

И.П. Лукин

Влияние внешнего масштаба атмосферной турбулентности на качество оптического изображения

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 6.10.2004 г.

Оценивается влияние внешнего масштаба атмосферной турбулентности на качество оптического изображения на основе метода моментов, примененного к оптической передаточной функции системы «турбулентная атмосфера — телескоп» при регистрации усредненного изображения некогерентного источника оптического излучения. При этом анализируется поведение интегрального разрешения и трех типов предельных значений пространственных масштабов, разрешимых оптической системой формирования изображения, определяемых соответственно по моментам нулевого, второго, четвертого и шестого порядков. Показано, что влияние внешнего масштаба атмосферной турбулентности на указанные характеристики может сказываться лишь при малых значениях дисперсии флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны. Искажения изображения некогерентного источника излучения, оцениваемые по критериям качества на основе моментов нулевого, второго, четвертого и шестого порядков, в спиральной атмосферной турбулентности меньше, чем в колмогоровской, а влияние внешнего масштаба атмосферной турбулентности практически одинаково в обоих случаях.

Турбулентность является одним из основных факторов, ограничивающих разрешающую способность систем формирования оптического изображения, работающих в атмосфере. В связи с этим предпринимаются многочисленные попытки разработать какие-либо конкретные методы или устройства улучшения качества оптического изображения путем устранения искажений, внесенных турбулентностью атмосферы. Для решения подобной задачи необходимо иметь конкретные критерии оценки качества изображения. Неоднократно отмечалось отсутствие универсального критерия качества изображения [1–4]. Случайные неоднородности среды сложным образом связаны с качеством изображения, но на практике обычно качество изображения стремятся охарактеризовать одним числом [1–6]. Такие одночисловые оценки обладают всеми недостатками одностороннего описания сложного явления. Проблема состоит в том, что одночисловые критерии качества изображения характеризуют только одну какую-нибудь сторону сложного явления формирования изображения.

В рамках подобных представлений в работах [1, 2] проводилось исследование влияния внутреннего масштаба атмосферной турбулентности на оптическую передаточную функцию и интегральное разрешение оптической системы «турбулентная атмосфера — телескоп» для различных методов постдетекторной обработки изображения (регистрация усредненного изображения, методы Лабейри, Нокса — Томпсона и тройной корреляции интенсивности изображения).

В последнее время появился ряд публикаций [3, 4], в которых доказано, что эффективный внеш-

ний масштаб атмосферной турбулентности на вертикальных трассах не столь велик, как это полагалось ранее. Во всяком случае для апертур современных телескопов отношение диаметра апертуры к внешнему масштабу атмосферной турбулентности уже нельзя считать бесконечно малым. Авторы работ [5, 6] показали, что внешний масштаб атмосферной турбулентности является одним из основных параметров, определяющих качество изображения некогерентного оптического источника, наблюдаемого через турбулентную атмосферу.

В данной статье даются оценки влияния внешнего масштаба атмосферной турбулентности на качество оптического изображения на основе метода моментов, примененного к оптической передаточной функции системы «турбулентная атмосфера — телескоп» при регистрации усредненного изображения некогерентного источника оптического излучения. Конкретно анализируется поведение интегрального разрешения и трех типов предельных значений пространственных масштабов, разрешимых оптической системой формирования изображения, определяемых соответственно по моментам нулевого, второго, четвертого и шестого порядков. Рассматривается искажающее влияние не только колмогоровской, как это делается обычно [1–6], но и спиральной турбулентности атмосферы (helical turbulent atmosphere) [7, 8].

Для оценки качества оптического изображения, ухудшенного атмосферной турбулентностью, воспользуемся статическими моментами оптической передаточной функции системы «турбулентная атмосфера — телескоп». Рассмотрим регистрацию усредненного изображения [1, 2]. В этом случае нор-

мированная оптическая передаточная функция системы «турбулентная атмосфера – телескоп» факторизуется [1] и может быть представлена в виде

$$\tau(\mathbf{p}) = \tau_0(\mathbf{p})\tau_{atm}(\mathbf{p}), \quad (1)$$

где

$$\tau_0(\mathbf{p}) = \frac{\int \int d\mathbf{p} K(\mathbf{p})K^*(\mathbf{p} + \mathbf{p})}{\int \int d\mathbf{p} K(\mathbf{p})K^*(\mathbf{p})}$$

– нормированная оптическая передаточная функция приемной оптической системы; $K(\mathbf{p})$ – функция пропускания оптической приемной системы, \mathbf{p} – двумерная поперечная пространственная координата на входной апертуре телескопической системы;

$$\tau_{atm}(\mathbf{p}) = \exp\left[-\frac{1}{2}D(\mathbf{p})\right]$$

– нормированная оптическая передаточная функция турбулентной атмосферы; $D(\mathbf{p})$ – пространственная структурная функция флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны [1, 2]; \mathbf{p} – пространственный масштаб.

Моменты оптической передаточной функции (1) определим следующим образом:

$$m_n = \int \int d\mathbf{p} \mathbf{p}^n \tau(\mathbf{p}), \quad (2)$$

где $n \geq 0$ – целое число. В дальнейшем рассмотрим первые семь моментов: m_0, m_1, \dots, m_6 .

Эти моменты имеют следующий физический смысл. Нулевой момент ($n = 0$) пропорционален интегральному разрешению оптической системы:

$$m_0 = \int \int d\mathbf{p} \tau(\mathbf{p}),$$

т.е.

$$m_0 = \frac{F^2}{k^2} \mathfrak{R},$$

где \mathfrak{R} – интегральное разрешение оптической системы [2]; $k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны оптического излучения в вакууме; F – фокусное расстояние оптической системы. В типичной ситуации оптическая передаточная функция системы «турбулентная атмосфера – телескоп» является четной функцией [1–6], поэтому все нечетные моменты ($2n + 1$) будут равны 0, т.е. в нашем случае $m_1 = m_3 = m_5 = 0$. Четные моменты ($2n$) позволяют определить предельные значения пространственных масштабов, разрешимых оптической системой, по формуле:

$$p_{lim,2n} = 2n \sqrt{\frac{\int \int d\mathbf{p} (\mathbf{p} - \bar{\mathbf{p}})^{2n} \tau(\mathbf{p})}{\int \int d\mathbf{p} \tau(\mathbf{p})}},$$

где

$$\bar{\mathbf{p}} = \int \int d\mathbf{p} \mathbf{p} \tau(\mathbf{p}) = m_1$$

– среднее значение пространственного масштаба. Так как выше принято, что обычно можно считать $m_1 = 0$, то окончательная формула для определения предельных значений пространственных масштабов, разрешимых оптической системой, будет иметь вид:

$$p_{lim,2n} = 2n \sqrt{m_{2n}/m_0}. \quad (3)$$

Сначала рассмотрим моменты оптической передаточной функции телескопической системы в отсутствие турбулентности атмосферы, т.е. при

$$\tau(\mathbf{p}) = \tau_0(\mathbf{p}).$$

Для идеальной аподизированной системы функция пропускания оптической приемной апертуры представима в виде гауссовской функции:

$$\tau_0(\mathbf{p}) = \exp[-p^2/(4R^2)],$$

где R – параметр гауссовской модели, имеющий смысл радиуса приемной апертуры. В этом случае четные моменты m_{2n} (2) принимают следующие значения: $m_0 = 4\pi R^2$, $m_2 = 16\pi R^4$, $m_4 = 128\pi R^6$, $m_6 = 1536\pi R^8$. Отсюда по формуле (3) можно получить

$$p_{lim,2n} = \alpha_{2n} 2R, \quad (4)$$

где

$$\alpha_2 = 1, \quad \alpha_4 = \sqrt[4]{2} \cong 1,1892, \quad \alpha_6 = \sqrt[6]{6} \cong 1,3480.$$

Оказывается, что предельные значения пространственных масштабов, разрешимых оптической системой, для разного типа определения одинаковы с точностью до коэффициента α_{2n} . Надо отметить, что $p_{lim,6} > p_{lim,4} > p_{lim,2}$, причем с повышением номера момента $p_{lim,2n}$ увеличивается только за счет увеличения коэффициента α_{2n} .

Аналогичные результаты получаются и для круглой апертуры с резким краем. При этом нормированная оптическая передаточная функция приемной оптической системы имеет вид:

$$\tau_0(\mathbf{p}) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left[\arccos\left(\frac{p}{2R_f}\right) - \frac{p}{2R_f} \sqrt{1 - \left(\frac{p}{2R_f}\right)^2} \right], & \text{при } p \leq 2R_f, \\ 0, & \text{при } p > 2R_f. \end{cases} \quad (5)$$

Отметим, что радиус круглой апертуры с резким краем R_f связан с параметром модели для гауссовской апертуры R соотношением

$$R_f = \sqrt{2} R.$$

В этих условиях коэффициенты формулы (4) приобретают следующий вид:

$$\alpha_2 = 1, \quad \alpha_4 = \sqrt[4]{5/3} \cong 1,1362, \quad \alpha_6 = \sqrt[6]{7/2} \cong 1,2322.$$

Таким образом, изменение характера пропускания апертуры на ее краю приводит к изменению коэффициентов α_{2n} . Хотя нетрудно заметить, что общий стиль их поведения сохраняется, в частности, возрастание их с ростом номера момента отмечается и в этом случае.

Интересно проанализировать, к чему приводит для этих характеристик появление случайных турбулентных неоднородностей атмосферы по трассе распространения. Рассмотрим на первом этапе турбулентность атмосферы как чисто колмогоровскую, т.е. пусть можно считать, что структурная функция флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны равна:

$$D(\mathbf{p}) = 2(p/\rho_0)^{5/3},$$

где

$$\rho_0 = \left[2^{-5/3} (18/5) 0,033\pi^2 \Gamma(7/6) / \Gamma(11/6) C_\epsilon^2 k^2 h \right]^{-3/5}$$

– радиус когерентности плоской оптической волны в колмогоровской атмосферной турбулентности; C_ϵ^2 – структурный параметр колмогоровской атмосферной турбулентности; h – эффективная толщина оптически активного слоя атмосферной турбулентности [1, 2].

Для простоты предварительных оценок воспользуемся квадратичной аппроксимацией структурной функции флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны в турбулентной атмосфере. Представим оптическую передаточную функцию в виде

$$\tau(\mathbf{p}) = \exp \left[-\frac{p^2}{4R^2} - \left(\frac{p}{\rho_0} \right)^{5/3} \right] \approx \exp \left[-\frac{p^2}{4R^2} - \left(\frac{p}{\rho_0} \right)^2 \right],$$

тогда

$$m_0 \approx 4\pi R^2 / \left[1 + 4 \left(\frac{R}{\rho_0} \right)^2 \right], \quad (6)$$

т.е. при $R \ll \rho_0$ в области слабых искажений изображения $m_0 \cong 4\pi R^2$, а при $R \gg \rho_0$ для развитой спекл-структуры изображения $m_0 \cong \pi \rho_0^2$.

В подобной манере можно получить выражение и для предельных значений пространственных масштабов, разрешимых оптической системой:

$$p_{\text{lim}, 2n} = \alpha_{2n} 2R / \sqrt{1 + 4(R/\rho_0)^2}. \quad (7)$$

В данном случае при $R \ll \rho_0$ $p_{\text{lim}, 2n} \cong 2R$, а при $R \gg \rho_0$ $p_{\text{lim}, 2n} \cong \rho_0$, т.е. в области слабых искажений изображения предельное значение пространственных масштабов, разрешимых оптической системой, определяется радиусом приемной апертуры, а для развитой спекл-структуры изображения – радиусом когерентности падающей оптической волны.

Известно [2], что интегральное разрешение \mathfrak{R} как мера оптического качества системы определяет величину минимального разрешаемого системой расстояния δl :

$$\delta l \cong 1 / (2\sqrt{\mathfrak{R}}).$$

С другой стороны, из (6) и (7) можно получить соотношение, связывающее величину минимального разрешаемого системой расстояния δl и предельные значения пространственных масштабов, разрешимых оптической системой $p_{\text{lim}, 2n}$:

$$\delta l \cong \alpha_{2n} / \left(2\sqrt{\pi} \frac{k}{F} p_{\text{lim}, 2n} \right).$$

Из вышеприведенного рассмотрения следует, что для данного случая оценки разрешения по моментам нулевого и второго порядков дают одинаковый результат. Кроме того, все четные моменты ($2n$) оптической передаточной функции системы «турбулентная атмосфера – телескоп» практически одинаково зависят от искажающего влияния атмосферной турбулентности, что будто бы позволит в дальнейшем остановиться только на двух низших моментах: нулевом (для изучения интегрального разрешения оптической системы \mathfrak{R}) и втором (для анализа предельного значения пространственных масштабов, разрешимых оптической системой $p_{\text{lim}, 2}$) порядков. Однако это утверждение верно только для квадратичной среды (т.е. для среды, где $D(\mathbf{p}) \sim p^2$) и только для нее и неверно уже для колмогоровской атмосферной турбулентности (когда $D(\mathbf{p}) \sim p^{5/3}$) и тем более не верно для колмогоровской среды с конечным значением внешнего масштаба атмосферной турбулентности.

Для оценки влияния конечного значения внешнего масштаба атмосферной турбулентности [3, 4] пространственную структурную функцию флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны представим в следующем виде:

$$D(\mathbf{p}) \cong 2 \left(\frac{L_0}{\rho_0} \right)^{5/3} \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{p}{L_0} \right)^{5/3} \right] \right\}, \quad (8)$$

где L_0 – внешний масштаб колмогоровской атмосферной турбулентности. В области малых пространственных масштабов ($p < L_0$) данная модель пространственной структурной функции флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны (8) соответствует колмогоровской:

$$D(\mathbf{p}) \cong 2(p/\rho_0)^{5/3},$$

а для масштабов, превышающих внешний масштаб атмосферной турбулентности ($p > L_0$), структурная функция (8) равна удвоенному значению дисперсии флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны σ^2 :

$$D(\mathbf{p}) \cong 2(L_0/\rho_0)^{5/3} = 2\sigma^2.$$

Насыщение на уровень, равный удвоенной дисперсии, для модели (8) происходит при $p \cong 2L_0$

с точностью до 5%. Детальное сравнение функционального вида структурной функции, описываемого моделью (8), с известными представлениями для пространственной структурной функции флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны [3, 4] дано в Приложении А.

Результаты численных расчетов моментов нулевого и второго порядков оптической передаточной функции системы «турбулентная атмосфера – телескоп» (1), (5) для модели пространственной структурной функции флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны (8) представлены на рис. 1, 2.

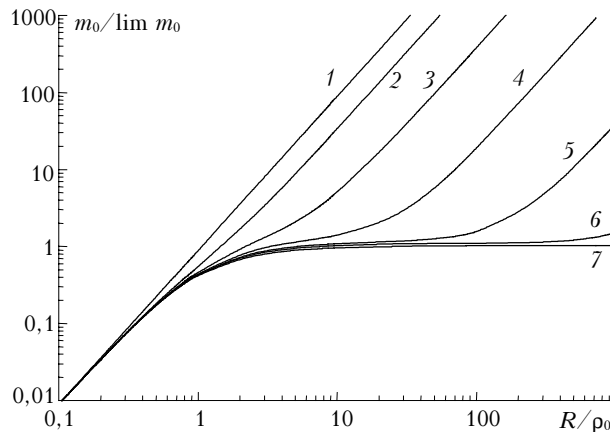


Рис. 1. Нормированное разрешение оптической системы «турбулентная атмосфера – телескоп» для разных значений внешнего масштаба колмогоровской атмосферной турбулентности: $L_0/\rho_0 = 0,1$ (1); 1 (2); 2 (3); 3 (4); 4 (5); 5 (6); ≥ 10 (7)

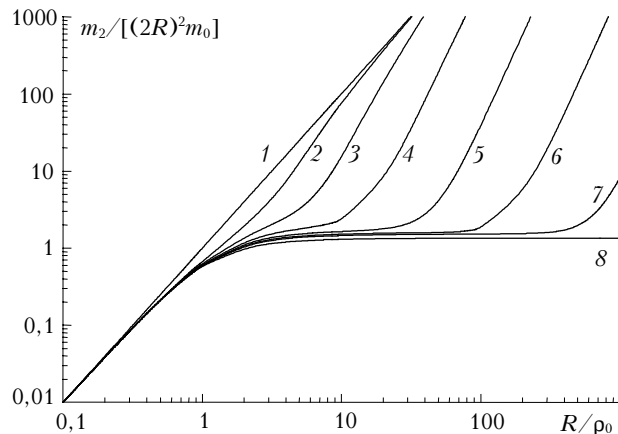


Рис. 2. Нормированный момент второго порядка оптической передаточной функции оптической системы «турбулентная атмосфера – телескоп» для разных значений внешнего масштаба колмогоровской атмосферной турбулентности: $L_0/\rho_0 = 0,1$ (1); 2 (2); 3 (3); 4 (4); 5 (5); 6 (6); 7 (7); ≥ 10 (8)

На этих рисунках нормированные величины моментов нулевого ($m_0 / \lim m_0$, где $\lim m_0$ – предельное значение момента нулевого порядка для телескопа с бесконечным радиусом приемной апертуры $R \rightarrow \infty$ и при бесконечном внешнем масштабе колмогоровской атмосферной турбулентности

$L_0 \rightarrow \infty$) и второго ($m_2 / [(2R)^2 m_0]$) порядков оптической передаточной функции системы «турбулентная атмосфера – телескоп» даны как функции безразмерных параметров: R/ρ_0 и L_0/ρ_0 . Характер функциональных зависимостей моментов четвертого и шестого порядков ($m_4 / [(2R)^4 m_0]$ и $m_6 / [(2R)^6 m_0]$) качественно аналогичен поведению момента второго порядка ($m_2 / [(2R)^2 m_0]$).

Рис. 1 и 2 обнаруживают особенность статических моментов (2) оптической передаточной функции системы «турбулентная атмосфера – телескоп» (1), (5), заключающуюся в том, что существенная зависимость их от величины внешнего масштаба колмогоровской атмосферной турбулентности проявляется только в том случае, если одновременно выполняются два условия. Во-первых, радиус приемной апертуры должен стать больше внешнего масштаба колмогоровской атмосферной турбулентности ($R > L_0$), а во-вторых, радиус когерентности оптической волны должен иметь тот же порядок величины, что и внешний масштаб колмогоровской атмосферной турбулентности ($\rho_0 \sim L_0$).

При одновременном выполнении этих двух условий качество изображения некогерентного источника окажется существенно выше, чем в среде с бесконечным значением внешнего масштаба атмосферной турбулентности, и соизмеримым с качеством изображения в однородной среде, причем будет наблюдаться увеличение интегрального разрешения оптической системы с ростом радиуса приемной апертуры по такому же закону, как и в однородной среде ($\sim R^2$). Легко получить асимптотическое выражение для момента нулевого порядка при $R > L_0$ и $\rho_0 \sim L_0$:

$$\frac{m_0}{\lim m_0} \cong 4 \left(\frac{R}{\rho_0} \right)^2 \exp \left[- \left(\frac{L_0}{\rho_0} \right)^{5/3} \right].$$

Оценки по этой формуле полностью совпадают с прямыми участками кривых 1–5 в верхней части рис. 1.

Отметим, что отношение внешнего масштаба к радиусу когерентности плоской оптической волны в колмогоровской атмосферной турбулентности имеет ясный физический смысл: оно пропорционально величине дисперсии флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны на трассе длиной h :

$$L_0 / \rho_0 = (\sigma^2)^{3/5}.$$

Таким образом, из рис. 1 видно, что интегральное разрешение оптической системы «турбулентная атмосфера – телескоп» начинает превышать свое предельное значение для телескопа с бесконечным радиусом приемной апертуры $R \rightarrow \infty$ и при бесконечном внешнем масштабе колмогоровской атмосферной турбулентности $L_0 \rightarrow \infty$ при $\sigma^2 \leq (5)^{3/5} \cong 14,6201 \approx 15$, причем при $\sigma^2 < 1$ интегральное разрешение совпадает с аналогичной характеристикой для однородной среды. Следовательно, лишь в тех условиях, когда дисперсия флуктуаций комплексной

фазы плоской оптической волны меньше некоторого уровня, а именно, когда $\sigma^2 \leq 15$, качество изображения (по критерию интегрального разрешения) в турбулентной среде будет выше, чем в среде с бесконечным значением внешнего масштаба, из-за влияния ограниченности внешнего масштаба колмогоровской атмосферной турбулентности. При $\sigma^2 > 15$ влияние внешнего масштаба на интегральное разрешение уже не будет проявляться при $R \leq 10^3 \rho_0$. Что касается моментов второго, четвертого и шестого порядков, то граница этого эффекта будет соответственно смещаться в сторону увеличения дисперсии флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны:

$$\sigma^2 \leq 7^{5/3} \cong 25,6151 \approx 25,$$

$$\sigma^2 \leq 9^{5/3} \cong 38,9407 \approx 40$$

и

$$\sigma^2 \leq 11^{5/3} \cong 54,4070 \approx 55$$

(см., например, рис. 2).

Причина обнаруженного явления заключается в том, что масштабы искажения волнового фронта оптического излучения, прошедшего турбулентную атмосферу и принятого телескопической оптической системой, при выполнении условий: $R > L_0$ и $\rho_0 \sim L_0$, оказываются меньше или сравнимыми с размером приемной апертуры и при формировании изображения происходит их частичная компенсация самой оптической системой (в основном за счет устранения наклонов волнового фронта). В силу этого использование моделей турбулентности с бесконечным внешним масштабом приводит к учету того диапазона масштабов атмосферной турбулентности, которого в действительности нет, и соответственно к завышению искажающего влияния турбулентности при оценке качества изображения некогерентных источников излучения, формируемых через атмосферу.

Хорошо известно, что для широкого диапазона условий, реализующихся в земной атмосфере, можно рассматривать атмосферную турбулентность как колмогоровскую («закон $-5/3$ »). Соответственно в основной массе исследований, посвященных оценке влияния атмосферной турбулентности на качество изображения, обычно используется колмогоровский спектр атмосферной турбулентности [1–6].

Однако в атмосфере может существовать турбулентность при наличии хаотических винтовых движений [7, 8]. Для характеристики винтовых движений вводят понятие спиральности [7]. Спиральность оказывает значительное влияние на устойчивость и эволюцию как ламинарных, так и турбулентных течений, в них могут возникать спиральные каскады. В спиральных средах возможна также обратная перекачка энергии в длинноволновую область (за счет тенденции к слиянию спиральных вихрей – эффект Бернулли). В условиях земной атмосферы существует широкий класс эффектов, генерирующих как саму спиральность, так и ее интенсивные флуктуации. Достаточно, в частности, одновременного присутствия таких факто-

ров, как градиенты плотности и температуры, интенсивные температурные флуктуации, наличие сдвиговых течений и неоднородное вращение.

Авторы [7] показали, что могут реализоваться два предельных случая: 1) когда одновременно существуют поток энергии и поток спиральности по спектру, соответствующие колмогоровскому каскаду («закон $-5/3$ »), и 2) поток спиральности без потока энергии, являющийся чисто спиральным каскадом («закон $-7/3$ »). Влияние изрезанности рельефа местности может быть определяющим для типа генерируемой турбулентности. Так, следует ожидать, что над холмистой или гористой земной поверхностью спиральные свойства турбулентности проявляются сильнее, чем над равнинным рельефом.

Для случая спиральной (вихревой) атмосферной турбулентности аналог формулы (8) будет иметь вид (см. Приложение Б):

$$D(\mathbf{p}) \cong 2 \left(\frac{L_{0h}}{\rho_{0h}} \right)^{4/3} \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{p}{L_{0h}} \right)^{4/3} \right] \right\}, \quad (9)$$

где L_{0h} – внешний масштаб спиральной атмосферной турбулентности; ρ_{0h} – радиус когерентности плоской оптической волны в спиральной атмосферной турбулентности. Ввиду слабой изученности спиральной (вихревой) атмосферной турбулентности конкретных данных о величине параметров L_{0h} и ρ_{0h} у нас нет. Однако вполне возможно допустить, что эти параметры для спиральной турбулентности имеют величины того же порядка, что и для колмогоровской.

На рис. 3 сравниваются величины моментов нулевого, второго, четвертого и шестого порядков оптической передаточной функции системы «турбулентная атмосфера – телескоп» для спиральной атмосферной турбулентности с аналогичными характеристиками для колмогоровской.

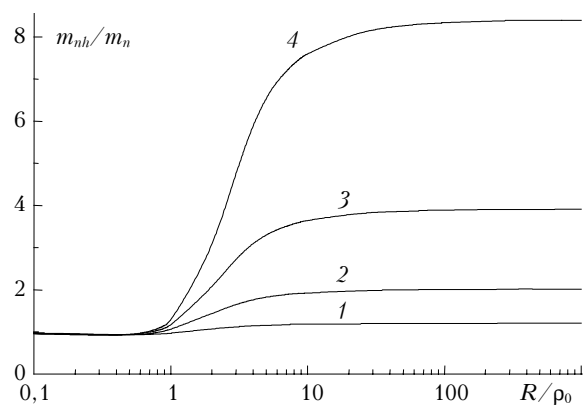


Рис. 3. Отношение моментов нулевого (1), второго (2), четвертого (3) и шестого (4) порядков оптической передаточной функции оптической системы «турбулентная атмосфера – телескоп» для спиральной атмосферной турбулентности к аналогичной величине для колмогоровской атмосферной турбулентности

Оказывается, что в спиральной атмосферной турбулентности все моменты при $R/\rho_0 < 1$ меньше

(хотя и совсем незначительно), чем в колмогоровской атмосферной турбулентности, а при $R/\rho_0 > 1$, наоборот, больше (причем с ростом n различия возрастают). Так как случайная неоднородная среда уменьшает величину статического момента по сравнению с однородной средой, то можно сделать вывод, что формирование изображения источника некогерентного излучения через слой спиральной атмосферной турбулентности происходит с меньшими искажениями, чем через колмогоровскую атмосферную турбулентность.

На рис. 4, 5 представлены результаты расчета тех же самых величин, что и на рис. 1, 2, но для спиральной турбулентности атмосферы. Общий стиль поведения этих характеристик в обоих случаях схож.

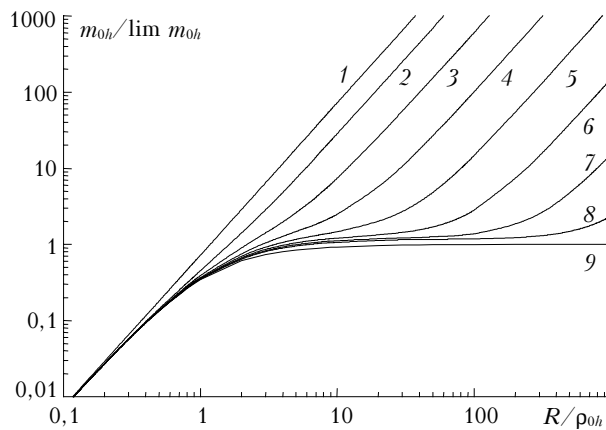


Рис. 4. Нормированное разрешение оптической системы «турбулентная атмосфера — телескоп» для разных значений внешнего масштаба спиральной атмосферной турбулентности: $L_{0h}/\rho_{0h} = 0,1$ (1); 1 (2); 2 (3); 3 (4); 4 (5); 5 (6); 6 (7); 7 (8); ≥ 10 (9)

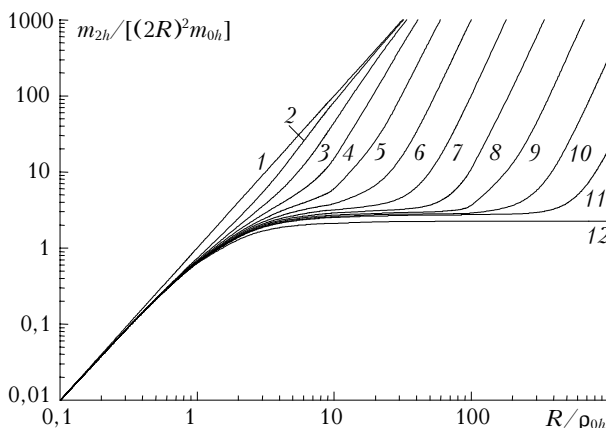


Рис. 5. Нормированный момент второго порядка оптической передаточной функции оптической системы «турбулентная атмосфера — телескоп» для разных значений внешнего масштаба спиральной атмосферной турбулентности: $L_{0h}/\rho_{0h} = 0,1$ (1); 2 (2); 3 (3); 4 (4); 5 (5); 6 (6); 7 (7); 8 (8); 9 (9); 10 (10); 11 (11); ≥ 13 (12)

В частности оказывается, что величина нормированного момента нулевого порядка ($m_{0h}/\lim m_{0h}$, определение аналогично случаю колмогоровской атмосферной турбулентности) чувствительна к значению внешнего масштаба спиральной атмосферной турбулентности

до тех пор, пока дисперсия флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны удовлетворяет условию $\sigma^2 \leq 7,5^{4/3} \approx 14,6807 \approx 15$, для моментов второго порядка ($m_2/[(2R)^2 m_0]$) — условию $\sigma^2 \leq 11^{4/3} \approx 24,4638 \approx 25$, четвертого ($m_4/[(2R)^4 m_0]$) — $\sigma^2 \leq 16^{4/3} \approx 40,3175 \approx 40$ и шестого ($m_6/[(2R)^6 m_0]$) — $\sigma^2 \leq 20^{4/3} \approx 54,2884 \approx 55$. Сравнение с аналогичными критериями для колмогоровской атмосферной турбулентности позволяет заключить, что характер влияний внешнего масштаба примерно одинаков как для спиральной атмосферной турбулентности, так и для колмогоровской.

Проведенное исследование статических моментов оптической передаточной функции системы «турбулентная атмосфера — телескоп» показало, что в общем случае в качестве меры разрешения оптической системы вполне правомерно использование как величины интегрального разрешения, равного интегралу от нормированной оптической передаточной функции (пропорционального моменту нулевого порядка), так и любого из трех типов предельных значений пространственных масштабов, разрешимых оптической системой формирования изображения, определяемых соответственно по моментам второго, четвертого и шестого порядков, так как все моменты четного порядка ($2n$) по своей структуре в достаточной степени подобны.

Приложение А

Проведем сопоставление модели (8), используемой в данной работе для описания пространственной структурной функции флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны, распространяющейся в колмогоровской турбулентности с конечным значением внешнего масштаба атмосферной турбулентности, с известными из литературы [3, 4] моделями. Наиболее широко распространенными являются следующие модели:

— экспоненциальная модель [3, 4]:

$$\Phi_\epsilon(\kappa) = 0,033 C_\epsilon^2 \kappa^{-1/3} [1 - \exp(-\kappa^2 / \kappa_{0e}^2)], \quad (\text{П.1})$$

где $\kappa_{0e} = 2\pi/L_{0e}$, L_{0e} — величина внешнего масштаба колмогоровской атмосферной турбулентности для экспоненциальной модели; $\kappa = 2\pi/l$, l — пространственный масштаб неоднородности турбулентной среды,

— модель Кармана [3, 4]:

$$\Phi_\epsilon(\kappa) = 0,033 C_\epsilon^2 (\kappa_{0k}^2 + \kappa^2)^{-1/6}, \quad (\text{П.2})$$

где $\kappa_{0k} = 2\pi/L_{0k}$, L_{0k} — величина внешнего масштаба колмогоровской атмосферной турбулентности для модели Кармана,

— модель Гринвуда—Таразано [3, 4]:

$$\Phi_\epsilon(\kappa) = 0,033 C_\epsilon^2 L_{0t}^{1/3} (\kappa L_{0t} + \kappa^2 L_{0t}^2)^{-1/6}, \quad (\text{П.3})$$

где L_{0t} — величина внешнего масштаба колмогоровской атмосферной турбулентности для модели Гринвуда—Таразано.

Приведем соотношения между величинами внешнего масштаба колмогоровской атмосферной турбулентности для различных моделей спектральной плотности флуктуаций диэлектрической проницаемости атмосферы, полученные из условия равенства дисперсии флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны, рассчитанной по этим моделям:

$$L_{0e} = \pi L_0 \cong 3,1416 L_0,$$

$$L_{0k} = \pi [6\Gamma(7/6)/\Gamma(11/6)]^{3/5} L_0 \cong 9,1292 L_0,$$

$$L_{0t} = \frac{1}{2} [\Gamma(8/3)]^{-3/5} L_0 \cong 0,3913 L_0.$$

Сравнивая результаты расчета нормированной пространственной структурной функции флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны $D(\mathbf{p})/(2\sigma^2)$ по формуле (8) с данными численного интегрирования со спектральными плотностями флуктуаций диэлектрической проницаемости атмосферы (П.1)–(П.3) (рис. 6), можно отметить, что модель (8), используемая в данной работе, лучше согласуется с асимптотикой для инерционного интервала волновых чисел ($p < L_0$):

$$\frac{D(\mathbf{p})}{2\sigma^2} \cong \left(\frac{p}{L_0}\right)^{5/3},$$

чем расчеты по другим моделям. Кроме того, модель (8) дает более быстрый переход к предельному значению для пространственной структурной функции, равному удвоенному значению дисперсии флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны.

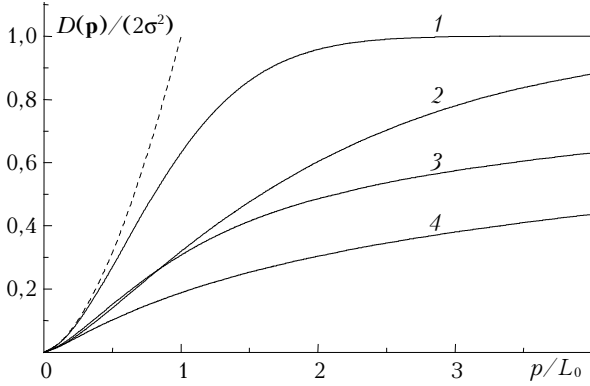


Рис. 6. Нормированная пространственная структурная функция флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны для различных моделей колмогоровской турбулентности: 1 – модель автора (8); 2 – модель Кармана; 3 – экспоненциальная модель; 4 – модель Гринвуда–Таразано. Пунктирная линия – асимптотика для инерционного интервала волновых чисел $D(\mathbf{p})/(2\sigma^2) \cong (p/L_0)^{5/3}$

К недостаткам модели (8) можно отнести: 1) отсутствие простого аналитического представления для $\Phi_\epsilon(\kappa)$ – спектральной плотности флуктуаций диэлектрической проницаемости атмосферы; 2) невозможность ввести в модель внутренний масштаб атмосферной турбулентности.

Известно [7], что в атмосфере при наличии стратификации в турбулентном потоке формируется область с каскадной передачей спиральности по спектру – область спирального скейлинга. Для этого каскадного интервала постоянной, не зависящей от масштаба, величиной является поток спиральности. Для локально изотропного поля структурная функция флуктуаций диэлектрической проницаемости атмосферы зависит только от расстояния между точками наблюдения r и в случае спиральной (вихревой) турбулентности может быть представлена в виде

$$D_{\epsilon h}(r) = C_{\epsilon h}^2 r^{1/3}$$

– «закон 1/3» для инерционного интервала спиральной турбулентности. Здесь $C_{\epsilon h}^2$ – структурный параметр спиральной атмосферной турбулентности размерностью $m^{-1/3}$.

В случае локально изотропного поля можно ввести одномерное спектральное разложение флуктуаций диэлектрической проницаемости атмосферы $V_{\epsilon h}(\kappa)$:

$$\begin{aligned} V_{\epsilon h}(\kappa) &= \frac{1}{2\pi\kappa} \int_0^\infty dp \sin(\kappa r) D'_{\epsilon h}(r) = \\ &= \frac{\Gamma(1/3) \sin(\pi/6)}{6\pi} C_{\epsilon h}^2 \kappa^{-4/3} \cong 0,0711 C_{\epsilon h}^2 \kappa^{-4/3}. \end{aligned}$$

Трехмерная спектральная плотность флуктуаций диэлектрической проницаемости атмосферы для спиральной турбулентности запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \Phi_{\epsilon h}(\kappa) &= -\frac{1}{2\pi\kappa} \frac{dV_{\epsilon h}(\kappa)}{d\kappa} = \\ &= \frac{\Gamma(1/3) \sin(\pi/6)}{9\pi^2} C_{\epsilon h}^2 \kappa^{-10/3} \cong 0,0151 C_{\epsilon h}^2 \kappa^{-10/3}. \end{aligned}$$

Пространственная структурная функция флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны для инерционного интервала спиральной турбулентности имеет вид:

$$\begin{aligned} D_h(\mathbf{p}) &= 2\pi^2 k^2 h \int_0^\infty d\kappa \kappa \Phi_{\epsilon h}(\kappa) [1 - J_0(p\kappa)] = \\ &\cong 2^{-7/3} \cdot 9 \cdot 0,0151 \pi^2 \frac{\Gamma(4/3)}{\Gamma(5/3)} C_{\epsilon h}^2 k^2 h p^{4/3} \cong \\ &\cong 0,2633 C_{\epsilon h}^2 k^2 h p^{4/3} = 2(p/\rho_{0h})^{4/3}, \end{aligned}$$

где J_0 – функция Бесселя первого рода нулевого порядка;

$$\begin{aligned} \rho_{0h} &= [2^{-10/3} \cdot 9 \cdot 0,0151 \pi^2 \Gamma(4/3)/\Gamma(5/3) C_{\epsilon h}^2 k^2 h]^{-3/4} = \\ &= 4,5759 (C_{\epsilon h}^2 k^2 h)^{-3/4} \end{aligned}$$

— радиус когерентности плоской оптической волны в спиральной атмосферной турбулентности.

Таким образом, пространственная структурная функция флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны, вместо «закона $5/3$ » для колмогоровской турбулентности, описывается «законом $4/3$ » для спиральной (вихревой) турбулентности.

1. *Лукин И.П.* Потенциальные возможности методов постдетекторной обработки изображений некогерентно освещенных объектов, наблюдаемых через турбулентную атмосферу // Оптика атмосфер. и океана. 1995. Т. 8. № 3. С. 455–466.
2. *Лукин И.П.* Интегральное разрешение оптической системы «турбулентная атмосфера – телескоп» // Оптика атмосфер. и океана. 1995. Т. 8. № 3. С. 479–483.
3. *Лукин В.П.* Оптические измерения внешнего масштаба атмосферной турбулентности // Оптика атмосфер.

и океана. 1992. Т. 5. № 4. С. 354–377.

4. *Лукин В.П.* О сопоставлении моделей спектра атмосферной турбулентности // Оптика атмосфер. и океана. 1993. Т. 6. № 9. С. 1102–1107.
5. *Consortini A., Ronchi L., Moroder E.* Role of the outer scale of turbulence in atmospheric degradation of optical images // J. Opt. Soc. Amer. 1973. V. 63. N 10. P. 1246–1248.
6. *Скитетров С.Е., Чесноков С.С.* Влияние внешнего масштаба турбулентности на разрешение системы формирования изображения в атмосфере // Оптика атмосфер. и океана. 1997. Т. 10. № 7. С. 786–793.
7. *Мусеев С.С., Чхетиани О.Г.* Спиральный скейлинг в турбулентности // Ж. эксперим. и теор. физ. 1996. Т. 110. Вып. 1(7). С. 357–370.
8. *Golbraikh E., Kopeika N.* Changes in modulation transfer function and optical resolution in helical turbulent media // J. Opt. Soc. Amer. A. 2002. V. 19. N 9. P. 1774–1778.

I.P. Lukin. Influence of the outer scale of atmospheric turbulence on the quality of optical image.

Influences of the outer scale of atmospheric turbulence on the quality of an optical image is estimated based on the method of moment applied to optical transfer function of the system «turbulent atmosphere – telescope» while measuring the average image of an incoherent source of optical radiation. Thus, the behavior of integral resolution and three types of limiting values of spatial scales resolved by the optical system of formation image, determined from moments of zero, second, fourth and sixth order, is analyzed. It is shown that the influence of the outer scale of atmospheric turbulence on these characteristics can be significant only at small variance of fluctuations of the complex phase of a plane optical wave. Distortions of the image of an incoherent source of optical radiation, estimated from criteria of quality based on the moments of zero, second, fourth, and sixth order, in helical atmospheric turbulence is less than in Kolmogorov turbulent media, and the influence of the outer scale of atmospheric turbulence is practically the same in the both cases.