

Б.В. Кауль<sup>1</sup>, И.В. Самохвалов<sup>2</sup>

## Физические факторы, определяющие пространственную ориентацию частиц кристаллических облаков

<sup>1</sup>Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

<sup>2</sup>Томский государственный университет

Поступила в редакцию 20.06.2007 г.

Рассмотрены аэродинамические и электростатические воздействия на частицы ледяных облаков. Пластинчатые и столбчатые формы облачных частиц моделируются сплюснутыми сфероидами и вытянутыми эллипсоидами вращения. Получены формулы для функций распределения по углам полярной и азимутальной ориентации в полидисперсных ансамблях пластинчатых и столбчатых частиц при совместном воздействии на них аэродинамических и электростатических сил в условиях деструктивного влияния на процесс ориентации теплового движения молекул воздуха и турбулентности.

### Введение

Пропускание и рассеяние солнечной радиации кристаллическими облаками сильно зависят от пространственной ориентации частиц. В связи с тем что ледяные облака заметно влияют на радиационный баланс системы «земная поверхность — атмосфера», корректный учет ориентации частиц при решении задач переноса солнечной радиации в атмосфере представляется актуальным. Тем не менее до последнего времени решение этой проблемы нельзя считать существенно продвинутым. Еще в сравнительно недавних расчетах использовались модели трехмерной или двумерной случайной ориентации частиц либо гауссово распределение по углам ориентации больших диаметров частиц возле горизонтального положения [1–4]. Но в последнем случае не ясно, какую дисперсию следует принять в качестве параметра распределения. По вполне понятным причинам экспериментальная информация об ориентации частиц в облаках, полученная *in situ*, отсутствует. Имеются лишь отдельные лабораторные исследования скорости падения и ориентации ледяных кристаллов [5, 6].

Авторами работ [7, 8] были предложены эвристические модели процесса ориентации частиц при их падении. Наиболее дискуссионным оказался вопрос о деструктивном влиянии на ориентацию частиц турбулентных движений воздуха. Если в [7] фактически отрицается какое-либо влияние турбулентности на ориентацию, то анализ, приведенный в [8], показал, что турбулентность заметно влияет на распределение частиц большими диаметрами возле горизонтального положения. Экспериментальные данные, по которым можно было бы судить о справедливости той или иной модели, длительное время отсутствовали.

Наши результаты лидарных измерений матриц обратного рассеяния [9] позволили произвести оценку степени ориентации частиц большими диа-

метрами в горизонтальное положение. Оказалось, что такая ориентация, как правило, слабее, чем это можно предположить на основе модели [8].

Кроме того, измерения показали наличие преимущественно слабо выраженной азимутальной ориентации частиц, чего не учитывает ни одна из существующих моделей. Нами показано, что одной из причин такой ориентации могут быть пульсации скорости ветра.

Электростатические поля в облаках также могут оказывать ориентирующее действие. Описание этого типа ориентации тесно смыкается с описанием электрооптического эффекта в аэрозольных средах, по исследованию которого имеется обширная литература. Некоторые ссылки можно найти в [13], но конкретные оценки влияния электрических полей на ориентацию частиц кристаллических облаков отсутствуют. Как будет показано ниже, вертикальные градиенты электрического потенциала препятствуют ориентации частиц большими диаметрами в горизонтальное положение, а в случае достаточно сильных полей могут изменить тип ориентации.

В цикле статей [10–12] нами рассмотрены по отдельности эффекты аэродинамической и электростатической ориентации. Представляется целесообразным, без излишней математической детализации, которую можно почерпнуть из указанных статей, рассмотреть действие этих эффектов в совокупности.

### Аэродинамическая ориентация

Из гидродинамики известно, что на тело, находящееся в набегающем потоке жидкости или воздуха, действует момент сил, стремящийся развернуть его наибольшим размером поперек направления потока. Это экспериментальный факт. Его теоретическое объяснение можно найти в книгах по гидродинамике, например [14, 15]. Устойчивый

характер движения, когда большой диаметр тела ориентирован перпендикулярно вектору скорости набегающего потока, сохраняется до тех пор, пока для чисел Рейнольдса выполняется условие

$$Re = uh/v \gtrsim 50,$$

где  $u$  — относительная скорость движения тела в потоке;  $v$  — кинематическая вязкость воздуха;  $h$  — характерный размер, примерно равный наибольшему диаметру тела. При  $Re \lesssim 50$  наступает так называемый режим отрыва вихрей и устойчивое движение с ориентацией большими диаметрами поперек направления движения нарушается. При этом имеют место колебания около положения устойчивого движения или беспорядочные повороты «кувыркания» тела. Сказанное хорошо отражено в работе [16], где приведены результаты численного решения уравнения Навье — Стокса для случая падения цилиндра при различных числах  $Re$ . Там же приведены фотографии с визуализацией вихревых движений при падении цилиндрического тела в жидкости.

### Ориентация частиц при падении

Выстраивание частиц кристаллических облаков большими диаметрами в горизонтальное положение при падении является главным и постоянно действующим фактором. Режим движения зависит от величины числа  $Re$ . Скорость падения зависит от массы и формы частиц. Для сферических частиц микронных размеров скорость падения может быть определена по формуле Стокса

$$mg = 6\pi\eta ur, \quad (1)$$

где  $m$  — масса частицы;  $g$  — ускорение свободного падения;  $\eta$  — динамическая вязкость воздуха ( $\text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ );  $r$  — радиус частицы.

Эта формула верна для режима вязкого движения. В режиме движения с образованием вихрей она дает завышенные значения. В этом случае целесообразно использовать эмпирическую формулу [17]:

$$u = Ah^\beta. \quad (2)$$

Значения эмпирических констант  $A$  и  $\beta$  для пластинчатых и столбчатых частиц приведены там же. В области размеров  $h$  от 5 до 20 мкм формулы (1) и (2) дают примерно одинаковые результаты (от 0,5 до 4 см/с). Спектр размеров частиц ледяных облаков простирается от нескольких микрон до нескольких миллиметров [18]. Важно, как это показано в [10], что во всем этом интервале не наступает режим движения с отрывом вихрей. В этом случае можно воспользоваться известным [15] выражением для момента сил, действующего на сплюснутый сфероид или вытянутый эллипсоид, у которых малые полуоси отклонены от направления движения на угол  $\theta$ :

$$M_a(\theta) = -\frac{\partial U_a}{\partial \theta} = [-\lambda u^2 \rho V \sin 2\theta]/2, \quad (3)$$

где  $M_a$  — момент сил, равный согласно правилам механики производной потенциальной энергии, взятой с обратным знаком; индекс « $a$ » — означает «аэродинамический»;  $\rho$  — плотность воздуха;  $V$  — объем частицы;  $\lambda$  — форм-фактор, зависящий от типа частицы и эксцентриситета. Здесь, вслед за другими авторами, мы вынуждены заменять пластинчатые кристаллы и столбики соответственно сплюснутыми сфероидами и вытянутыми эллипсоидами, так как только для них теоретически определены форм-факторы [15]. В [10] приведены формулы для их расчета.

### Ориентация пульсациями скорости ветра

Экспериментальные исследования матриц обратного рассеяния света кристаллическими облаками [9] показали, что частицы этих облаков могут быть ориентированы так, что помимо ориентации большими диаметрами в горизонтальное положение может иметь место азимутальная ориентация. То есть большие диаметры могут преимущественно группироваться возле некоторого направления, лежащего в горизонтальной плоскости. Ранее имелись лишь косвенные указания на возможность такой ориентации. Они основывались на наблюдениях такого редкого явления, как наклонные солнечные столбы. Возможные механизмы азимутальной ориентации никем ранее не рассматривались. Мы предположили, что одной из причин такой ориентации могут быть пульсации скорости ветра. В работе [11] нами показано, что это возможно, если лагранжевы интегральные временные масштабы продольных и поперечных пульсаций существенно разнятся. То есть ориентация возможна пульсациями, принадлежащими области анизотропной турбулентности, сохраняющей ветровую ориентацию. При этом пульсации скорости частиц вследствие инерции сдвинуты по фазе и отличаются по амплитуде от пульсаций скорости воздушного потока. Ориентирующий момент получается из (3), если вместо квадрата скорости падения подставить средний квадрат разности скоростей пульсаций воздуха и частицы  $\delta u$ :

$$M(\varphi) = [-\lambda \langle (\delta u)^2 \rangle \gamma \rho V \sin 2\varphi]/2, \quad (4)$$

где  $\varphi$  — угол отклонения малой оси эллипсоида вращения от среднего направления ветра;  $\gamma$  — фактор анизотропии турбулентных пульсаций. В [11] он принимался равным 0,5. Средний квадрат разности скоростей пульсаций определяется формулой

$$\langle (\delta u)^2 \rangle = \frac{1}{2T} \int_0^T dt \int_{\omega_0}^{\omega_T} \varepsilon \omega^{-2} \left[ \sin \omega t - \sin(\omega t - \phi) / \sqrt{1 - \omega^2 \tau_0^2} \right] d\omega, \quad (5)$$

где  $\varepsilon$  — скорость диссипации энергии,  $\text{м}^2/\text{с}^3$ ;  $\phi = \arctg \omega \tau_0$  — сдвиг фазы;  $\omega_0 = 1/\tau_0$ .

Интегрирование ведется по интервалу эффективных частот. Нижняя граница интервала опреде-

ляется характеристическим временем  $\tau_0$  наиболее крупных частиц. Оно характеризует инерционность частицы. Для сплюснутых сфероидов и вытянутых эллипсоидов

$$\tau_0 = \rho_ч h^2 \sqrt{1 - e^2} / 15\eta, \quad \tau_0 = \rho_ч h^2 (1 - e^2) / 12\eta, \quad (6)$$

где  $\rho_ч$  — плотность вещества частицы;  $e$  — эксцентриситет.

Если частоты пульсаций воздуха  $\omega < \omega_0$ , то частицу можно считать полностью увлекаемой, так что  $\delta u = 0$ . Интервал изменений  $\tau_0$  для ледяных частиц весьма широк — от  $10^{-4}$  с для частиц размерами порядка 10 мкм и до 1–2 с для частиц размерами около 1 мм.

Верхний предел интегрирования определяется как частота микромасштаба Тейлора [19]:

$$\omega_T = \sqrt{\varepsilon / 15\nu}. \quad (7)$$

В зависимости от интенсивности турбулентности она изменяется примерно от 2 до 15 рад/с. Это соответствует временам 0,5–0,07 с. Частицы, у которых характеристическое время  $\tau_0$  меньше 0,05 с, что соответствует размерам примерно 150 мкм, можно считать полностью увлекаемыми даже при сильно развитой турбулентности. Сказанное означает, что ориентация пульсациями ветра эффективна для более крупных частиц. На самом деле, как показано в [11], достаточно эффективная ориентация может иметь место для столбиков с длиной свыше 500 мкм. При этом оси столбиков стремятся расположиться перпендикулярно направлению ветра. Степень ориентации, как правило, не велика [11].

Пластинки должны были бы ориентироваться основаниями перпендикулярно направлению ветра. Тогда помимо действия момента сил (3) на них должен был бы действовать момент

$$M(\theta) = [-\lambda \langle (\delta u)^2 \rangle \gamma \rho V \sin 2(\pi/2 + \theta)] / 2. \quad (8)$$

При совместном действии моментов (3) и (8) пластинки должны занять наклонное положение по отношению к горизонтальной плоскости. Причем наклон должен быть преимущественно в одном направлении, а именно в направлении ветра. Этот эффект мог бы объяснить появление наклонных солнечных столбов [20]. Но квадрат скорости падения почти на три порядка превышает величину  $\langle (\delta u)^2 \rangle$  даже в случае сильно развитой турбулентности ( $\varepsilon = 10^{-1}$ ). Поэтому угол наклона, при котором уравниваются моменты (3) и (8), не превышает нескольких миллирадиан. Вследствие этого воздействие пульсаций скорости ветра на ориентацию пластинчатых частиц следует признать ничтожным.

### ***Азимутальная ориентация как следствие падения частиц при наличии вертикального градиента скорости ветра***

Если имеется вертикальный градиент скорости ветра  $\partial v_x / \partial z$ , то при падении частицы ее горизон-

тальная компонента скорости, в зависимости от знака градиента, отстает или опережает скорость воздушного потока. Разность скоростей выражается формулой

$$\delta u = \frac{\partial v_x}{\partial z} u_z \tau_0, \quad (9)$$

где под  $u_z$  подразумевается скорость падения. Определенную таким образом величину  $\delta u$  следует подставить в формулу (8), исключив из нее фактор анизотропии  $\gamma$ . Приведенные в [11] оценки показали, что, при всех мыслимых градиентах вертикальной скорости ветра этот механизм ориентации существенно уступает по эффективности процессу ориентации пульсациями ветра. Поэтому в дальнейшем изложении мы его не будем принимать во внимание.

## **Ориентация ледяных частиц электростатическими полями атмосферы**

В частице из диэлектрического материала, помещенной в статическое электрическое поле напряженностью  $\mathbf{E}$ , наводится дипольный момент  $\mathbf{p}$ . Если диэлектрическая восприимчивость диэлектрика представляет собой скаляр, а форма частицы близка к шарообразной, то направление дипольного момента совпадает с направлением поля, а потенциальная энергия системы «диполь–поле»

$$U = -\mathbf{pE} \quad (10)$$

равняется убыли энергии электростатического поля. На частицу при этом не действуют внешние моменты сил. Но если диэлектрическая восприимчивость является тензорной величиной или поляризуемость оказывается различной для разных направлений вследствие несферичности частицы, пусть даже состоящей из изотропного диэлектрика, то потенциальная энергия будет зависеть от положения частицы. В общем случае на нее будет действовать момент сил, стремящийся развернуть частицу в положение, при котором потенциальная энергия минимальна.

У чистого льда относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon'$  в статическом поле очень велика и равна 73 [21]. Соответственно диэлектрическая восприимчивость  $\chi = \varepsilon' - 1 = 72$ . Небольшая анизотропия диэлектрической восприимчивости, проявляющаяся на оптических частотах двойным лучепреломлением, в статическом поле существенной роли не играет. Анизотропия поляризуемости ледяных частиц определяется анизометричностью их размеров. Мы по-прежнему моделируем пластинки и столбики соответственно сильно сплюснутыми сфероидами и вытянутыми эллипсоидами вращения. Для тел этой формы компоненты дипольного момента записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} p_{\perp} &= \varepsilon_0 \alpha_{\perp} V = \varepsilon_0 \chi / (1 + \kappa_{\perp} \chi) V E_{\perp}, \\ p_{\parallel} &= \varepsilon_0 \alpha_{\parallel} V = \varepsilon_0 \chi / (1 + \kappa_{\parallel} \chi) V E_{\parallel}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная; символы  $\perp, \parallel$  означают «перпендикулярно» и «параллельно» оси вращения сфероида или эллипсоида;  $\kappa_{\perp}, \kappa_{\parallel}$  — форм-факторы. Их вид и формула для вычислений приведены в [12]. Здесь лишь отметим, что для вытянутых эллипсоидов  $\alpha_{\parallel} > \alpha_{\perp}$ , а для сфероидов  $\alpha_{\parallel} < \alpha_{\perp}$ .

Потенциальная энергия тел упомянутых форм определяется формулой [12, 13]:

$$U_e(\theta) = -\frac{1}{2}\epsilon_0 V(\alpha_{\perp} \sin^2 \theta + \alpha_{\parallel} \cos^2 \theta) E^2, \quad (12)$$

где  $\theta$  — угол между направлением вектора  $\mathbf{E}$  и осью вращения эллипсоида (сфероида).

В электрическом поле частица займет такое положение, при котором потенциальная энергия будет минимальна, а действующий момент сил обратится в нуль. Вторая производная по условию минимума должна быть положительной:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_e}{\partial \theta} &= -\frac{1}{2}\epsilon_0 V E^2 (\alpha_{\perp} - \alpha_{\parallel}) \sin 2\theta = -M_e(\theta) = 0, \\ \frac{\partial^2 U_e}{\partial \theta^2} &= -\epsilon_0 V E^2 (\alpha_{\perp} - \alpha_{\parallel}) \cos 2\theta > 0. \end{aligned} \quad (13)$$

В случае вытянутых эллипсоидов  $\alpha_{\parallel} > \alpha_{\perp}$  и условия (13) выполняются при  $\theta = 0$ . У сфероидов ось вращения становится перпендикулярно вектору  $\mathbf{E}$  ( $\theta = \pi/2$ ). В любом случае частица занимает положение большим диаметром вдоль вектора поля.

### Деструктивное влияние теплового движения и турбулентности на ориентацию частиц

Броуновское вращение и воздействие коллективного движения молекул в турбулентных ячейках масштаба диссипации энергии, размер которых сопоставим с размерами частиц, должны выводить частицы из положения, соответствующего минимуму потенциальной энергии. Коллективные движения более крупных масштабов способны изменить импульс частицы, но не вращательный момент. На две вращательные степени свободы броуновского вращения частицы передается энергия  $kT$ . Поворот вокруг главной оси симметрии сфероида или эллипсоида вращения в данной задаче не существует.

Масштабы размеров и скорости в интервале диссипации энергии согласно колмогоровской модели турбулентности равны соответственно

$$l_0 = \left(\frac{v^3}{\epsilon}\right)^{1/4}, \quad u_t = (\epsilon v)^{1/4}. \quad (14)$$

При изменении  $\epsilon$  от  $10^{-4}$  до  $10^{-1}$  величина  $l_0$  изменяется соответственно примерно от 3 до 0,5 мм. Наиболее интенсивно процесс диссипации энергии происходит в области  $0,1 < kl < 1$ , где  $k$  — волно-

вое число, а  $l$  — размер ячейки. Это соответствует размерам от  $6l_0$  до  $60l_0$  [18].

Ячейка диаметром  $l_0$  обладает, в среднем, энергией

$$\omega = \frac{1}{6}\pi l_0^3 \rho \langle u_t^2 \rangle = \omega(\epsilon) = \frac{1}{6}\pi \rho v^{11/4} \epsilon^{-1/4}. \quad (15)$$

Принимается, что эффективность передачи энергии частице от турбулентной ячейки пропорциональна отношению объема частицы к объему ячейки размером  $l_0$ :

$$p(\epsilon, h) = h^3 (v^3 / \epsilon)^{-3/4}. \quad (16)$$

В этом предположении кроется одно из расхождений с моделью Клетта [8]. Если исходить из посылок указанной работы, то эффективность взаимодействия частицы с ячейкой должна быть  $p = (h/l_0)^2$ , если  $h < l_0$ , и  $p = (h/l_0)^{3/2}$ , если  $h > l_0$ . Мы принимаем, что  $p = (h/l_0)^3$ . Если размер частиц существенно меньше  $l_0$ , а это выполняется, например, для частиц перистой облачности даже при довольно развитой ( $\epsilon \leq 2 \cdot 10^{-3}$ ) турбулентности, то при попадании ее в ячейку она взаимодействует лишь с небольшим объемом воздуха ячейки, в то время как зависимость  $p = (h/l_0)^2$  предполагает соотношение площадей поверхностей. Но малая частица не может существенно повлиять на движение воздуха на периферии ячейки. При  $\epsilon \geq 2 \cdot 10^{-3}$  частицы кристаллических облаков становятся сопоставимыми с  $l_0$  или крупнее. Эти частицы могут взаимодействовать с более крупными ячейками диссипации энергии, имеющими большую энергию. Множитель  $(h/l_0)^3$  становится равным или больше единицы и учитывает этот фактор. Приведенные аргументы мы считаем не более и не менее убедительными, чем приведенные в [8]. Не следует ожидать точных оценок, построенных на анализе размерностей. Правильнее будет воспринимать параметр  $p(\epsilon, h)$  как параметр подгонки, который, если будет поставлен соответствующий эксперимент, может быть уточнен. Как уже упоминалось, мы вынуждены были отказаться от модели [8] на основании того, что с точки зрения экспериментов [5, 9] эта модель дает завышенные значения степени ориентации. Сравнение результатов расчета ориентации частиц при падении, выполненного по нашей модели [10], с представленными в [8] показано на рис. 1.

Если в формуле (16) выразить  $h^3$  через объем частицы:

$$h^3 = V_c / 6\pi \sqrt{1 - e^2} \quad \text{для сфероида}$$

и

$$h^3 = V_s / 6\pi(1 - e^2) \quad \text{для вытянутого эллипсоида,}$$

то из (15), (16) кинетическая энергия, передаваемая частице от турбулентного движения, запишется в виде

$$W(\epsilon, V) = p\omega = \kappa_{\epsilon, \rho}^{-1} V \sqrt{v \epsilon}, \quad (17)$$

где

$$\kappa_c = 6\pi\sqrt{1-e^2}, \quad \kappa_s = 6\pi(1-e^2).$$

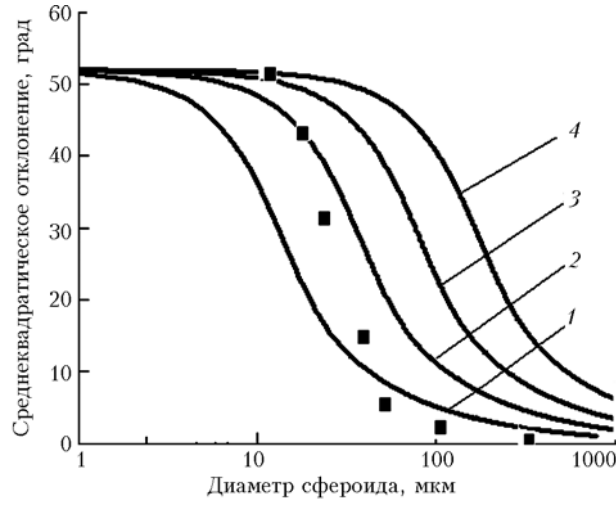


Рис. 1. Среднеквадратическое отклонение осей вращения сплюснутых (2,5:1) сфероидов от вертикали в распределении по ориентациям, возникающем в результате действия аэродинамического момента сил при падении и дезориентирующего действия теплового движения молекул и турбулентности при значениях скорости диссипации энергии: кривая 1 –  $\varepsilon = 0$ , 2 –  $10^{-4}$ , 3 –  $10^{-3}$ , 4 –  $10^{-2}-10^{-1} \text{ м}^2/\text{с}^3$ . Квадраты – модель [8] при  $\varepsilon = 10^{-1}$

Сравнение кинетической энергии, получаемой частицей от теплового движения молекул и от турбулентного движения, показывает, что для частиц микронных размеров преобладает броуновское вращение. Энергия турбулентного движения сравнивается с ним при размерах частиц 8–10 мкм. Для более крупных частиц передача энергии от турбулентных ячеек преобладает.

### Распределение частиц по углам ориентации при совместном воздействии аэродинамического момента сил, возникающего при падении, и момента, обусловленного градиентом электрического потенциала

#### Ориентация при наличии вертикального градиента электрического поля

Распределение находим из условия баланса приращения потенциальной энергии частиц и передаваемой им кинетической энергии турбулентных пульсаций и теплового движения

$$n(\theta)[\partial U_a / \partial \theta + \partial U_e / \partial \theta]d\theta + [W(\varepsilon, V) + kT]dn = 0. \quad (18)$$

Значения производных потенциальной энергии приведены выше (см. (3), (13)).

Решение этого уравнения имеет вид

$$n(\theta, h) = C \exp[\xi(\varepsilon, h) \cos 2\theta], \quad (19)$$

где

$$\xi_c(\varepsilon, h) = \kappa_c \rho h^3 [\lambda_c(e) u_c^2(h) - \varepsilon_0 (\alpha_{\perp}^c - \alpha_{\parallel}^c) E^2] / 2(\rho h^3 \sqrt{v\varepsilon} + kT) \quad (20)$$

– для сфероидов,

$$\xi_s(\varepsilon, h) = \kappa_s \rho h^3 [-\lambda_s(e) u_s^2(h) - \varepsilon_0 (\alpha_{\perp}^s - \alpha_{\parallel}^s) E^2] / 2(\rho h^3 \sqrt{v\varepsilon} + kT)$$

– для эллипсоидов.

Множитель  $C$  в (19) находится из условия нормировки

$$\begin{aligned} d \int_{-\pi/2}^{\pi/2} n(\theta, h') d\theta &= N f(h') dh; \\ C &= N f(h') dh / \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp[\xi(\varepsilon, h') \cos 2\theta] d\theta = \\ &= N f(h') dh / \pi I_0(\xi), \end{aligned}$$

где  $N$  – общая концентрация частиц;  $N f(h') dh$  – число частиц с максимальным диаметром  $h'$  и всевозможными ориентациями, приходящимися на интервал размеров  $dh$ ;  $f(h)$  – функция распределения по размерам –  $\int_0^{\infty} f(h) dh = 1$ ;  $I_0(\xi)$  – модифицированная функция Бесселя первого рода и нулевого порядка.

Число частиц произвольного размера, находящихся в интервале углов  $d\theta$ , дается формулой

$$n(\theta) d\theta = N d\theta \int_0^{\infty} \frac{\exp[\xi(\varepsilon, h) \cos 2\theta]}{\pi I_0[\xi(\varepsilon, h)]} f(h) dh. \quad (21)$$

Соответственно величина  $\Theta(\theta) = n(\theta) d\theta / N d\theta$  является плотностью вероятности распределения частиц по углу  $\theta$ .

Распределение  $\Theta_{c,s}(\theta)$  при совместном действии аэродинамического момента сил и момента, обусловленного вертикальным градиентом электрического потенциала, находится подстановкой в (21) выражений для  $\xi$  из (20). Как следует из (20), аэродинамический и электрический моменты сил в обоих случаях действуют в противоположные стороны. Для эллипсоидов это происходит потому, что  $\alpha_{\perp} < \alpha_{\parallel}$ , а минус перед первым членом в квадратных скобках появляется из-за того, что в формуле (3) вместо  $\sin 2\theta$  нужно поставить  $\sin 2(\theta - \pi/2)$ , так как в данной задаче углы отсчитываются не до минимальных диаметров, а до осей вращения. В качестве примера на рис. 2 при четырех значениях напряженности электрического поля приведен вид распределения  $\Theta_c(\theta)$  для сфероидов с отношением максимального диаметра к минимальному 2,5:1. Сфероиды распределены по размерам в соответствии с функцией, представленной на рис. 3.

При нулевом значении напряженности поля распределение по углам ориентации определяется целиком аэродинамическим фактором. Мода распределения  $\theta_m = 0$  — оси вращения сфероидов направлены преимущественно вертикально. По мере увеличения напряженности поля  $E$  распределение становится бимодальным:  $\theta_m = 0, \theta_m = \pm \pi/2$ .



Рис. 2. Распределение осей вращения сплюснутых (2,5 : 1) сфероидов по полярному углу  $\theta$  при совместном действии аэродинамического и электростатического моментов сил. Напряженность электрического поля: 1 —  $E = 0$ ; 2 —  $4 \cdot 10^3$ ; 3 —  $10^4$ ; 4 —  $1,5 \cdot 10^4$  В/м направлена вертикально ( $\theta = 0$ ). Распределение по размерам, принятое для расчета, представлено на рис. 3

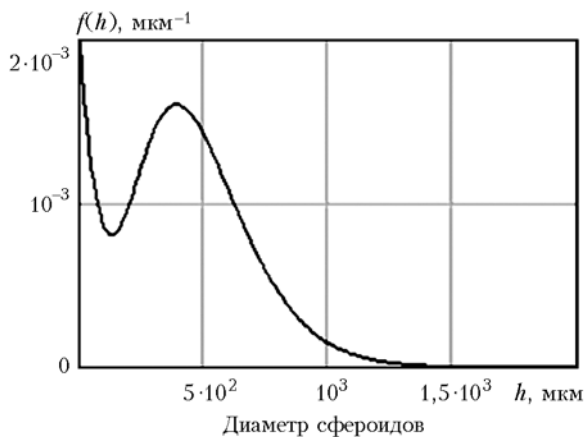


Рис. 3. Распределение  $f(h)$  по наибольшим диаметрам сфероидов, принятое для расчетов, приведенных на рис. 2

Как следует из (20), второй член в квадратных скобках от размеров не зависит, а скорость падения и соответственно аэродинамический момент сил больше у крупных частиц. Поэтому вначале мелкие, а затем более крупные частицы переходят к электрическому типу ориентации  $\theta_m = \pm \pi/2$ . При дальнейшем увеличении  $E$  практически все частицы переходят к распределению  $\theta_m = \pm \pi/2$ , когда оси вращения сфероидов располагаются горизонтально. Вытянутые эллипсоиды вращения по мере увеличения напряженности поля переходят от распределения  $\theta_m = \pm \pi/2$  к распределению  $\theta_m = 0$ . Их оси выстраиваются преимущественно вертикально.

### Ориентация при наличии горизонтального градиента электрического поля

Наличие вертикального градиента — наиболее вероятное состояние электрического поля Земли. Но в облаках не исключены горизонтальные градиенты вследствие ячеистой структуры распределения зарядов [22]. Покажем совместное действие горизонтального градиента электрического потенциала и аэродинамического момента сил, действующего при падении частицы.

Определим систему координат так, что ось  $x$  имеет направление вектора напряженности поля, а ось  $z$  вертикальна. Положение оси вращения сфероидов и эллипсоида вращения определяется углом  $\theta$ , отсчитываемым от оси  $z$ , и углом  $\varphi$ , который отсчитывается от оси  $x$  до проекции оси вращения на горизонтальную плоскость.

Потенциальная энергия в этом случае определяется формулой [13]:

$$U_e(\theta) = -\frac{1}{2}\epsilon_0 V E^2 (\alpha_{\parallel} \sin^2 \theta + \alpha_{\perp} \cos^2 \theta) \cos^2 \varphi. \quad (22)$$

Необходимое условие экстремума

$$\frac{\partial U_e}{\partial \theta} = -\frac{1}{2}\epsilon_0 V E^2 (\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp}) \sin 2\theta \cos^2 \varphi = 0, \quad (23)$$

$$\frac{\partial U_e}{\partial \varphi} = \frac{1}{2}\epsilon_0 V E^2 (\alpha_{\parallel} \sin^2 \theta + \alpha_{\perp} \cos^2 \theta) \sin 2\varphi = 0$$

выполняется, если

$$\theta = 0 \text{ или } \pi/2, \text{ и } \varphi = 0 \text{ или } \pi/2.$$

Квадратичная форма

$$d^2 U = \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_k} \Delta x_i \Delta x_k,$$

где  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \varphi$ , является положительно определенной: для вытянутых эллипсоидов вращения только при  $\theta = \pi/2$  и  $\varphi = 0$ , а для сфероидов только при  $\theta = 0$  и  $\varphi = 0$ . Эти положения соответствуют минимуму потенциальной энергии.

Правые части в (23), взятые с обратным знаком, представляют собой действующие моменты сил. Направления моментов взаимно ортогональны. Момент  $\partial U / \partial \varphi$  направлен вдоль оси  $z$ , т.е. вертикально. Его действие сводится к тому, что оси вращения частиц того и другого типа будут выстраиваться вдоль направления поля. Момент  $\partial U / \partial \theta$  может быть направлен вдоль произвольного горизонтального направления. Его действие аналогично действию аэродинамического момента сил — большие диаметры частиц стремятся занять горизонтальное положение. Пример совместного действия электрического и аэродинамического моментов сил на сплюснутые сфероиды показан на рис. 4.

Видно, что по мере возрастания напряженности поля оси вращения теснее группируются возле вертикали. Кроме того, оси вращения вытянутых эллипсоидов стремятся расположиться вдоль на-

правления вектора напряженности поля. На рис. 5 можно видеть, как под действием поля равномерное распределение осей по азимутальному углу преобразуется в преимущественное возле направления  $\varphi = 0$ .

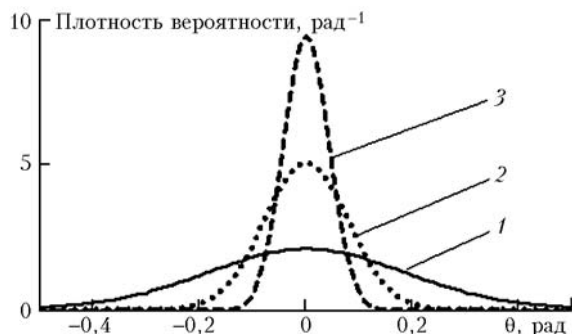


Рис. 4. Распределение по углам полярной ориентации  $\theta$  осей сфероидов размерами  $h = 50$  мкм и отношением полуосей 2,5:1 при горизонтальном градиенте потенциала электрического поля: кривая 1 —  $E = 0$ , 2 —  $5 \cdot 10^3$ , 3 —  $10^4$  В/м. Скорость диссипации энергии  $\epsilon = 5 \cdot 10^{-4}$



Рис. 5. Распределение по углам  $\varphi$  азимутальной ориентации осей вращения вытянутых эллипсоидов при наличии горизонтального градиента потенциала электрического поля  $E$  в направлении  $\varphi = 0$ : кривая 1 —  $E = 0$ , 2 —  $3 \cdot 10^2$ , 3 —  $10^3$  В/м

Основным деструктивным фактором, препятствующим строгой ориентации в упомянутые направления, по-прежнему является турбулентность.

### Заключение

Выше даны обзор и краткая характеристика различных физических факторов, влияющих на ориентацию частиц кристаллических облаков. Оценки проведены на примере сфероидальных и эллипсоидальных частиц, но можно с уверенностью констатировать, что они отражают основные закономерности поведения пластинчатых и столбчатых частиц. Более детальное исследование подвергнуто совместное действие аэродинамического момента сил, возникающего при падении частиц, и момента электростатических сил при вертикальном и горизонтальном градиентах электрического потенциала в атмосфере. Показано, что при вертикальном

градиенте потенциала порядка  $10^3$  В/м и выше в полидисперсном ансамбле частиц происходит сепарация по типу распределения.

Ориентированные в отсутствие поля большими диаметрами преимущественно в горизонтальное положение частицы при возрастании напряженности поля начинают занимать положение большими диаметрами преимущественно вертикально — вначале мелкие, затем все более крупные частицы. Горизонтальный градиент потенциала усиливает действие аэродинамического момента сил, чем способствует установлению более строгой ориентации большими диаметрами в горизонтальное положение. Кроме того, горизонтальный градиент потенциала способствует азимутальной ориентации частиц столбчатых форм, большие диаметры которых выстраиваются преимущественно в направлении вектора напряженности электрического поля.

Тематика работы поддерживается грантами РФФИ № 07-05-00672, 06-05-89500 ННС и 07-05-91102-АФГИР, а также Федеральным агентством по науке и инновациям, Государственный контракт № 02.518.11.7075.

1. Ромашов Д.Н. Рассеяние света гексагональными ледяными кристаллами // Оптика атмосф. и океана. 2001. Т. 14. № 2. С. 116–124.
2. Takano Y., Liou K.N., Minnis P. The effects of small ice crystals on cirrus infrared radiative properties // J. Atmos. Sci. 1992. V. 49. N 7. P. 1487–1493.
3. Stephens K. Radiative properties of cirrus clouds in the infrared region // J. Atmos. Sci. 1980. V. 37. N 3. P. 435–446.
4. Yang P., Liou K.N. Light scattering by hexagonal ice crystals // J. Opt. Soc. Amer. A. 1995. V. 12. N 1. P. 162–176.
5. Кузнецов В.В., Никифорова Н.К., Павлова Л.Н. и др. Об измерении микроструктуры кристаллических туманов телевизионным спектрометром аэрозолей «Аспект-10» // Тр. ИЭМ. 1983. Вып. 7. (112) С. 101–106.
6. Zikmunda J., Vali G. Observations of fall patterns for natural ice crystals. College of Engineering, Univ. Wyoming. Rep. N. AR103. 1972. 49 p.
7. Cho H.-R., Iribarne J.V., Richards W.G. On the orientation of ice crystals in a cumulo-nimbus cloud // J. Atmos. Sci. 1981. V. 38. N 5. P. 1111–1114.
8. Klett J.D. Orientation model for particles in turbulence // J. Atmos. Sci. 1995. V. 52. N 12. P. 2276–2285.
9. Кауль Б.В., Волков С.Н., Самохвалов И.В. Результаты исследований кристаллических облаков посредством лидарных измерений матриц обратного рассеяния света // Оптика атмосф. и океана. 2003. Т. 16. № 4. С. 354–361.
10. Кауль Б.В., Самохвалов И.В. Ориентация частиц кристаллических облаков Сi: Часть 1. Ориентация при падении // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18. № 11. С. 963–967.
11. Кауль Б.В., Самохвалов И.В. Ориентация частиц кристаллических облаков Сi: Часть 2. Азимутальная ориентация // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19. № 1. С. 44–48.
12. Кауль Б.В. Влияние электрического поля на ориентацию частиц ледяных облаков // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19. № 10. С. 835–840.
13. Кауль Б.В. Электрооптический эффект при воздействии линейно поляризованного излучения на частицу

- из анизотропного диэлектрика // Изв. вузов СССР. Физ. 1983. № 11. С. 17–21.
14. *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2001. 731 с.
  15. *Милн-Томпсон Л.М.* Теоретическая гидродинамика. М.: Мир, 1964. 497 с.
  16. *Wang P.K., W. Ji.* Numerical simulation of three-dimensional unsteady flow past ice crystals // J. Atmos. Sci. 1997. V. 54. N 18. P. 2261–2274.
  17. *Волковицкий О.А., Павлова Л.Н., Петрушин А.Г.* Оптические свойства кристаллических облаков. Л.: Гидрометеониздат, 1984. 198 с.
  18. *Arnott W.P., Hallet J.* New insight for in situ quantification of cirrus // *Cirrus: OSA Technical Digest.* Washington DS, 1998. P. 86–88.
  19. *Рейнольдс А.Дж.* Турбулентные течения в инженерных приложениях. М.: Энергия, 1979. 405 с.
  20. *Langgenhager K.* Zur Erklärung farbiger senkrechter und schräger Nebensonnen – Säulen // *Zeitschrift für Meteorol.* 1977. Bd 27. H. 3. S. 179–183.
  21. *Хиттель А.Р.* Диэлектрики и волны: Пер. с англ. М.: Наука, 1960. 271 с.
  22. *Имянитов И.М., Чубарина Е.В., Шварц Я.М.* Электричество облаков. Л.: Гидрометеониздат, 1970. 93 с.

*B.V. Kaul, I.V. Samokhvalov.* **Physical factors determining spatial orientation of particles in crystal clouds.**

Aerodynamic and electrostatic impacts on ice cloud particles are considered. The plate and pole forms of cloud particles are modeled by flattened spheroids and elongated ellipsoids of revolution. Formulae have been derived for functions of distribution over angles of polar and azimuthal orientation in polydispersion ensembles of the plate and pole particles under simultaneous impact of aerodynamic and electrostatic forces in conditions of destructive action on the orientation process of the air molecule thermal movement and turbulence.