, задают антиградиент, в направлении которого из точки $(I_0, a)_n$ можно уменьшить значение функционала сближения.

4. Обсуждение результатов и заключение

Мы описали и продемонстрировали посредством численного моделирования метод, позволяющий вычислять фазовую функцию в плоскости выходного зрачка, исходя лишь из неполных распределений интенсивности в адаптивно формируемый изображениях источника в нескольких параллельных плоскостях.

Изображения в нескольких плоскостях можно отождествить с изображениями в одной плоскости с различными фазовыми модуляциями волны на выходном зрачке. В этом смысле допустимы и другие модуляции. Так, в АОС с датчиком ВФ Шка–Гартмана изображение оптической системы и пятна датчика можно рассматривать как различные изображения точечного источника, соответствующие различным модуляциям волнового поля, поэтому можно воспользоваться предлагаемым методом восстановления фазы на зрачке по указанным распределениям интенсивностей.

1. Воронцов М.А., Корябин А.В., Шмальгаузен В.И. Управляемые оптические системы. М.: Наука, 1988. 268 с.
2. Чернявский С.М. К задаче о восстановлении волнового поля по объемному изображению // Оптика атмосф. и океана. 1996. Т. 9. № 1. С. 85–91.
3. Degtyarev G.L., Makhan'ko A.V., Chernyavskii S.M., Chernyavskii A.C. Iterative algorithms to solve phase retrieval problem by noncoherent source image // Proc. SPIE. 2001. V. 4678. P. 144–153.
4. Бакут П.А., Киракосянц В.Е. Оптимальное оценивание фазового фронта и восстановление изображений при наличии фазовых искажений // Оптика атмосф. и океана. 1998. Т. 11. № 11. С. 1193–1198.
5. Лукин В.П., Фортес Б.В. Адаптивное формирование пучков. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 212 с.
6. Реконструкция изображений: Пер. с англ. / Под ред. Г. Старка. М.: Мир, 1992. 635 с.
7. Chernyavskii S.M. Dimensional method for solving inverse optical problems // Proc. SPIE. 1998. V. 3583. P. 282–287.
8. Борн М., Вольф Э. Основы оптики / Пер. с англ. М.: Наука, 1973. 719 с.

G.L. Degtyarev, A.V. Makhan'ko, S.M. Chernyavskii, A.S. Chernyavskii. Iterative method for wave front reconstruction from adaptively formed images of an arbitrary extended source.

The iterative method of reconstruction of a wave phase on an exit pupil of an optical system, based on allocations of intensity into the images of an unknown extended incoherent source into a number of planes which are parallel to the focal plane, is offered. It is perceived that at each iteration, the phase compensation takes place according to the method.