

В.В. Колосов, В.О. Троицкий

Оптимальная фокусировка пучка при генерации второй гармоники в одноосном кристалле. Приближение заданного поля

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 28.07.2006 г.

В приближении заданного поля рассмотрена задача о генерации второй гармоники при скалярном «ооe»-синхронизме в кристалле KDP для длин волн основного излучения $\lambda \geq 0,53$ мкм. Определено, что максимум эффективности нелинейного преобразования достигается при фокусировке пучка в кристалл двумя скрещенными цилиндрическими линзами с фокусными расстояниями, выбранными единственным оптимальным образом. Волновая расстройка при этом также должна соответствовать своему оптимальному значению. Показано, что оптимальная цилиндрическая фокусировка обеспечивает увеличение КПД на ~25% по сравнению с оптимальной сферической фокусировкой. Предложены эмпирические выражения для приближенной оценки оптимальных величин фокусных расстояний и волновой расстройки. Выявлено, что точность этих оценок остается на приемлемо хорошем уровне при варьировании исходных параметров в достаточно широких пределах.

Введение

В рамках настоящей статьи рассмотрим стационарный режим генерации второй гармоники (ГВГ) в квадратично нелинейном одноосном, одноосном кристалле. Предположим, что лазерный пучок, распространяющийся вдоль оси Z декартовой системы координат, — это пространственно когерентное и монохроматическое излучение. Кроме того, ограничимся приближением заданного поля и скалярным «ооe»-взаимодействием. В этом случае комплексные медленно меняющиеся амплитуды на основной частоте $A_1(x, y, z)$ и на частоте второй гармоники $A_2(x, y, z)$ являются решениями следующих уравнений [1, 2]:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{1}{2ik_{1o}} \left(\frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial y^2} \right) = 0, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + \rho \frac{\partial A_2}{\partial x} + \frac{1}{2ik_2^e} \left(\frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_2}{\partial y^2} \right) = i\sigma A_1^2 e^{-i\Delta_k z}, \quad (1b)$$

где

$$k_{1o} = kn_o(\omega), \quad k_2^e = 2kn^e(2\omega, \theta), \quad k = \omega/c;$$

θ — угол между оптической осью кристалла, лежащей в плоскости XZ , и осью Z системы координат; $\Delta_k = k_2^e - 2k_{1o}$ — волновая расстройка; ρ — угол двулучепреломления; σ — коэффициент нелинейной связи.

Функция Грина однородной одноосной среды известна (см., например, [3]), что позволяет представить решение (1) в следующем виде:

$$A_2(x_0, y_0, z, L_0) = iT_2 \sigma \int_0^z e^{-i\Delta_k t} \left[-\frac{ik}{\pi t_L} \right] \times \\ \times \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A_1^2(x, y, t) e^{ik \frac{(x-x_0 + \rho L - \rho t)^2}{t_L}} e^{ik \frac{(y-y_0)^2}{t_L}} dx dy \right] dt, \quad (2)$$

где T_2 — коэффициент Френеля для преломления на выходной грани кристалла в приближении нормального падения; $t_L = z_0 + (L - t)/n$, при этом мы предположили выполненным условие $n \approx n_o(\omega) \approx n^e(2\omega, \theta)$, приняли во внимание, что дистанцию $L - z$ поле (2) проходит в анизотропной среде, и учли преломление на входной и выходной гранях кристалла [4].

Выражение (2) определяет поле ВГ, которое возникает на расстоянии z от входа в кристалл длиной L , а затем линейно распространяется до плоскости наблюдения $L_0 = L + z_0$. Если расстояние z_0 от кристалла до этой плоскости стремится к бесконечности, а поле на основной частоте является гауссовым пучком, то решение (2) легко сводится к так называемой формуле Бойда–Клеймана [5].

В работе [6] обсуждается метод, позволяющий представить решение рассматриваемой задачи в более простом и удобном для дальнейшего использо-

вания виде. При устремлении, как и в [5], расстояния z_0 к бесконечности решение (1) предлагается искать в виде

$$A_1(x, y, L_0) = U_1(x, y, L_0) e^{ik \frac{x^2 + y^2}{2R}}, \quad (3a)$$

$$A_2(x, y, z; L_0) = U_2(x, y, z; L_0) e^{i2k \frac{(x-\rho L)^2 + y^2}{2R}}, \quad (36)$$

где

$$R = \frac{1}{n}(\Delta_f + L/2) + z_0 \approx z_0$$

– радиус волнового фронта. При этом вместо (2) получается

$$\begin{aligned} U_2(x_0, y_0, z; L_0) &= i\sigma \left(\frac{ik}{T_2 \pi z_0} \right)^z \int_0^z e^{-iQ_0 t} \times \\ &\times \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikV_t(x^2+y^2)} U_1(x_0 - x, y_0 - y, L_0) \times \right. \\ &\left. U_1(x_0 + x, y_0 + y, L_0) dx dy \right] dt = i\sigma z \left(\frac{ik}{T_2 \pi z_0} \right) e^{-iQ_0 z/2} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikV_z(x^2+y^2)} U_1(x_0 - x, y_0 - y, L_0) \times \\ &\times U_1(x_0 + x, y_0 + y, L_0) \operatorname{sinc}\left(\frac{Qz}{2}\right) dx dy, \quad (4) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} Q_0 &= \Delta_k - 2k \frac{x_0 \rho}{z_0}; \quad V_t = (\Delta_f - L/2 + t)/nz_0^2, \\ V_z &= (\Delta_f - L/2 + z/2)/nz_0^2; \quad \operatorname{sinc}(x) \equiv \sin(x)/x; \\ Q &= Q_0 + k(x^2 + y^2)/nz_0^2; \end{aligned}$$

Δ_f – расстояние от плоскости перетяжки до центра кристалла ($\Delta_f > 0$, если пучок фокусируется до центра кристалла; в данном случае мы ограничились наиболее интересным в практическом плане вариантом $|\Delta_f| \leq L/2$).

Основное преимущество данного результата по сравнению с (2) состоит в том, что для его использования решение (1a) [т.е. вид функции (3a)] достаточно знать только на плоскости L_0 , а не во всем объеме нелинейного кристалла, что предполагает обращение к (2). Для гауссовых полей это обстоятельство особого значения не имеет, а вот для пучков с более сложными амплитудными профилями переход к (4) позволяет получить конечный аналитический результат в более простых квадратурах и соответственно существенно сократить время, необходимое для их численного расчета.

Понятно, что в отличие от (2) выражение (4) является приближенным решением (1) и выяснение границ его применимости определяет первую задачу настоящей работы. Вторая задача предлагаемого исследования состоит в обсуждении условий, позволяющих обеспечить максимальную эффективность для кристалла KDP, описанного в [7]. В настоящей статье ограничимся спектральным диапазоном лазерного излучения 0,530–1,06 мкм, для которого задача оптимизации нелинейного процесса решается наиболее просто. Особенности ГВГ при углах синхронизма, близких к 90° (длина волны основного излучения близка к 0,5174433... мкм), будут рассмотрены в отдельной статье.

Предположим, что лазерное излучение фокусируется в нелинейный кристалл двумя скрещенными цилиндрическими линзами – L_x и L_y . Линза L_x (с фокусным расстоянием f_x) фокусирует пучок в главной оптической плоскости (координатная плоскость XZ), а линза L_y (фокусное расстояние f_y) – в плоскости YZ . А в самом общем случае для амплитуды $U_1(x, y, L_0)$ из (3a) с точностью до постоянного набег фазы имеет место приближенное представление [6]:

$$U_1(x, y, L_0) = A_0 \exp\left[-\left(\frac{x^2}{a_x^2}\right)^{m_x}\right] \exp\left[-\left(\frac{y^2}{a_y^2}\right)^{m_y}\right], \quad (5)$$

где $A_0 = \sqrt{8\pi P/cI}$, P – мощность лазерного излучения, измеренная в плоскости L_0 ;

$$I(L_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (U_1(x, y, L_0)/A_0)^2 dx dy.$$

Для всех последующих вычислений мощность P равна 1 кВт. Если выполняется условие $f_x = f_y$ ($a_x = a_y$), то фокусировка считается сферической. В общем случае ($f_x \neq f_y$) линзы L_x и L_y должны быть сдвинутыми вдоль оси Z таким образом, чтобы их перетяжки располагались в одной плоскости. Именно поэтому в (3) радиусы волнового фронта оказываются совпадающими в плоскостях XZ и YZ . Предполагается, что величины m_x и m_y могут принимать любые положительные значения. Однако следует иметь в виду, что одновременное увеличение и коэффициентов m_x , m_y , и фокусных расстояний f_x , f_y может приводить к тому, что приближение (5) начнет заметно отличаться от точного представления для амплитуды поля на основной частоте. Если такая ситуация возникает, то следует по-прежнему использовать (3a) (при этом выражение (4) остается в силе), а приближение (5) заменить строгим решением (1a) для плоскости наблюдения L_0 , что никаких дополнительных проблем не составит, но при этом, разумеется, вид амплитуды $U_1(x, y, L_0)$ можно будет задавать только численно.

Цилиндрическая фокусировка лазерного излучения в одноосный нелинейный кристалл (т.е.

создание условий, при которых расходимости пучка в двух взаимно ортогональных плоскостях оказываются существенно различными) используется очень давно и весьма успешно. Описание наиболее популярных схем цилиндрических и комбинированных фокусирующих систем, а также достаточно подробную библиографию по этой проблеме можно найти в [1]. Тем не менее ответа на вопрос — какую конкретно фокусирующую систему необходимо использовать, чтобы обеспечить максимальную эффективность ГВГ лазерного излучения с произвольно заданными параметрами, — в этих работах (в подавляющем большинстве чисто экспериментальных) нам найти не удалось. Разработка методики, позволяющей при минимальных затратах проводить такого рода оценки, и является основным практическим результатом проведенных исследований. Общие теоретические моменты предлагаемой методики рассмотрены в [6], а практические рекомендации, полученные на ее основе, представлены в настоящей статье.

1. Проверка приближенного решения

Для проведения проверки решения (4) рассмотрим следующую задачу. Предположим, что ГВГ осуществляется в кристалле длиной $L = 4$ см. Лазерный пучок имеет длину волны $\lambda = 0,5782$ мкм (одна из линий генерации лазера на парах меди). Распределение его амплитуды в плоскости наблюдения $L_0 = L + z_0$ характеризуется коэффициентами $m_x = 4$, $m_y = 3$. Радиус a_0 лазерного пучка до фокусирующей системы полагаем равным 1 см. Лазерное излучение фокусируется в нелинейный кристалл скрещенными цилиндрическими линзами с фокусными расстояниями $f_x = 460$ см и $f_y = 150$ см. Величина Δ_f выбрана равной 1,99 см. Кристалл повернут таким образом, чтобы волновая расстройка Δ_k была $-3,98$ см $^{-1}$.

Указанная задача решалась двумя различными способами. Непосредственным интегрированием системы уравнений (1) с использованием метода расщепления по физическим факторам и «быстрого преобразования Фурье» [8, 9] (точное решение) и с помощью выражения (4) — приближенное решение. Результаты расчетов представлены на рис. 1 в виде зависимостей амплитуды ВГ от координаты x_0 ($y_0 = 0$) точки наблюдения в плоскости L_0 (кривые 1 соответствуют точному решению, 2 — приближенному). Значения $U_2(x_0, y_0, z; L_0)$ нормировались на амплитуду A_{00} основного излучения на входе фокусирующей системы. Расчеты проводились для $z_0 = 10, 200$ и 100000 см.

Из представленных результатов следует, что, как и ожидалось, приближенное решение (4) непрерывно стремится к точному по мере удаления плоскости наблюдения от выходной грани кристалла. При этом, начиная с $z_0 \approx 10^5$ см (для выбранных значений m_x , m_y и f_x, f_y), результаты этих двух подходов становятся неотличимыми. В силу этого все дальнейшие расчеты проводились с $z_0 = 10^5$ см

в предположении, что возникающая при этом погрешность оказывается пренебрежимо малой.

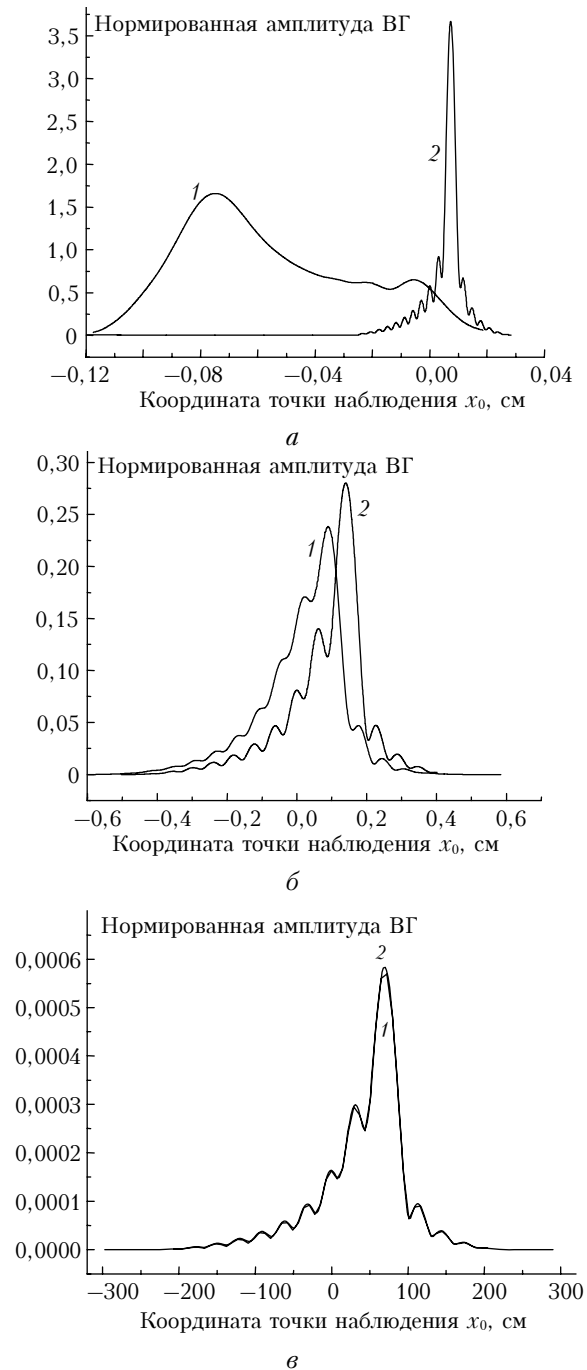


Рис. 1. Зависимость нормированной амплитуды ВГ от координаты x_0 ($y_0 = 0$) точки наблюдения. Дистанция z_0 от кристалла до плоскости наблюдения: 20 см (а), 100 см (б) и 100 000 см (в); 1 — точные решения, 2 — приближенные

2. Оптимизация процесса ГВГ

Строгую постановку этой задачи сформулируем следующим образом. Априорно известными будем считать параметры лазерного излучения ($\lambda, P, m_x, m_y, a_0$) и нелинейного кристалла ($L, n(\lambda, \theta)$,

$\sigma(\lambda, \theta)$). Цель исследований состоит в том, чтобы отыскать такие значения

$$\Delta_f = \Delta_{fop}, \Delta_k = \Delta_{kop}, f_x = f_{xop}, f_y = f_{yop},$$

при которых эффективность ГВГ окажется максимальной. В идеале, который, скорее всего, недостижим, результатом решения данной задачи должно было бы стать определение явных зависимостей величины оптимизируемых параметров и друг от друга, и от значений всех исходных параметров.

Исследования различных частных случаев сформулированной общей задачи предпринимались неоднократно, и наиболее, на наш взгляд, полными, хотя и не исчерпывающими, следует считать результаты, представленные в уже упоминавшейся работе [5], где, в частности, проведена оптимизация ГВГ при сферической фокусировке гауссова пучка в одноосный кристалл. Основным практически значимым результатом формулируется следующим образом. Максимальная эффективность ГВГ достигается при так называемом 90°-синхронизме ($\rho = 0$), если при этом еще выполняются следующие условия:

$$\Delta_{fop} = 0; \frac{\Delta_{kop}L}{2} = -1,6; \xi_{op} = \frac{kL}{4n} \left(\frac{a_0}{f_{op}} \right)^2 = 2,84. \quad (6)$$

В настоящей статье предлагаются результаты исследований, в какой-то степени аналогичных [5], но проведенных для более общей задачи. Лазерный пучок в общем случае может не быть гауссовым, а фокусирующая система может состоять из двух цилиндрических линз. Кроме того, мы ограничиваемся случаем, когда углы θ_c синхронного взаимодействия оказываются существенно меньше 90° (длина волны основного излучения больше 0,53 мкм). Несмотря на то что задача, характеризуемая этими тремя отличительными признаками, представляет несомненный практический интерес, ее детальная оптимизация [т.е. выявление соотношений, подобных (6)], насколько нам известно, не проводилась.

В ходе выполнения численных экспериментов мы пришли к выводу о том, что для обозначенного выше общего случая оптимальные значения интересующих нас параметров можно определить с достаточной точностью, используя следующие эмпирические выражения:

$$\Delta_{fop} = 0, \quad (7a)$$

$$L\Delta_{kop}/2 = -1,5. \quad (76)$$

Оптимальные фокусные расстояния определяются следующим образом:

$$\left(\xi(f_j) = \frac{kL}{4n} \left(\frac{a_0}{f_j} \right)^2 \right).$$

1. Сферическая фокусировка ($f_x = f_y \equiv f_c$):

$$\xi_{cop} \approx 1,44. \quad (7b)$$

2. Фокусировка двумя скрещенными цилиндрическими линзами:

$$\xi_{xop} \approx 0,4, \xi_{yop} \approx 3,2. \quad (7c)$$

Менее интересный для нас случай — фокусировка пучка только одной цилиндрической линзой, в данной статье рассматриваться не будет.

Ниже попытаемся обосновать справедливость предложенных выражений при варьировании исходных параметров в достаточно широких пределах. Для этой цели сравним кпд ГВГ, рассчитанные при точной оптимизации процесса и с использованием приближенных выражений (7).

Прежде всего отметим, что справедливость условия (7a) специальных исследований не требует. Это видно из выражения (4). Действительно, рост абсолютного значения параметра Δ_f увеличивает осцилляции подынтегральной функции и, как следствие, приводит к уменьшению и амплитуды ВГ в каждой точке наблюдения (x_0, y_0) и эффективности нелинейного преобразования. Это обстоятельство хорошо известно (например, [1, 5]), и мы в дальнейшем будем полагать $\Delta_f = 0$.

Обратимся к рис. 2, на котором для трех значений длины нелинейного кристалла: $L = 8$ см (кривые 1), (2) и (3), представлены зависимости эффективности нелинейного преобразования η от величины волновой расстройки Δ_k . Использовался пучок ($\lambda = 0,5782$ мкм) с $m_x = 4$, $m_y = 3$, фокусируемый в кристалл двумя скрещенными цилиндрическими линзами. Сплошными линиями показаны точные решения (оптимизация проводилась по двум параметрам — f_x, f_y), а линиями с точками — приближенные, полученные с использованием (7c).

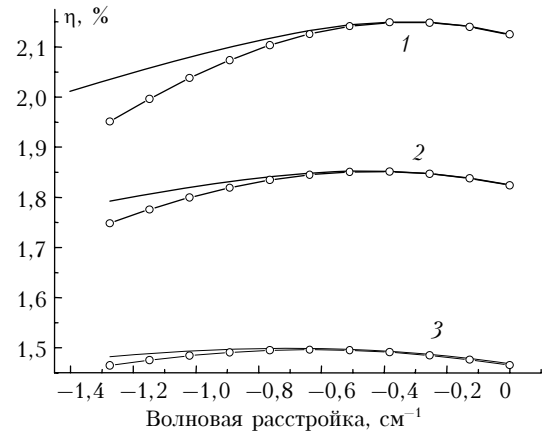


Рис. 2. Эффективность ГВГ (η) как функция волновой расстройки. Длина кристалла: 8 см (1), 6 см (2), 4 см (3). Сплошные линии — точное решение, с кружками — приближенное

Из представленных результатов следует, что, во-первых, положение максимумов кпд достаточно хорошо определяется выражением (76) и, во-вторых, использование (7c) не приводит к сколь угодно существенным ошибкам, когда волновая расстройка близка к оптимальной. Наконец, отметим следующий интересный, на наш взгляд, момент.

Несмотря на то что величина оптимальной волновой расстройки оказывается достаточно большой (причем тем больше, чем меньше длина кристалла), практический выигрыш от такой оптимизации (по сравнению со случаем точного выполнения условия синхронизма) оказывается минимальным — порядка 1%. Иными словами, для рассматриваемого диапазона длин волн основного излучения практические оценки максимальных значений КПД можно проводить, либо используя (76), либо просто полагая, что $\Delta_k = 0$.

Возможность использования выражений (7) при варьировании параметров m_x и m_y показана на рис. 3, где представлены зависимости $\eta(m_x, m_y = 1)$ и $\eta(m_x = 1, m_y)$. Рассматривалось излучение с длиной волны 0,5782 мкм, которое фокусировалось в кристалл длиной 4 см сферической линзой.

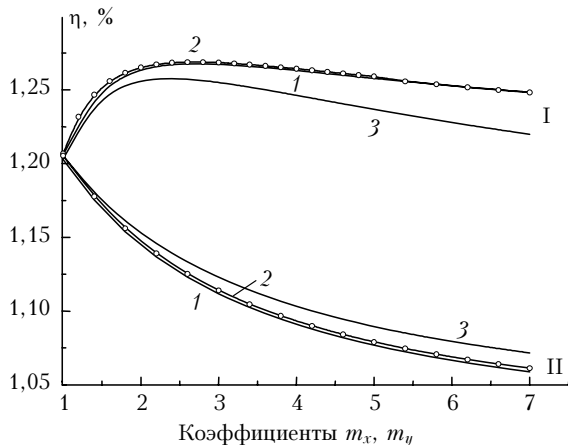


Рис. 3. Эффективность ГВГ (η) при сферической фокусировке как функция коэффициентов m_x и m_y ; $\eta(m_x, m_y = 1)$ — кривые I, $\eta(m_x = 1, m_y)$ — кривые II. Кривые 1 — оптимизация по Δ_k и f ; 2 — оптимизация по $[\Delta_k$ вычисляется по формуле (76)]; 3 — приближенное решение; Δ_k и f вычисляются по формулам (7)

Сравнивая кривые 1 и 2, видим, что использование приближенного выражения (76) практически не ухудшает точность расчетов. Менее удачным оказывается приближение (7в), причем его качество падает по мере увеличения параметров m_x и m_y . Однако и в самых неблагоприятных из рассмотренных нами случаев использование (7в) приводит к ошибкам не более 1%, т.е. точность расчетов остается вполне приемлемой.

Из рис. 3 также виден характер зависимости эффективности нелинейного преобразования от величины коэффициентов m_x и m_y . Для большей уверенности мы повторили указанные расчеты (эти результаты здесь не представлены), используя возможность прямого интегрирования системы уравнений (1), как это было сделано в разд. 1 настоящей статьи. Как и ожидалось, результаты, полученные и тем, и другим способом, оказались абсолютно идентичными. Монотонное уменьшение КПД по мере увеличения m_y можно, наверное, объяснить соответствующим уменьшением амплитуды основ-

ного излучения в плоскости перетяжки. Что же касается роста эффективности при увеличении коэффициента m_x , а тем более наличия максимума при $m_x \approx 3$, то обсуждение этого момента требует, на наш взгляд, специального исследования, выходящего за рамки настоящей статьи.

На рис. 4 представлены зависимости эффективности нелинейного преобразования η от длины волны основного излучения λ .

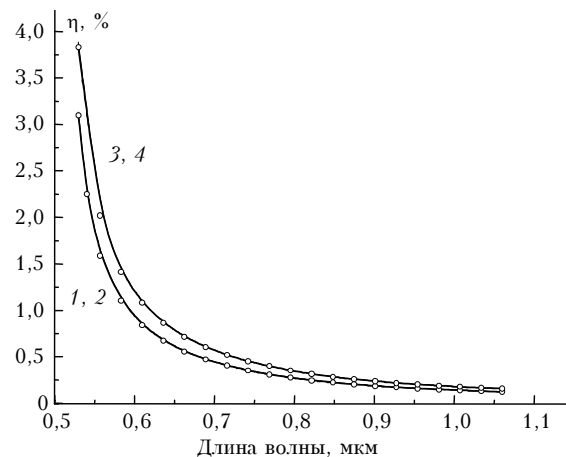


Рис. 4. Зависимость эффективности ГВГ (η) от длины волны основного излучения при оптимальной сферической фокусировке (кривые 1 и 2) и оптимальной цилиндрической фокусировке (3 и 4). Кривые 1 и 3 — точные решения (сплошные линии), 2 и 4 — приближенные, полученные с использованием (7) (с точками)

Кривые 1 и 2 соответствуют сферической фокусировке пучка ($m_x = 4, m_y = 3$) в нелинейный кристалл длиной 4 см, кривые 3 и 4 — фокусировке этого же пучка, но уже двумя цилиндрическими линзами. Кривые 2 и 4 (с точками) получены при использовании формул (7). Кривая 1 (сплошная линия) — это результат оптимизации процесса ГВГ по параметрам Δ_k и по параметру $f = f_x = f_y$. Кривая 3 (сплошная линия) получена в результате оптимизации по параметрам f_x и f_y . Величина Δ_k при этом выбиралась в соответствии с (76). Строго говоря, в последнем случае следовало бы проводить оптимизацию по трем параметрам: f_x, f_y и Δ_k , но мы этого делать не стали, поскольку уточнение результата оказывается при этом минимальным, а время счета программы становится неприемлемо большим. По этой же причине, т.е. для того чтобы ограничиться оптимизацией только двух параметров, мы в предыдущем случае, относящемся к рис. 3, рассматривали сферическую фокусировку, а не цилиндрическую.

Совпадение с высокой точностью кривых 1, 2 и 3, 4 позволяет заключить, что для рассмотренного диапазона длин волн основного излучения использование приближенных оптимальных условий (76)–(7г) не приводит к практически значимой ошибке.

Результаты, представленные на рис. 4, позволяют, кроме уже сказанного, сделать вывод о пре-

имуществе фокусировки двумя скрещенными цилиндрическими линзами по сравнению со сферической фокусировкой. Для практических оценок можно полагать, что выигрыш, приобретаемый за счет цилиндрической фокусировки, не зависит от длины волны основного излучения и составляет приблизительно 25%.

Величина указанного выигрыша остается на этом же уровне и при варьировании дистанции нелинейного взаимодействия. Справедливость сказанного демонстрируют результаты, представленные на рис. 5.

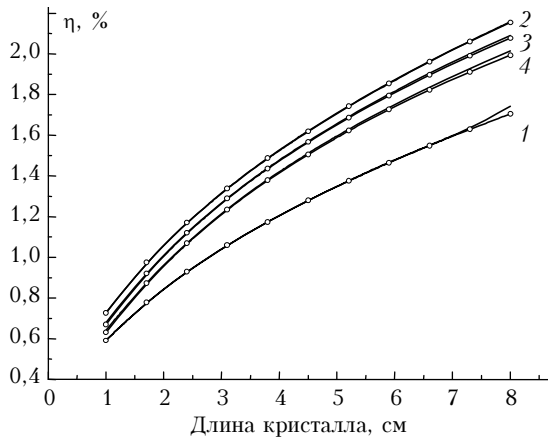


Рис. 5. Эффективность ГВГ (η) как функция длины нелинейного кристалла. Кривые 1 и 2 – гауссов пучок при оптимальной сферической и оптимальной цилиндрической фокусировке соответственно, кривые 3 и 4 – оптимальная цилиндрическая фокусировка пучков с $m_x = m_y = 3$ и $m_x = m_y = 7$. Сплошные линии – точные решения, линии с точками – приближенные

Длина волны основного излучения выбиралась равной 0,5782 мкм. Расчеты проводились двумя способами аналогично предыдущему случаю (см. пояснения к рис. 4). Сплошные линии – строгий подбор оптимальных параметров, линии с точками – использование приближенных условий (7). Оба подхода приводят к неотличимым (при таком масштабе изменения кпд) результатам, что позволяет в очередной раз убедиться в достаточно высоком качестве приближений (7).

Зависимость эффективности нелинейного преобразования от каждого из параметров m_x или m_y в отдельности показана на рис. 3. Здесь мы сочли целесообразным вернуться к вопросу о влиянии формы амплитуды на эффективность ГВГ и показать, к чему приводит одновременное увеличение m_x и m_y . Сравнивая кривые 3 и 4 с кривой 2, замечаем, что у менее «размытых» в поперечном сечении пучков кпд преобразования оказывается несколько меньше.

Результат одновременного, но не обязательно одинакового, увеличения параметров m_x и m_y можно предсказать с высокой точностью, если известны коэффициенты

$$c_x(m_x) = \eta(m_x, m_y = 1) / \eta(m_x = m_y = 1), \quad (8a)$$

$$c_y(m_y) = \eta(m_x = m_y = 1) / \eta(m_x = 1, m_y). \quad (8b)$$

Например, для кристалла длиной 4 см указанные коэффициенты легко найти, воспользовавшись результатами, представленными на рис. 3. При этом, как показывают проведенные нами оценки, с хорошей точностью выполняется

$$\eta(m_x, m_y) = \eta(m_x = m_y = 1) c_x(m_x) / c_y(m_y). \quad (9)$$

Иными словами, механизмы (о которых мы пока ничего конкретного сказать не можем), определяющие влияние коэффициента m_x и коэффициента m_y на эффективность ГВГ, оказываются аддитивными.

Кроме весьма ощутимого увеличения кпд, переход от сферической фокусировки к цилиндрической обеспечивает еще одно несомненное преимущество, которое мы попытаемся прокомментировать, обратившись к рис. 6.

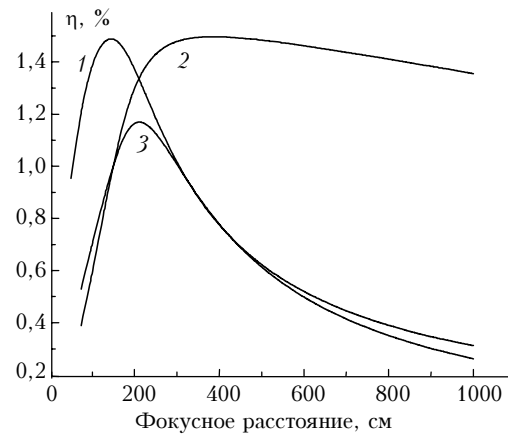


Рис. 6. Зависимость эффективности ГВГ (η) от фокусного расстояния f : кривая 1 – $\eta(f_x = f_{xop}, f_y = f)$; 2 – $\eta(f_x = f, f_y = f_{yop})$; 3 – $\eta(f_x = f_y = f)$

Рассматриваемый случай характеризуется следующими исходными установками: $\lambda = 0,5782$ мкм, $m_x = 4$, $m_y = 3$, $L = 4$ см. Понятно, что первые две кривые соответствуют цилиндрической фокусировке, а последняя – сферической. Параметр f является переменной величиной и определяет фокусное расстояние линзы L_y в первом случае, линзы L_x во втором и сферической линзы в третьем. Для зависимостей 1 и 2 фокусные расстояния f_{xop} и f_{yop} выбирались на основании выражений (7г).

Упомянутое выше второе преимущество цилиндрической фокусировки состоит в очень слабой зависимости кпд от фокусного расстояния f_x , которую демонстрирует ход кривой 2 при $f > f_{xop}$. Это обстоятельство приобретает принципиальное значение, когда дело касается ГВГ мощного лазерного излучения. В этом случае максимальная эффективность нелинейного преобразования будет ограничиваться в том числе и лучевой прочностью нелинейной среды, которая для большинства известных кристаллов составляет примерно 1 ГВт/см² (критическая плотность мощности).

При работе с импульсными лазерами наносекундной (или короче) длительности использование оптимальной фокусировки (сферической или цилиндрической) уже при сравнительно невысоких уровнях мощности излучения будет создавать в плоскости перетяжки (т.е. внутри кристалла) плотности мощности, соизмеримые или превосходящие критическое значение, указанное выше. В такой ситуации, чтобы сохранить кристалл, необходимо уходить от оптимальной фокусировки в сторону увеличения фокусных расстояний используемых линз. При этом применение сферической фокусировки приведет к заметному уменьшению эффективности нелинейного преобразования (см. кривую 3 на рис. 6). Аналогичный результат получится и при цилиндрической фокусировке, если уменьшить плотность мощности и увеличить фокусное расстояние f_y (кривая 1). Принципиально иная ситуация наблюдается при увеличении фокусного расстояния f_x . В этом случае (см. ход кривой 2 на рис. 6) плотность мощности можно уменьшить в разы, сохранив эффективность ГВГ на уровне, практически не отличимом от максимального (оптимального) значения.

Из общих соображений такое полезное для практических целей свойство цилиндрической фокусировки можно объяснить следующим образом. С одной стороны, при уменьшении расходимости основного излучения в главной оптической плоскости (в нашем случае в координатной плоскости XZ) уменьшается влияние диафрагменного и углового апертурных эффектов (см., например, [1, 2, 5]), что должно приводить к увеличению кпд и мощности ВГ. С другой стороны, увеличение фокусного расстояния f_x сопровождается уменьшением плотности мощности основного излучения и, как следствие, пропорциональным (по крайней мере, в приближении заданного поля) уменьшением эффективности преобразования. Поведение кривой 2 на рис. 6 свидетельствует о том, что в области $f_x > f_{xopt}$ влияние отмеченных «положительных» и «негативных» механизмов оказывается скомпенсированным практически точно. В настоящей статье мы ограничимся этими чисто качественными рассуждениями, имея в виду, что при необходимости проведение детального, количественного исследования механизмов, определяющих зависимость эффективности ГВГ от параметров фокусирующей системы, принципиальных затруднений вызывать не должно.

Заключение

Строго говоря, основной результат [имеется в виду решение (4)], позволяющий проводить исследование интересующих нас вопросов, не приводит к заметным ошибкам только при условии, что эффективность нелинейного преобразования не превышает 5%. Это, разумеется, связано с тем, что решение (4) получено в приближении заданного поля. Тем не менее у нас есть серьезные основания предполагать (строгое доказательство планируется продемонстрировать в ближайшем будущем), что оптимальные условия (обеспечивающие максимум

кпд преобразования), определенные в рамках разработанной модели, будут изменяться незначительно и при существенном увеличении мощности основного излучения. Другое дело, что при этом оценить саму величину максимального кпд можно будет только с ошибкой (возможен завышенный результат), которая станет увеличиваться с ростом мощности лазерного излучения.

В представленной работе исследовались оптимальные условия для ГВГ в кристалле KDP при скалярном «ооо»-взаимодействии. К сожалению, на настоящий момент сделать серьезно аргументированные выводы о том, в какой степени полученные результаты будут применимы для других нелинейных процессов в других нелинейных кристаллах и для других типов взаимодействия, не представляется возможным. Ответ на этот вопрос требует дополнительных исследований (по предложенной в настоящей статье универсальной схеме), которые мы собираемся провести в ближайшее время.

В настоящей статье задача оптимизации процесса ГВГ рассматривалась для наиболее, на наш взгляд, простого, но практически значимого случая — углы синхронного взаимодействия далеки от 90° . Применительно к кристаллу KDP это означает, что длина волны основного излучения должна быть больше 0,53 мкм. Длина волны 1,06 мкм, ограничивающая сверху исследуемый спектральный диапазон, выбрана совершенно произвольно.

В качестве фокусирующей системы рассматривалась конструкция, состоящая из двух тонких скрещенных цилиндрических линз. Для проведения расчетов такая система является универсальной, поскольку при соответствующем выборе фокусных расстояний линз и дистанции между линзами она позволяет наиболее простым способом смоделировать результат использования любой фокусирующей системы, состоящей из произвольного числа оптических элементов. Разумеется, что речь идет о безабберационной оптике.

В пределах отмеченных выше ограничений общности результаты проведенных исследований позволяют сформулировать следующие основные выводы.

1. Максимальная эффективность ГВГ обеспечивается при фокусировке лазерного излучения в кристалл двумя цилиндрическими линзами с фокусными расстояниями, выбранными единственным оптимальным образом. Указанные оптимальные фокусные расстояния можно приближенно оценить, воспользовавшись эмпирическими соотношениям (7г). Использование выражений (7г) будет приводить к ошибке вычисления максимального кпд не более 1% по отношению к результату точного расчета.

2. По сравнению с оптимальной сферической фокусировкой [фокусное расстояние линзы удовлетворяет эмпирическому выражению (7в)] оптимальная цилиндрическая фокусировка обеспечивает выигрыш по кпд порядка 25%, причем величина этого выигрыша практически не изменяется при варьировании исходных условий в достаточно широких пределах.

3. Максимум эффективности ГВГ достигается при волновой расстройке $\Delta_k = \Delta_{kop}$, удовлетворяющей приближенному условию (76). При изменении волновой расстройки Δ_k от 0 до Δ_{kop} эффективность нелинейного преобразования изменяется очень незначительно (в лучшем случае на величину порядка 1,5%), в силу чего заключаем, что этот механизм оптимизации для рассматриваемого нами класса задач практического значения не имеет и для упрощения расчетов во всех случаях можно полагать $\Delta_k = \Delta_{kop} = 0$.

1. *Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В.* Прикладная нелинейная оптика. Изд. 2-е. М.: Физматлит, 2004. 512 с.
2. *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. 2-е изд. М.: Наука, 1990. 432 с.
3. *Творогов С.Д., Троицкий В.О.* Точные и приближенные представления для лазерного пучка в одноосной,

- однородной среде // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18. № 9. С. 744–753.
4. *Колосов В.В., Троицкий В.О.* Параксимальное приближение для задачи распространения пучков в плоскостной среде // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18. № 9. С. 754–759.
 5. *Boyd G.D., Kleinman D.A.* Parametric Interaction of Focused Gaussian Light Beams // J. Appl. Phys. 1968. V. 39. N 8. P. 3597–3639.
 6. *Троицкий В.О.* ГВГ при фокусировке пучка в одноосный кристалл скрещенными цилиндрическими линзами. Приближение заданного поля // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19. № 8. С. 741–747.
 7. *Никогосян Д.Н.* Кристаллы для нелинейной оптики // Квант. электрон. 1977. Т. 4. № 1. С. 5–27.
 8. *Fleck J.A., Morris J.R., Feit M.D.* Time dependent propagation of high-energy laser beam through the atmosphere // Appl. Phys. 1977. V. 11. N 3. P. 329–334.
 9. *Лукин В.П., Фортес Б.Ф.* Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 214 с.

V.V. Kolosov, V.O. Troitsky. **Optimal focusing of the beam at the second harmonic generation in an uniaxial crystal. Field approximation.**

In the approximation of the assumed field the problem of the second harmonic generation is considered for the scalar «оо»-synchronism in a KDP crystal for $\lambda \geq 0.53 \mu\text{m}$. It is demonstrated that the maximum of nonlinear transform efficiency is reached when beam is focused to the crystal by two crossed cylindrical lenses with optimal focal lengths. Wave detuning here must also be optimal. It is proved that the use of optimal cylindrical focusing increases the efficiency by approximately. 25% as compared to the optical spherical focusing. Empirical expressions are suggested for approximate estimates of the optimal values of focal lengths and wave detuning. Even with the original parameters largely varied, the accuracy of these estimates keeps reliable.