

В.А. Шмидт, Л.Е. Парамонов

Рассеяние света ледяными гексагональными цилиндрами*Сибирский федеральный университет, г. Красноярск*

Поступила в редакцию 2.05.2007 г.

Рассматривается рассеяние света гексагональными цилиндрами с показателем преломления, соответствующим ледяным частицам в видимой области спектра. Приводятся результаты численных расчетов угловой зависимости элементов матрицы рассеяния для хаотически и горизонтально ориентированных гексагональных цилиндров. Ориентационное усреднение оптических характеристик по ансамблю частиц проведено аналитически с использованием метода Т-матриц. Сравняются поляризационные характеристики гексагональных и круговых цилиндров.

Кристаллические облака играют важную роль в радиационном балансе «Земля–атмосфера» и покрывают около 20% поверхности Земли [1, 2]. Для интерпретации данных дистанционного зондирования, оценки отражения и пропускания световых потоков облаками в спектральном диапазоне и использования в климатических моделях [3] необходимы знания о микрофизических и радиационных свойствах кристаллических облаков. При моделировании оптических характеристик кристаллических облаков используется гексагональная форма ледяных кристаллов [4–6].

В теоретических исследованиях однократного и многократного рассеяния света изотропными средами полезным и эффективным является подход, основанный на разложении элементов матрицы рассеяния по полной ортогональной системе обобщенных сферических функций [7]. Коэффициенты ряда Фурье элементов матрицы рассеяния по обобщенным сферическим функциям являются компактным и удобным способом хранения информации об оптических характеристиках ансамбля частиц и, вычисленные однажды, могут многократно использоваться при решении задач однократного и многократного рассеяния, к тому же значительно упрощаются численное решение уравнения переноса излучения [8] и оценка потоков рассеянного излучения в произвольных конических телесных углах [9]. В настоящее время известны решения и численно реализованы алгоритмы для сферических частиц [10] и хаотически ориентированных осесимметричных частиц [11].

В кратком сообщении для расчета угловой зависимости и нахождения коэффициентов Фурье разложения по обобщенным сферическим функциям элементов матрицы рассеяния хаотически ориентированных гексагональных цилиндров на основе метода Т-матриц [12] используется аналитический алгоритм ориентационного усреднения оптических характеристик хаотически ориентированных частиц, не обладающих осевой симметрией [13, 14].

Данные сравнительного анализа по времени численной реализации аналитического метода [13, 14]

с результатами работы [5], где расчеты для хаотически ориентированных гексагональных цилиндров также выполнены с использованием метода Т-матриц и FDTD (finite-difference time domain)-метода [15], приведены в таблице.

Время расчета (с) оптических характеристик хаотически ориентированных гексагональных цилиндров с относительным показателем преломления $m_r = 1,30778 + i0,166667 \cdot 10^{-7}$ и $\varepsilon = 1$

$\rho = kL$	1*	2**	3***
5	1,25	91,45	3960,0
10	3,66	691,31	48600,0
15	26,96	6978,91	180000,0
20	91,57	20241,95	433800,0

* Метод Т-матриц с использованием аналитического алгоритма усреднения, расчеты выполнены на Intel Celeron Mobile 1,3 ГГц; ** метод Т-матриц [5], расчеты выполнены на DEC VAX Alpha 600 ГГц; *** FDTD-метод [5], расчеты выполнены на SGI Octane 300 ГГц.

Гексагональный цилиндр характеризуется дифракционным параметром $\rho = kl$ (k – волновое число), отношением $\varepsilon = l/d$ – длины цилиндра l к диаметру основания d , равному удвоенной стороне правильного шестиугольника, и относительным показателем преломления m_r .

Аналитический алгоритм ориентационного усреднения оптических характеристик ансамблей несферических частиц, не обладающих осевой симметрией, значительно эффективнее процедуры численного ориентационного интегрирования по трем углам Эйлера. В частности, для гексагональных цилиндров аналитический алгоритм в среднем на два порядка по времени численной реализации эффективнее существующих аналогов [5].

Расчеты с использованием точной теории – метода Т-матриц – являются эталонными и могут быть использованы для проверки адекватности приближен-

ных методов, аппроксимаций и определения области их корректного применения. В ряде работ [4, 5] при оценке угловой зависимости элементов матрицы рассеяния горизонтально и хаотически ориентированных гексагональных цилиндров используются круговые цилиндры, аппроксимирующие гексагональную форму частиц и имеющие равные с гексагональными цилиндрами объемы.

Угловая зависимость нормированных элементов матрицы рассеяния для хаотически ориентированных гексагональных и круговых цилиндров, рассчитанная с помощью метода Т-матриц, представлена на рис. 1. Здесь в качестве диаметра d выбирается диаметр вписанной в основание гексагонального цилиндра окружности.

Следует отметить, что аналитический алгоритм ориентационного усреднения применим и для горизонтально ориентированных гексагональных цилиндров [14].

Пусть α, β, γ — углы Эйлера, характеризующие последовательное вращение лабораторной системы координат (L) относительно подвижных осей координат Z, Y, Z к системе координат (P), связанной с гексагональным цилиндром, где ось Z совпадает с осью частицы и проходит через центры нижнего и верхнего шестиугольных оснований, а ось X перпендикулярна стороне основания. Если системы координат правые, то падающее излучение направлено вдоль положительной оси Z лабораторной системы координат.

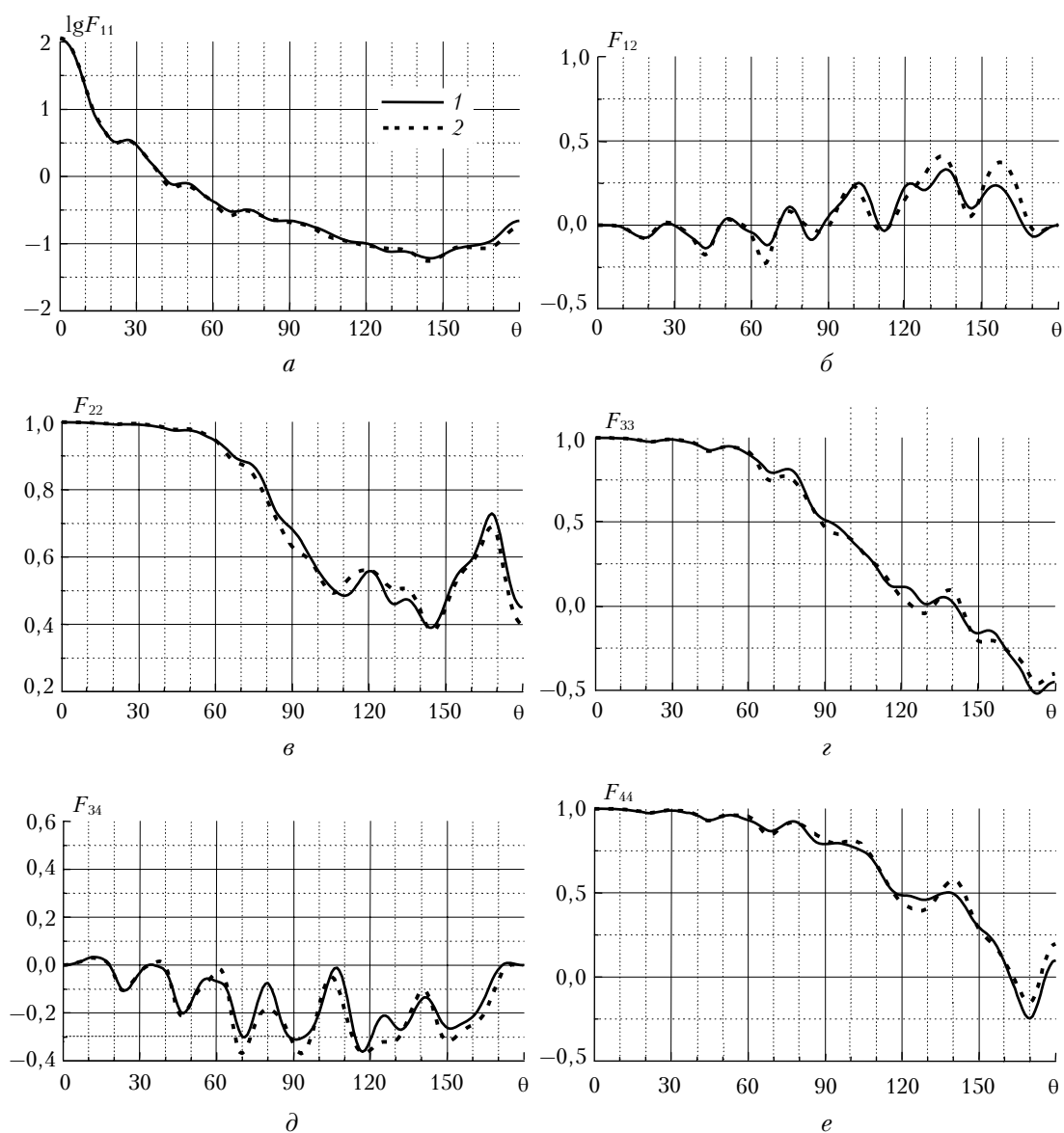


Рис. 1. Угловая зависимость нормированных элементов матрицы рассеяния ($a - \lg F_{11}$, $б - F_{12}$, $в - F_{22}$, $г - F_{33}$, $д - F_{34}$, $е - F_{44}$) хаотически ориентированных вытянутых гексагональных (1) и круговых (2) цилиндров одинакового объема; $\rho = 20$; $\varepsilon = 2$; $m_r = 1,313$

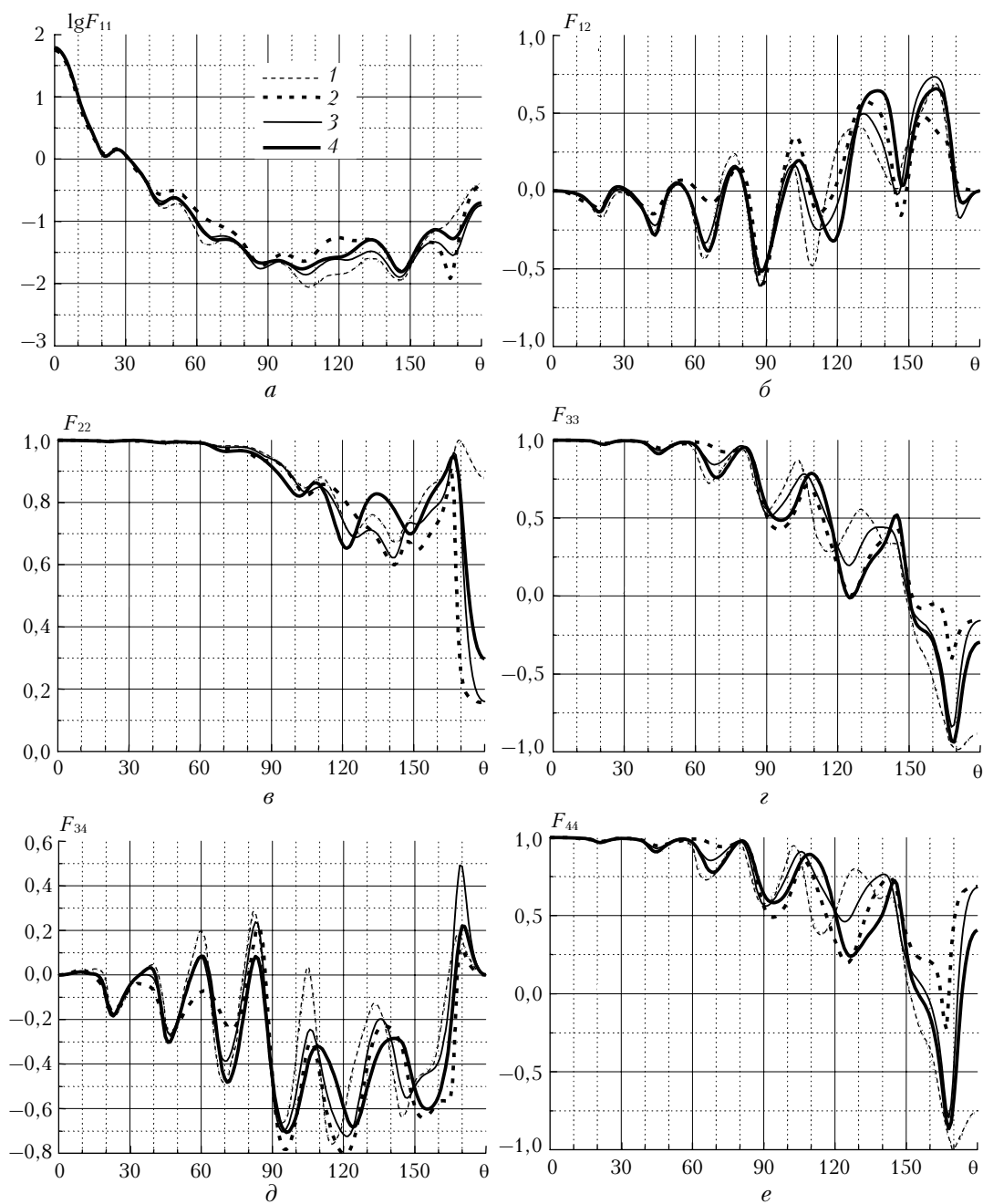


Рис. 2. То же, что на рис. 1, но для горизонтально ориентированных гексагональных цилиндров с ориентационным распределением (1): $\gamma_0 = 0$ (1), $\gamma_0 = \pi/6$ (2); для гексагональных (3) и круговых (4) цилиндров с ориентационным распределением (2)

Угловая зависимость элементов матрицы рассеяния горизонтально ориентированных гексагональных и круговых цилиндров представлена на рис. 2 для следующих функций плотности ориентационного распределения:

$$p(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{2\pi} \delta\left(\cos\beta - \cos\frac{\pi}{2}\right) \delta(\gamma - \gamma_0), \quad (1)$$

$$p(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{4\pi^2} \delta\left(\cos\beta - \cos\frac{\pi}{2}\right), \quad (2)$$

где δ — дельта-функция Дирака. В отмеченных случаях ось частицы составляет с направлением рас-

пространения падающего излучения угол, равный 90° , ориентация оси частицы в горизонтальной плоскости имеет равномерное распределение, что означает независимость от угла α функций плотности (1), (2). Ориентация гексагонального цилиндра, определяемая вращением вокруг оси частицы, описывается углом γ_0 , независимость от γ функции плотности (2) означает равномерное распределение по углу γ . Площадь проекции гексагонального цилиндра на плоскость, перпендикулярную направлению падающей волны, максимальна при $\gamma_0 = 0$ и минимальна при $\gamma_0 = \pi/6$.

Для горизонтально ориентированных круговых цилиндров применение функций плотности (1) и (2) дает одинаковый результат, так как ориентация кругового цилиндра в пространстве не зависит от γ .

В заключение отметим, что результаты [13, 14] являются логическим продолжением и обобщением результатов [10, 11] на случай ансамблей частиц, не обладающих осевой симметрией. В результате численной реализации аналитического алгоритма показано, что в ряде случаев поляризационные характеристики хаотически ориентированных гексагональных цилиндров могут быть оценены с помощью эквивалентных круговых цилиндров, для горизонтально ориентированных гексагональных цилиндров существуют значительные вариации в зависимости от γ_0 в области обратного рассеяния для элементов матрицы рассеяния F_{22} , F_{33} , F_{44} .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 07-05-00734а.

1. *Liou K.N.* Influence of cirrus clouds on weather and climate processes: a global perspective // *Mon. Weather Rev.* 1986. V. 114. N 9. P. 1167–1199.
2. *Hartmann D.L., Ockert-Bell M.E., Michelsen M.L.* The effect of cloud type on earth's energy balance // *J. Clim.* 1992. V. 5. N 5. P. 1281–1304.
3. *Liou K.N., Takano Y.* Light scattering by nonspherical particles: remote sensing and climate implications // *Atmos. Rev.* 1994. V. 31. N 2. P. 271–298.
4. *Chen G., Yang P., Kattawar G.W., Mishchenko M.I.* Scattering phase functions of horizontally oriented hexagonal ice crystals // *J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer.* 2006. V. 100. N 1–3. P. 91–102.
5. *Baran A., Yang P., Havermann S.* Calculation of the single-scattering properties of randomly oriented hexa-

gonal ice columns: a comparison of the T-matrix and the finite-difference time-domain methods // *Appl. Opt.* 2001. V. 40. N 24. P. 4376–4386.

6. *Takano Y., Liou K.N.* Solar radiative transfer in cirrus clouds. Part I: single-scattering and optical properties of hexagonal ice crystals // *J. Atmos. Sci.* 1989. V. 46. N 1. P. 3–19.
7. *Гельфанд И.М., Шапиро З.Я.* Представления группы вращений трехмерного пространства и их применения // *Успехи матем. наук.* 1952. Т. 7. № 1. С. 3–117.
8. *Mishchenko M.I., Travis L.D., Lacis A.A.* Multiple Scattering of Light by Particles: Radiative Transfer and Coherent Backscattering. Cambridge, UK: Cambridge U. Press, 2006. 478 p.
9. *Paramonov L.E.* Light scattering by randomly oriented particles into solid angles // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 1994. V. 11. N 4. P. 1360–1369.
10. *Domke H.* Fourier expansion of the phase matrix for the Mie scattering // *Z. Meteorol.* 1975. Bd 25. N 6. S. 357–361.
11. *Mishchenko M.I.* Light scattering by randomly oriented axially symmetric particles // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 1991. V. 8. N 6. P. 871–882.
12. *Waterman P.C.* Symmetry, unitarity, and geometry in electromagnetic scattering // *Phys. Rev. D.* 1971. V. 3. N 4. P. 825–839.
13. *Шмидт В.А.* Коэффициенты разложения элементов матрицы рассеяния хаотически ориентированных частиц, не обладающих осевой симметрией // *Исследовано в России.* 2005. Т. 8. С. 1005–1009. <http://zhurnal.gpi.ru/articles/2005/097.pdf>
14. *Парамонов Л.Е., Шмидт В.А., Черкасова Г.В.* Аналитические алгоритмы усреднения в задачах дифракции света несферическими частицами // *Вычислительные технологии.* 2005. Т. 10 (Спец. вып.). С. 100–108.
15. *Yang P., Liou K.-N.* Finite-difference time domain method for light scattering by small ice crystals in three-dimensional space // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 1996. V. 13. N 10. P. 2072–2085.

V.A. Schmidt, L.E. Paramonov. Light scattering by ice hexagonal cylinders.

Light scattering by ice hexagonal cylinders is considered. The results of numerical calculations of angular dependence of scattering matrix elements for randomly and horizontally oriented hexagonal and circular cylinders are presented. Orientation averaging of optical characteristics over ensemble of particles carried out analytically with use of T-matrix method. Polarization characteristics of hexagonal and circular cylinders are compared.