«Оптика атмосферы и океана», **20,** № 3 (2007)

ОПТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И БАЗЫ ДАННЫХ ОПТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ ОБ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЕ

УДК 551.551.8

А.И. Бородулин, Б.М. Десятков, Н.А. Лаптева, А.А. Ярыгин

Функция распределения концентрации атмосферных полидисперсных примесей

НИИ аэробиологии ГНЦ ВБ «Вектор», пос. Кольцово Новосибирской обл.

Поступила в редакцию 27.11.2005 г.

При моделировании распространения атмосферных загрязнений практически важным является определение ряда статистических характеристик концентрации примеси. Рассматривается задача определения функции распределения концентрации атмосферных полидисперсных примесей.

Моделирование распространения атмосферных примесей обычно производится с помощью полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии [1]:

$$\frac{\partial \overline{C}}{\partial t}+\overline{U}_i\frac{\partial\ \overline{C}}{\partial\, x_i}-V_s\frac{\partial\ \overline{C}}{\partial\, x_z}-\frac{\partial}{\partial\, x_i}K_{ij}\frac{\partial\ \overline{C}}{\partial\, x_j}=\overline{Q};\ (i,j=\overline{1,3}),\quad (1)$$

где $\overline{C}$ и $\overline{U}_i$ — математические ожидания концентрации примеси и компонент скорости ветра; V_s — скорость гравитационного осаждения частиц; K_{ij} — компоненты тензора коэффициентов турбулентной диффузии; $\overline{Q}$ — член, описывающий источники и стоки примеси; $x_3 = z$ соответствует вертикальной координате. Черта сверху обозначает усреднение по статистическому ансамблю. По повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Уравнение (1) описывает распространение монодисперсной фракции примеси с аэродинамическим диаметром частиц D. Поэтому $V_s = V_s(D)$ и $\overline{Q}=\overline{Q}(D)$ являются функциями от диаметра частиц. Обычно при определении концентрации полидисперсных систем разбивается весь рассматриваемый диапазон диаметров частиц $D_{\min} \le D \le D_{\max}$ на интервалы ΔD, в пределах которых предполагается независимость V_s, $\overline{Q}$ от диаметров частиц и определяется концентрация фракций по уравнению (1), а затем суммируется концентрация найденных монодисперсных фракций.

Распространение атмосферных примесей происходит в турбулентной среде, поэтому практически важным является определение ряда статистических характеристик полей концентрации. В частности, дисперсия концентрации σ^2 может быть найдена решением уравнения [2]:

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial t}+\overline{U}_i\frac{\partial \sigma^2}{\partial x_i}-V_s\frac{\partial \sigma^2}{\partial x_z}-\frac{\partial}{\partial x_i}K_{ij}\frac{\partial \sigma^2}{\partial x_j}=K_{ij}\frac{\partial \overline{C}}{\partial x_i}\frac{\partial \overline{C}}{\partial x_j}.\quad (2)$$

Однако математического ожидания и дисперсии концентрации недостаточно для определения таких характеристик, как, например, определение вероятности превышения концентрацией примеси предельно допустимых значений и др. В статье рассматривается задача определения функции распределения концентрации атмосферных полидисперсных примесей, позволяющая решать подобные задачи.

Пусть C_m есть плотность мгновенного значения концентрации монодисперсной фракции на оси диаметров частиц. Ее математическое ожидание соответствует решению уравнения (1) при заданной плотности распределения члена, описывающего источники примеси $\overline{Q}_m$, на оси диаметров частиц. В соответствии с этим мгновенное значение и математическое ожидание концентрации полидисперсной примеси будут представлены выражениями

$$C_p = \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} C_m\, dD,\quad \overline{C}_p = \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} \overline{C}_m\, dD.\quad (3)$$

Уравнению (1), записанному для $\overline{C}_m$, соответствует уравнение (2) для плотности дисперсии концентрации монодисперсной фракции σ_m^2, в котором $\overline{C}$ надо заменить на $\overline{C}_m$.

Поскольку концентрация полидисперсной системы является интегральной характеристикой, то ее функция распределения $F(C_p)$ имеет вид [3]:

$$F(C_p) = 1+\frac{1}{2}\left[\operatorname{erf}\left(\frac{C_p-\overline{C}_p}{\beta}\right)-\operatorname{erf}\left(\frac{C_p+\overline{C}_p}{\beta}\right)\right],\quad (4)$$

где erf — интеграл вероятности; $\overline{C}_p$ — математическое ожидание концентрации полидисперсной примеси, см. (3); β — второй параметр функции распределения. Соотношение [3]:

$$\frac{\sigma_p^2}{\overline{C}_p^2}=\operatorname{erf}\left(\frac{\overline{C}_p}{\beta}\right)\left(1+\frac{\beta^2}{2\overline{C}_p^2}\right)-1+\frac{\beta}{\sqrt{\pi}\,\overline{C}_p}\exp\left(-\frac{\overline{C}_p^2}{\beta^2}\right),\quad (5)$$

где σ_p^2 — дисперсия концентрации полидисперсной примеси, связывает параметр β с $\overline{C}_p$ и σ_p^2. Функция распределения (4) является точным аналитическим решением уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова и получена в рамках предположений, которые делаются при выводе уравнений (1) и (2). Вид $F(C_p)$ обоснован циклом экспериментов, проведенных на аэродинамической трубе, и соответствует классическим свойствам асимптотик теории турбулентного горения [3]. Отметим, что $F(0)$ – вероятность наблюдения нулевых значений концентрации полидисперсных примесей, что является следствием наличия эффекта перемежаемости концентрации [3].

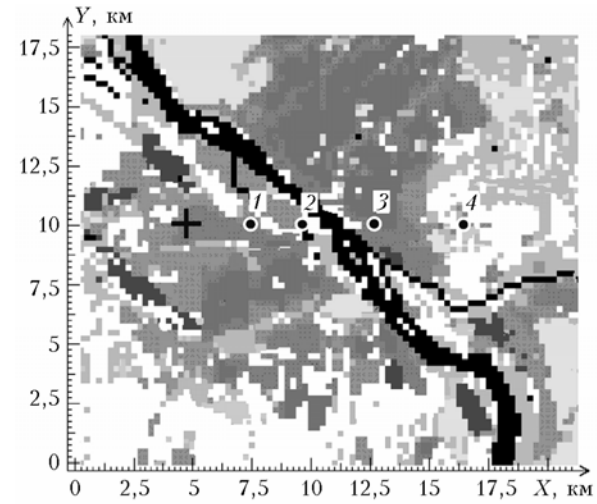
Поскольку мгновенные значения концентрации монодисперсных фракций различных диаметров статистически не зависимы, то выражение для дисперсии концентрации будет иметь вид (см. аналогичное соотношение в [4])

$$\sigma_p^2 = \int\limits_{D_{\min}}^{D_{\max}} \int \overline{[C_m(D_1) - \overline{C}_m(D_1)][C_m(D_2) - \overline{C}_m(D_2)]}\, dD_1 dD_2 =$$

$$= 2 \int\limits_{D_{\min}}^{D_{\max}} (D_{\max} - D)\, \sigma_m^2(D)\, dD. \qquad (6)$$

Для определения $F(C_p)$ необходимо и достаточно решить уравнения (1), (2) для $\overline{C}_m$, σ_m^2 и по (3), (6) и (5) определить параметры $\overline{C}_p$ и β.

Рассмотрим пример, в котором стационарный точечный источник с координатами $x_0 = 5$ км, $y_0 = 10$ км, $z_0 = 50$ м расположен в левобережной части г. Новосибирска (рисунок).



Схематическое изображение расчетной области. Источник отмечен крестиком; точки, в которых вычислялись математическое ожидание и стандартное отклонения концентрации, пронумерованы

Для диапазона $0 \le D \le 50$ мкм задавались два типа стационарных точечных источников полидисперсной примеси с одинаковой мощностью, но различным дисперсным составом частиц:

$$\overline{Q}_{m1} = Q_0 \frac{D_{\max} - D}{D_{\max} - D_{\min}} \delta(x - x_0)\, \delta(y - y_0)\, \delta(z - z_0),$$

$$\overline{Q}_{m2} = Q_0 \frac{D - D_{\min}}{D_{\max} - D_{\min}} \delta(x - x_0)\, \delta(y - y_0)\, \delta(z - z_0),$$

$$Q_0 = 10^{10} \text{ усл. ед.},$$

где δ – дельта-функция. В первом варианте источник испускает преимущественно мелкие частицы, а во втором – крупные. Метеорологические условия задавались типичными для июльского дня в нашем регионе. Скорость ветра на уровне флюгера на левой границе расчетной области задавалась равной 3 м/с. В таблице приведены результаты расчетов $\overline{C}_p$ и σ_p в четырех точках на линии $x > x_0$, $y = 10$ км, $z = 10$ м (см. рисунок).

Рассчитанные значения $\overline{C}_p$ и σ_p, усл. ед.

Параметр	Расстояние от источника, км			
	7,5	9,5	12,5	15,5
	Вариант $\overline{Q}_{m1}$			
$\overline{C}_p$	$1{,}99 \cdot 10^5$	$2{,}74 \cdot 10^4$	$3{,}95 \cdot 10^3$	$6{,}87 \cdot 10^2$
σ_p	$8{,}44 \cdot 10^3$	$2{,}62 \cdot 10^3$	$5{,}13 \cdot 10^2$	$1{,}16 \cdot 10^2$
	Вариант $\overline{Q}_{m2}$			
$\overline{C}_p$	$1{,}95 \cdot 10^5$	$2{,}62 \cdot 10^4$	$3{,}71 \cdot 10^3$	$6{,}13 \cdot 10^2$
σ_p	$4{,}72 \cdot 10^3$	$1{,}41 \cdot 10^3$	$2{,}71 \cdot 10^2$	$5{,}77 \cdot 10^1$

Из приведенных в таблице данных видно, что рассчитанные величины математического ожидания концентрации двух рассматривавшихся полидисперсных систем отличаются незначительно. В то же время значения стандартного отклонения концентрации полидисперсных примесей существенно зависят от вида исходного распределения частиц по размерам.

1. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. М.: Наука, 1965. Ч. 1. 720 с.
2. *Роди В.* Модели турбулентности окружающей среды // Методы расчета турбулентных течений. М.: Мир, 1984. С. 227–321.
3. *Бородулин А.И., Майстренко Г.А., Чалдин Б.М.* Статистическое описание процесса турбулентной диффузии аэрозолей в атмосфере. Метод и приложения. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1992. 124 с.
4. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.

A.I. Borodulin, B.M. Desyatkov, N.A. Lapteva, A.A. Yarygin. **Distribution function of atmospheric polydispersed admixtures concentration.**

When modeling the spread of atmospheric contaminants, the determination of statistical characteristics of the admixture concentration is of importance. In this paper, the determination of distribution function of atmospheric polydispersed admixtures is considered.