

Р.Й. Рыбым

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИСТИННОЙ ЯРКОСТИ ГОРИЗОНТА ПО СГЛАЖЕННЫМ ДАННЫМ КОСМИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Для восстановления истинной яркости горизонта по сглаженным данным предлагается использовать метод параметрически-оптимальной фильтрации. Приводятся примеры моделирования сглаживания с последующим восстановлением, а также результаты восстановления истинной яркости горизонта по экспериментальным данным.

Конечная пространственная разрешающая способность телерадиометра обуславливает при сканировании горизонта из космоса сглаживание истинной яркости  $u(z)$  ( $z$  — высота линии визирования над уровнем моря), вследствие чего прибор регистрирует сглаженную яркость  $v(z)$ :

$$v(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \kappa(z - z') u(z') dz', \quad (1)$$

где  $\kappa(z)$  — функция чувствительности радиометра по полю зрения. Из-за большого расстояния ( $\sim 2000$  км) горизонта от космического наблюдателя эффект сглаживания может оказаться настолько существенным, что потребуются восстановление истинной яркости  $u$  по сглаженному сигналу  $v$  путем решения уравнения (1). Эта задача является некорректной и может быть решена только приближенно, с использованием регуляризации. Общеизвестны регуляризующие алгоритмы Тихонова [1–3] и Турчина [4–6].

Предлагаем для решения задачи (1) использовать метод параметрически-оптимальной фильтрации [7], который можно рассматривать как разновидность метода оптимальной линейной фильтрации Винера [8].

Обозначим преобразование Фурье от функции  $u(z)$ ,  $v(z)$  и  $\kappa(z)$  через  $\tilde{u}(\omega)$ ,  $\tilde{v}(\omega)$  и  $\tilde{\kappa}(\omega)$ . В методе параметрически-оптимальной фильтрации спектральная плотность регуляризованного решения  $\tilde{u}_\tau(\omega)$  отыскивается в виде

$$\tilde{u}_\tau(\omega) = r(\omega; \tau) \tilde{v}(\omega), \quad (2)$$

где  $r(\omega; \tau)$  — известная функция от волнового числа  $\omega$  и от параметров  $\tau = \{\tau_1, \dots, \tau_N\}$ . Значения этих параметров определяют из условия минимальности функционала

$$q(\tau) = E \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{u}_\tau(\omega) - \tilde{u}(\omega)|^2 d\omega, \quad (3)$$

где  $E$  — оператор математического ожидания;  $\tilde{u}(\omega)$  — спектральная плотность истинной, но неизвестной яркости. Предполагается, что возможные реализации  $\tilde{u}(\omega)$ , равно как и  $\tilde{v}(\omega)$ , образуют статистический ансамбль. Как показано в [7], варьирование  $q$  по  $\tau_j$  приводит к  $N$  уравнениям для определения параметров  $\tau_j$  с коэффициентами, зависящими от дисперсий спектральных плотностей истинного измеренного сигнала  $\tilde{\kappa}(\omega)\tilde{u}(\omega)$  и погрешности измерения

$$\tilde{\delta}(\omega) = \tilde{\kappa}(\omega) \tilde{u}(\omega) - \tilde{v}(\omega). \quad (4)$$

Конкретный вид этих уравнений будет зависеть от выбора функции  $r(\omega; \tau)$ .

От общеизвестных методов регуляризации предлагаемый метод отличается тем, что определяется не наиболее гладкое, а наиболее близкое к истинному в среднеквадратическом смысле решение. Помимо большой свободы при выборе статистического ансамбля положительной стороной метода является также определенная свобода при выборе восстанавливающего оператора  $r(\omega; \tau)$ . В [7], например, предлагаются следующие функции:

$$r(\omega; \tau) = [1 + \mu(\omega; \tau)]^{-1} \tilde{\kappa}(\omega); \quad (5a)$$

$$r(\omega; \tau) = 1 + \mu(\omega; \tau) \overline{\kappa(\omega)}; \quad (56)$$

$$r(\omega; \tau) = \overline{\kappa(\omega)} / [|\overline{\kappa(\omega)}|^2 + \mu(\omega; \tau)], \quad (5в)$$

где

$$\mu(\omega; \tau) = \sum_{j=1}^N \tau_j \omega^{2j}, \quad (6)$$

а черта над  $\tilde{\kappa}$  означает комплексное сопряжение. Как частный случай, формула (5в) включает восстанавливающие операторы Тихонова и Турчина.

Численное моделирование показывает, что при большом значении шума относительно максимально-го сигнала ( $10^{-3}$  или выше) формулы (5а) и (5б) дают более качественное восстановление, при низком же уровне шума предпочтение следует отдать формуле (5в). Ниже приводятся численные примеры восстановления с использованием восстанавливающего оператора (5в) при  $N = 1$ . Предполагается, что в спектральной плотности измеренного профиля происходит разделение полезного сигнала и шума

$$\begin{aligned} |\tilde{\kappa}(\omega) \tilde{u}(\omega)| &\gg |\tilde{\delta}(\omega)|, \quad |\omega| < \Omega; \\ |\tilde{\kappa}(\omega) \tilde{u}(\omega)| &\ll |\tilde{\delta}(\omega)|, \quad |\omega| > \Omega \end{aligned}$$

( $\Omega$  — «разделяющее» волновое число), а  $\tilde{\delta}/\omega$  представляет собой белый шум

$$E \tilde{\delta}(\omega) = 0, \quad E |\tilde{\delta}(\omega)|^2 = \varepsilon^2 = \text{const.}$$

В этом случае для  $r(\omega; \tau)$  имеем представление

$$r(\omega; \tau) = \overline{\kappa(\omega)} / [|\overline{\kappa(\omega)}|^2 + \tau \omega^2],$$

а для определения параметра  $\tau$  получим уравнение

$$\tau \int_0^{\Omega} \frac{\omega^4 |\tilde{v}(\omega)|^2 d\omega}{(|\overline{\kappa(\omega)}|^2 + \tau \omega^2)^3} = \varepsilon^2 \int_0^{\infty} \frac{\omega^2 |\overline{\kappa(\omega)}|^2 d\omega}{(|\overline{\kappa(\omega)}|^2 + \tau \omega^2)^3}.$$

Здесь функция  $\tilde{v}(\omega)$ , так же как и параметры  $\varepsilon$  и  $\Omega$ , определяется на базе единичного измеренного профиля  $v(z)$ .

На рис. 1 представлены результаты численного моделирования процесса сглаживания и последующего восстановления сглаженного сигнала. Моделирование осуществлялось по схеме

$$\left. \begin{aligned} u(z) &\rightarrow \tilde{u}(\omega) \\ \delta(z) &\rightarrow \tilde{\delta}(\omega) \end{aligned} \right\} \rightarrow \tilde{v}(\omega) = \tilde{u}(\omega) \overline{\kappa(\omega)} + \tilde{\delta}(\omega) \rightarrow \tilde{u}_{\tau}(\omega) \rightarrow u_{\tau}(z).$$

Массивы  $u(z_i)$ ,  $\delta(z_i)$  задавались на сетке  $z_i = i \cdot \Delta z$ ,  $\Delta z = 0,5$  км. Случайная ошибка  $\delta(z_i)$  моделировалась как стационарный процесс, некоррелированный в различных точках  $z_i$ , с дисперсией

$$E \delta^2(z_i) = e^2 = \text{const.}$$

Следует иметь в виду, что  $e$  не совпадает с введенной выше величиной  $\varepsilon$ . Параметр  $\varepsilon$  зависит не только от  $e$ , но и от используемого численного алгоритма преобразования Фурье. Мы во всех расчетах использовали быстрое косинус-преобразование Фурье. Ядро интегрального оператора  $\kappa(z)$  моделировалось функцией Гаусса

$$\kappa(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right), \quad \overline{\kappa(\omega)} = \exp\left(-\frac{\sigma^2 \omega^2}{2}\right). \quad (7)$$

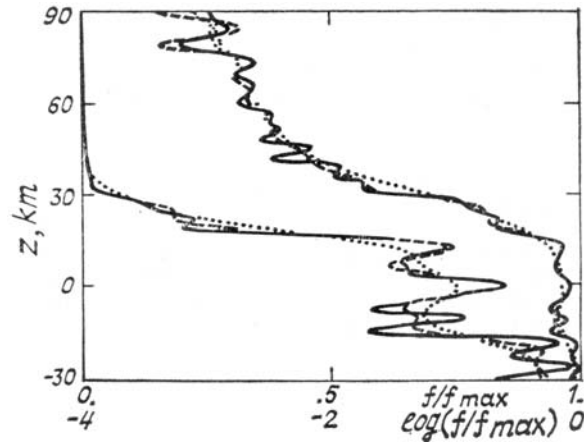


Рис. 1. Моделирование восстановления с использованием оператора (5в) при сглаживающем ядре (7) с  $\sigma = 4$  км. Уровень шума  $e/u_{\max} = 3 \cdot 10^{-4}$ . Сплошная линия — исходный сигнал, пунктир — измеренный сигнал, штриховая линия — восстановленный сигнал. Нижние кривые представлены в линейном масштабе, верхние кривые показывают то же самое в логарифмическом масштабе

На рис. 1 показано восстановление при  $\sigma = 4$  км и  $e/u_{\max} = 3 \cdot 10^{-4}$ . Как видим, восстанавливаются все крупные детали, высокочастотные же колебания измеряемого сигнала  $u(z)$  не воспроизводятся. Обращает на себя внимание большой динамический диапазон восстановления. На высотах 60–90 км сигнал ослаблен по сравнению с максимальным в  $10^3$  раз, тем не менее качество восстановления там такое же, как и в нижней атмосфере.

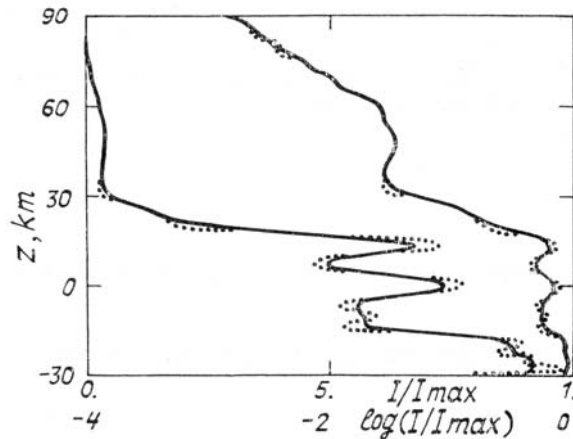


Рис. 2. Пример восстановления яркости дневного горизонта Земли на длине волны 1,25 мкм  $\sigma = 1,6$  км: сплошная линия — измеренный профиль яркости в относительных единицах, пунктир — восстановленный профиль яркости

На рис. 2 показано восстановление яркости дневного горизонта на длине волны 1,25 мкм в полосе свечения молекулярного кислорода. Измеренный сглаженный профиль получен телерадиометром ФАЗА [9]. Функция чувствительности прибора по полю зрения описывается формулой (7) с  $\sigma = 1,6$  км. Как видим, эффект восстановления является более значимым в нижней атмосфере, где яркость претерпевает резкие изменения. На высоте 80 км в восстановленном профиле появляется слабый вторичный максимум свечения кислорода (главный максимум находится на 40–60 км), который отсутствует в измеренном профиле.

1. Тихонов А. Н. // ДАН СССР. 1963. Т. 151. № 3. С. 501.
2. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука. 1979. 386 с.
3. Тихонов А. Н., Гончаровский А. В., Степанов В. В., Ягола А. Г. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. М.: Наука. 1983. 200 с.
4. Турчин В. Ф. // ЖВММФ. 1967. Т. 7. № 6. С. 1270.
5. Турчин В. Ф. // ЖВММФ. 1968. Т. 8. № 1. С. 230.
6. Турчин В. Ф., Нозин В. З. // Изв. АН СССР. ФАО. 1969. Т. V. № 1. С. 29.
7. Рыым Р. // Изв. АН Эст. ССР. Физика, матем. 1989. Т. 38 (в печати).
8. Wiener N. Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Applications // New York: Wiley. 1949. 163 p.
9. Room R., Eerme K., Veismann U. Some New Results in the Investigation of Middle Atmosphere from Space Using the Day-Time Horizon Scanning Method. Preprint, Tartu, 1988, 16 p.

**R. J. R y u m . Restoration of the Real Horizon Radiance from the Smoothed Remote Sensing Data.**

For the restoration of the real intensity of the horizon from the smoothed remote sensing data the parametrically optimal filtering method is proposed. The results of the restoration modelling and also the results of the restoration of the daytime horizon radiance at  $1,25 \mu\text{m}$  are presented.