

В.И. Захаров<sup>1</sup>, Р. Imasu<sup>2</sup>, К.Г. Грибанов<sup>1</sup>, С.В. Захаров<sup>1</sup>

## Баланс свободной энергии на верхней границе атмосферы

<sup>1</sup>Уральский государственный университет, г. Екатеринбург, Россия

<sup>2</sup>Center for Climate System Research, University of Tokyo, Japan

Поступила в редакцию 20.03.2007 г.

Обсуждается роль статистики фотонов в процессах переноса энтропии и свободной энергии электромагнитным излучением. Показано, что мультиравновесное (обобщенное планковское) распределение числа фотонов для монохроматического поля является следствием минимума его свободной энергии. Предложен метод моделирования потоков свободной энергии излучения в атмосфере и расчета баланса свободной энергии на верхней границе атмосферы, исходя из данных о спектральной яркости отраженного солнечного и уходящего теплового излучения Земли.

В рамках модели серой атмосферы и при условии сохранения радиационного баланса на ее верхней границе показано наличие экстремума в импорте свободной энергии на планету, обусловленного оптической толщиной  $\tau$  ее атмосферы. Данный экстремум в импорте свободной энергии реализуется при значении  $\tau$ , близком для современной атмосферы Земли. Сделана оценка среднегодового потока импортируемой Землей свободной энергии, величина которого составила около 59,13 Вт/м<sup>2</sup> или около  $3 \cdot 10^{16}$  Вт для всей планеты. Эту физическую величину можно охарактеризовать как интегральную мощность тепловой машины нашей планеты, а ее отношение к мощности поступающего на Землю солнечного излучения как коэффициент полезного действия (кпд) этой тепловой машины. Одновременный спутниковый мониторинг радиационного баланса и баланса свободной энергии на верхней границе атмосферы Земли может стать полезным инструментом слежения за возможным изменением интегральной мощности тепловой машины нашей планеты и ее кпд в процессе глобального потепления.

### Введение

В современной литературе активно обсуждается проблема оценки производства энтропии климатической системой Земли [1–11]. Одним из основных направлений исследований такого плана является оценка величины производства энтропии на планете, исходя из баланса энтропии излучения на верхней границе атмосферы и в предположении среднегодовой стационарности климатической системы [3–6, 8–10]. Однако для более глубокого понимания процессов, протекающих в климатической системе, наряду с изучением радиационного баланса и баланса энтропии также может представлять интерес изучение баланса свободной энергии в атмосфере. Известно, что термодинамической величиной, характеризующей способность любой физической системы совершать механическую работу, является ее свободная энергия [12–14], которая поступает на нашу планету с солнечным излучением. Она расходуется на поддержание процессов общей циркуляции атмосферы и океана, рост биомассы и частично запасается в биоте, в химических связях, в процессе фотосинтеза. Так же как и радиационный баланс, свободная энергия определяется разностью энергетических потоков приходящего на планету солнечного излучения и уходящего теплового излучения, ее баланс можно определить как разность потоков свободной энергии приходящего и уходящего излучения.

Очевидно, что баланс свободной энергии планеты определяется характеристиками ее альбедо для солнечного излучения и пропусканием атмо-

сферы для уходящего теплового излучения. Наличие импорта свободной энергии на Землю служит движущим механизмом, поддерживающим общую циркуляцию атмосферы и океана, а также процессы фотосинтеза и всей жизни в целом на нашей планете. Это означает, что среднегодовой баланс свободной энергии Земли должен существенно отличаться от нуля, а его величина характеризовать поток импортируемой свободной энергии для совершения работы, т.е. мощность и кпд тепловой машины нашей планеты.

В данной статье предложен метод для определения потоков свободной энергии излучения в атмосфере. Оценен среднегодовой баланс свободной энергии излучения на верхней границе атмосферы, и определены интегральная мощность и кпд тепловой машины нашей планеты.

### 1. Статистика фотонов.

#### Энтропия и свободная энергия излучения

Свободная энергия системы, находящейся в равновесии при температуре  $T$ , определяется как разница между полной энергией системы и той ее частью, что была потрачена на запись информации (энтропии) в системе [15]. Таким образом, прежде чем определить свободную энергию излучения, необходимо выявить его энтропию.

Исходя из общего статистического определения энтропии [12, 13], для монохроматического элек-

ромагнитного излучения энтропию  $S_v$  можно записать в виде

$$S_v = -k \sum_{n=0}^{\infty} p_v(n) \ln p_v(n), \quad (1)$$

где  $p_v(n)$  – функция распределения числа фотонов  $n = 0, 1, 2, \dots$  в моде поля частоты  $\nu$ ;  $k$  – постоянная Больцмана.

Из (1) следует, что энтропия электромагнитного поля полностью определяется статистикой фотонов рассматриваемого излучения. Достоверно известны функции распределения числа фотонов только для излучения двух идеальных физических систем: пуассоновская статистика излучения идеального лазера

$$p_v^{Poisson}(n) = e^{-\langle n_v \rangle} \frac{\langle n_v \rangle^n}{n!} \quad [16, 17]$$

и планковская (равновесная тепловая) статистика излучения абсолютно черного тела с температурой  $T$ :

$$p_v^{thermal}(n) = \frac{\langle n_v(T) \rangle^n}{(\langle n_v(T) \rangle + 1)^{n+1}} \quad [18],$$

где  $\langle n_v \rangle$ ,  $\langle n_v(T) \rangle$  – среднее число фотонов в моде лазерного и теплового излучения соответственно.

В процессах резонансного поглощения и излучения статистика фотонов, изначально планковская или пуассоновская, может существенно меняться [19, 20]. Поэтому как при расчете баланса энтропии, так и при расчете баланса свободной энергии излучения на верхней границе атмосферы необходимо учитывать реальную статистику фотонов солнечного излучения и в особенности уходящего теплового излучения Земли, которая в общем случае может существенно отличаться от равновесной планковской статистики фотонов излучения абсолютно черного тела.

В данной статье рассматривается более общее распределение числа фотонов в моде поля, назовем его мультиравновесной статистикой фотонов, т.е. когда функция распределения числа фотонов  $p_v(n)$  имеет вид обобщенной тепловой функции распределения (или обобщенное планковское распределение) [21, 22]. В случае мультиравновесной функции распределения числа фотонов, в отличие от абсолютно черного тела с общей равновесной температурой  $T$  для всех мод, каждая мода поля  $\nu$  характеризуется своей собственной равновесной температурой  $T_v$  [22]:

$$p_v(n) = \frac{\langle n_v \rangle^n}{(\langle n_v \rangle + 1)^{n+1}}, \quad \langle n_v \rangle = \frac{1}{\exp(h\nu/kT_v) - 1}, \quad (2)$$

где  $\langle n_v \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} n p_v(n)$  – среднее число фотонов в моде. Очевидно, что для поля, описанного мультиравновесной функцией распределения числа фотонов, представляется возможным определить свободную энергию монохроматического поля  $F_v$  точно таким же образом, как и для равновесного излучения черного тела [12, 13]:

$$F_v = E_v - T_v S_v \quad (3)$$

с той разницей, что общая равновесная температура  $T$  для всех мод поля заменяется в формуле (3) на собственную равновесную температуру  $T_v$  каждой отдельной моды  $\nu$ . Здесь  $E_v = h\nu \langle n_v \rangle$  – полная энергия моды поля;  $T_v = \frac{h\nu}{k \ln(1 + 1/\langle n_v \rangle)}$  – яркостная температура моды (совпадающая с равновесной), а энтропия монохроматического излучения  $S_v$  в этом случае [согласно (1) и (2)] определяется известной классической формулой [21, 22]:

$$S_v = k \{ (\langle n_v \rangle + 1) \ln(\langle n_v \rangle + 1) - \langle n_v \rangle \ln \langle n_v \rangle \}. \quad (4)$$

В результате для свободной энергии монохроматического излучения  $F_v$  (3) со статистикой фотонов  $p_v(n)$ , описанной формулами (2), можно получить следующее компактное выражение как функции среднего числа фотонов в моде:

$$F_v = -h\nu \frac{\ln(\langle n_v \rangle + 1)}{\ln(1 + 1/\langle n_v \rangle)}. \quad (5)$$

Интегральный поток свободной энергии поля  $F$ , распространяющегося в выбранном направлении, вычисляется умножением (5) на число спектральных мод  $\frac{2\nu^2}{c^2} d\nu$  для неполяризованного излучения в интервале  $\nu, \nu + d\nu$  [18] с последующим интегрированием по всем частотам и телесному углу:

$$F = \int_{\Omega} d\Omega \int_0^{\infty} d\nu \frac{2\nu^2}{c^2} F_v. \quad (6)$$

Используя формулу (5), для интегрального потока свободной энергии  $F$  можно получить выражение

$$F = - \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta \int_0^{\infty} d\nu \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{\ln(\langle n_v \rangle + 1)}{\ln(1 + 1/\langle n_v \rangle)}. \quad (7)$$

В случаях, когда в (7) можно пренебречь зависимостью  $\langle n_v \rangle$  от углов  $\theta$  и  $\phi$ , получим

$$F = -\pi \int_0^{\infty} d\nu \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{\ln(\langle n_v \rangle + 1)}{\ln(1 + 1/\langle n_v \rangle)}. \quad (8)$$

Для классического (планковского) случая изотропного излучения абсолютно черного тела, когда температуры всех мод  $T_v$  равны, т.е.  $T_v = \text{const} = T$ , из (8) следует хорошо известная формула для потока свободной энергии излучения черного тела  $F = -(1/3)\sigma T^4$  [12, 13], где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>) – постоянная Стефана–Больцмана.

Резюмируя изложенное в данном разделе, следует подчеркнуть, что формальное использование обобщенного планковского распределения (2) позволяет ввести так называемую яркостную температуру для любого излучения [12, 22]:

$$T_v = \frac{h\nu}{k \ln(1 + 1/\langle n_v \rangle)}; \quad \langle n_v \rangle = c^2 R_v / (2h\nu^3)$$

( $R_\nu$  — спектральная яркость монохроматического излучения), с любой статистикой фотонов. Однако определенная таким образом величина  $T_\nu$  будет иметь смысл равновесной температуры моды поля только в том случае, когда статистика фотонов данного излучения действительно описывается мультиравновесной функцией распределения (2).

## 2. Принцип минимума свободной энергии излучения

Можно показать, что такой вид (2) для функции распределения числа фотонов следует из условия минимума потока свободной энергии  $F$  (6). Для этого рассмотрим задачу нахождения функции распределения числа фотонов  $p_\nu(n)$ , минимизирующей функционал потока свободной энергии поля  $F$ . Приравняв вариацию функционала  $\delta F$  нулю:

$$\delta F = \delta \int d\Omega \int_0^\infty d\nu \frac{2\nu^2}{c^2} F_\nu = 0, \quad (9)$$

получим условие  $\delta F_\nu = \sum_{n=0}^\infty \frac{\partial F_\nu}{\partial p_\nu(n)} \delta p_\nu(n) = 0$  при любом  $\delta p_\nu(n)$ , или  $\frac{\partial F_\nu}{\partial p_\nu(n)} = h\nu n + kT_\nu(1 + \ln p_\nu(n)) = 0$  для любого  $n \neq 0$ .

Откуда следует вид для функции распределения числа фотонов  $p_\nu(n) = C \exp\left[-\frac{h\nu}{kT_\nu} n\right]$ , где  $C$  — нормировочный множитель, определяемый условием нормировки на функцию распределения  $\sum_{n=0}^\infty p_\nu(n) = 1$ . С учетом нормировки выражение для функции распределения числа фотонов, при котором  $F$  (6) принимает экстремальное значение, имеет вид:

$$p_\nu(n) = \left(1 - \exp\left[-\frac{h\nu}{kT_\nu}\right]\right) \exp\left[-\frac{h\nu}{kT_\nu} n\right]. \quad (10)$$

Положительный знак вторых производных функционала (6) по функции распределения числа фотонов  $\frac{\partial^2 F_\nu}{\partial p_\nu(n)^2} = \frac{1}{p_\nu(n)} > 0$  свидетельствует о том, что найденный экстремум действительно является минимумом.

Так как среднее число фотонов  $\langle n_\nu \rangle = \sum_{n=0}^\infty n p_\nu(n)$  для монохроматического излучения, описываемого функцией распределения (2), равно  $\frac{1}{\exp(h\nu/kT_\nu) - 1}$ , то минимизирующее поток свободной энергии излучения  $F$  (6) распределение (10) можно переписать в виде

$$p_\nu(n) = \frac{\langle n_\nu \rangle^n}{(\langle n_\nu \rangle + 1)^{n+1}}. \quad (11)$$

Это совпадает с формулой (2) для мультиравновесной функции распределения числа фотонов.

В литературе известно, что данное мультиравновесное распределение числа фотонов (2), (11) точно описывает статистику фотонов излучения серого тела [5, 8]. Оно также может быть применено к отраженному солнечному свету [6] в случае, когда функция распределения числа фотонов исходного солнечного излучения аппроксимируется планковской функцией распределения числа фотонов излучения абсолютно черного тела [6, 23].

Для самоорганизующейся системы, каковой является наша планета Земля, статистика фотонов уходящего излучения может играть важную роль, так как различная статистика фотонов позволяет осуществлять различный импорт-экспорт свободной энергии при одном и том же радиационном (энергетическом) балансе. С солнечным светом к Земле идет постоянный поток свободной энергии, при отражении солнечного излучения от облаков и земной поверхности часть потока свободной энергии, приходящей с солнечным излучением, возвращается обратно в космос. Дополнительно свободная энергия экспортируется с Земли уходящим тепловым излучением. Величина этих потоков свободной энергии (при нулевом радиационном балансе) регулируется статистикой фотонов уходящего в космос теплового излучения. Так как проходимый через атмосферу поток свободной энергии от Солнца можно считать постоянным (при постоянном альbedo планеты), то естественно предположить, что для максимально возможного импорта свободной энергии нашей планетой ее обратный сток с Земли в космос должен быть минимальным. В этом случае функция распределения числа фотонов уходящего теплового излучения должна быть близка к функции распределения, определяемой формулами (2), (11).

## 3. Баланс свободной энергии излучения в атмосфере

Для оценок баланса свободной энергии излучения на верхней границе атмосферы в зависимости от оптической толщи атмосферы и альbedo планеты рассмотрим следующую модель:

1. Солнечное излучение полагается излучением черного тела с температурой  $T = 5785$  К [5, 23].

2. Альbedo планеты  $A$  предполагается не зависящим от частоты.

3. Для описания уходящего теплового излучения планеты используется модель серой атмосферы с оптической толщиной  $\tau$  [4, 24].

4. Статистика фотонов уходящего теплового излучения планеты описывается распределением (11).

Формула (7) справедлива для расчета потоков свободной энергии любого электромагнитного поля, описанного статистикой фотонов (2), (11), при излучении серого тела [4, 7], прошедшего атмосферу,

и при отраженном солнечном свете [5]. Таким образом, данная модель допускает использование мультиравновесной функции распределения числа фотонов (11) для описания свободной энергии проходящего атмосферу и отраженного солнечного света и уходящего теплового излучения планеты с серой атмосферой.

В рамках оговоренной модели планеты с черной поверхностью и серой атмосферой рассмотрим баланс свободной энергии  $\downarrow\Delta F$  на верхней границе атмосферы при условии сохранения нулевого радиационного (энергетического) баланса. Аналогично радиационному балансу, баланс свободной энергии излучения на верхней границе атмосферы (импорт свободной энергии планетой) определим как разницу между свободной энергией проходящего (с учетом отражения из-за планетарного альбедо) солнечного излучения  $\downarrow F_s^{in}$  и свободной энергией уходящего теплового излучения планеты  $\uparrow F_{thermal}^{out}$ :

$$\downarrow\Delta F = (1/4)\downarrow F_s^{in} - \uparrow F_{thermal}^{out}. \quad (12)$$

Множитель  $1/4$  учитывает распределение приходящего от Солнца потока свободной энергии по всей сферической поверхности планеты.

Для расчета потока свободной энергии уходящего теплового излучения воспользуемся формулой (7), предварительно определив величину  $\langle n_v \rangle$ . Из уравнения переноса излучения в модели серой атмосферы для среднего числа фотонов в моде уходящего теплового излучения планеты следует соотношение [5]:

$$\langle n_v \rangle = (1 - u)\langle n_v \rangle_s + u\langle n_v \rangle_a, \quad (13)$$

где  $\langle n_v \rangle_s$  – среднее число фотонов в моде поля, излучаемого поверхностью планеты;  $\langle n_v \rangle_a$  – среднее число фотонов в моде поля, излучаемого атмосферой;  $u = 1 - e^{-\tau}$ ,  $\tau$  – оптическая толщина серой атмосферы. Умножая (13) на  $\frac{2h\nu^3}{c^2}d\nu$  и интегрируя по частоте и телесному углу, получим [5]:

$$\sigma T_e^4 = (1 - u)\sigma T_s^4 + u\sigma T_a^4. \quad (14)$$

Здесь  $T_e$ ,  $T_s$ ,  $T_a$  – эквивалентная радиационная температура планеты, температура поверхности и эффективная температура атмосферы соответственно. В модели серой атмосферы температура поверхности  $T_s$  в свою очередь связана с эквивалентной радиационной температурой планеты  $T_e$  соотношением [24]:

$$T_s = T_e(1 + \tau)^{1/4} = T_e\{1 - \ln(1 - u)\}^{1/4}. \quad (15)$$

В результате из (14) и (15) следует:

$$T_a = T_e u^{-1/4}\{1 + (u - 1)(1 - \ln(1 - u))\}^{1/4}. \quad (16)$$

Соотношения (15), (16) позволяют выразить  $\langle n_v \rangle_s$  и  $\langle n_v \rangle_a$  в формуле (13) как функции  $T_s$  и  $T_a$  соответственно:

$$\langle n_v \rangle_s = 1 / \{\exp[h\nu / kT_s] - 1\}$$

и

$$\langle n_v \rangle_a = 1 / \{\exp[h\nu / kT_a] - 1\}. \quad (17)$$

Условия нулевого радиационного баланса на верхней границе атмосферы предполагают равенство приходящего потока солнечной энергии и потока уходящего теплового излучения [23, 24]:

$$(I_s / 4)(1 - A) = \sigma T_e^4,$$

где  $I_s = (r_{sun}^2 / L_{es}^2)I_0$  – солнечная постоянная на орбите Земли ( $r_{sun}$  – радиус Солнца;  $L_{es}$  – расстояние от Земли до Солнца);  $I_0$  – солнечная постоянная вблизи Солнца. Используя его, а также (7), (13) и (17) в пренебрежении зависимостью от  $\theta$  и  $\phi$ , для потока свободной энергии уходящего теплового излучения  $\uparrow F_{thermal}^{out}$  как функции оптической толщи атмосферы планеты  $\tau$  и параметра  $\alpha = \frac{r_{sun}^2}{L_{es}^2}(1 - A)$

получим

$$\uparrow F_{thermal}^{out} = -\frac{\pi k^4 I_0 \alpha}{2c^2 h^3 \sigma} \int_0^\infty dx x^3 \frac{\ln\left\{\left(\frac{1-u}{e^{ax}-1} + \frac{u}{e^{bx}-1}\right) + 1\right\}}{\ln\left\{1 + 1/\left(\frac{1-u}{e^{ax}-1} + \frac{u}{e^{bx}-1}\right)\right\}}, \quad (18)$$

где

$$x = \frac{h\nu}{kT_{solar}}; \quad a = \{(\alpha/4)[1 - \ln(1 - u)]\}^{-1/4};$$

$$b = u^{1/4}\{(\alpha/4)[1 + (u - 1)(1 - \ln(1 - u))]\}^{-1/4};$$

$T_{solar}$  – температура равновесного солнечного излучения.

В случае расчета проходящего потока свободной энергии солнечного излучения  $\downarrow F_s^{in}$  в формуле (7) нужно положить  $\langle n_v \rangle = \alpha \langle n_v \rangle^{solar}$ , где  $\langle n_v \rangle^{solar} = 1 / \{\exp[h\nu / kT_{solar}] - 1\}$ . Пренебрегая зависимостью излучения от  $\theta$  и  $\phi$ , для распределенного по поверхности сферической планеты потока свободной энергии, приносимой солнечным излучением, получим

$$\frac{1}{4} \downarrow F_s^{in} = -\frac{\pi k^4 T_{solar}^4}{2c^2 h^3} \int_0^\infty dx x^3 \frac{\ln\left\{\frac{\alpha}{e^x - 1} + 1\right\}}{\ln\left\{1 + 1/\left(\frac{\alpha}{e^x - 1}\right)\right\}}. \quad (19)$$

Здесь так же, как и в (18),  $x = h\nu / (kT_{solar})$ ;  $T_{solar} = 5785$  К.

Как видно из (18) и (19), импортируемый планетой поток свободной энергии  $\downarrow\Delta F$  (12) является функцией параметров  $\alpha$  и  $u$ , которые, в свою очередь, зависят от величины солнечной постоянной на данной орбите  $I_s$  (для Земли  $I_s \approx 1370$  Вт/м<sup>2</sup>), определяемой квадратом отношения радиуса Солнца к расстоянию от Солнца до орбиты  $r_{sun}^2 / L_{es}^2$  и альбедо

планеты  $A$  (для Земли  $r_{sun}^2/L_{es}^2=0,0000215$ ,  $A \approx 0,3$ ) и величины оптической толщи серой атмосферы  $\tau$  (для Земли с серой атмосферой [24]:  $T_e=255,2$  К,  $T_s=288,2$  К,  $T_a=278,7$  К и  $\tau \approx 0,63$ ) соответственно. Примечательно, что определяемый таким образом поток импортируемой планетой свободной энергии  $\downarrow\Delta F=\downarrow\Delta F(\alpha,\tau)$  имеет экстремум по  $\tau$ , а также по  $\alpha$  при условии  $r_{sun}^2/L_{es}^2 \sim 1$ .

На рис. 1 приведена зависимость потока импортируемой Землей свободной энергии  $\downarrow\Delta F$  (12) от оптической толщи атмосферы  $\tau$ .

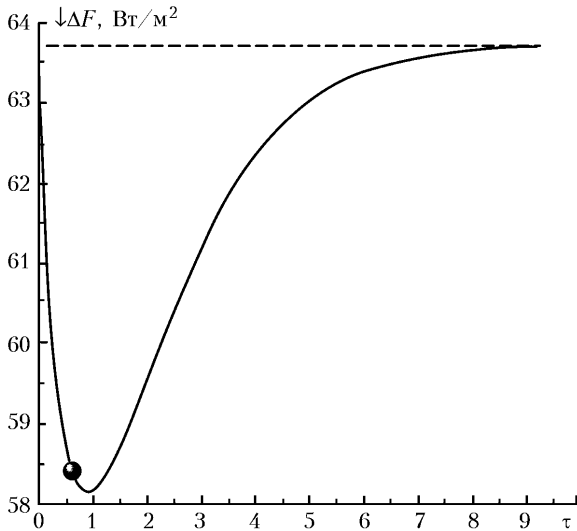


Рис. 1. Импортируемый планетой (расстояние от Солнца и альbedo планеты соответствует Земле) поток свободной энергии из космоса в модели серой атмосферы

Пунктирной прямой обозначена величина максимально возможного потока импортируемой планетой свободной энергии  $\downarrow\Delta F_{\max} \approx 63,75$  Вт/м<sup>2</sup>, что соответствует двум асимптотическим случаям: планета без атмосферы с черной поверхностью ( $\tau = 0$ ) и с абсолютно черной атмосферой ( $\tau \rightarrow \infty$ ). Любопытно, что при определенном значении оптической толщи атмосферы  $\tau \approx 0,91$  импортируемый поток свободной энергии имеет экстремум – незначительный минимум:  $\downarrow\Delta F \approx 58,20$  Вт/м<sup>2</sup>. Точкой показана величина потока свободной энергии, импортируемого Землей,  $\downarrow\Delta F = 58,41$  Вт/м<sup>2</sup> при текущем значении  $\tau = 0,63$  [согласно (15)] в модели серой атмосферы Земли [24].

В терминах измеряемой приборами спектральной яркости излучения среднее число фотонов  $\langle n_{\nu} \rangle = c^2 R_{\nu}(\theta, \varphi) / 2h\nu^3$  [6, 8], где  $R_{\nu}(\theta, \varphi)$  – спектральная яркость излучения в направлении зенитного  $\theta$  и азимутального  $\varphi$  углов, Вт/(м<sup>2</sup>·см<sup>-1</sup>·ср).

Спектральная яркость излучения в атмосфере  $R_{\nu}$  может моделироваться с помощью программного пакета FIRE-ARMS [25] (<http://remotesensing.ru>) и других аналогичных программных пакетов, а также непосредственно измеряться приборами. Общие формулы (5), (7) являются удобными как при теоретическом моделировании потоков свободной энергии в атмосфере, так и в практических расче-

тах баланса свободной энергии излучения в атмосфере на основе экспериментальных данных по  $R_{\nu}(\theta, \varphi)$ . Возможность применения формул (5), (7) к описанию потоков свободной энергии, а формулы (4) – энтропии уходящего теплового излучения в реальной атмосфере Земли подтверждается поведением спектральной яркости уходящего теплового излучения (рис. 2) и характерным поведением температурных весовых функций.

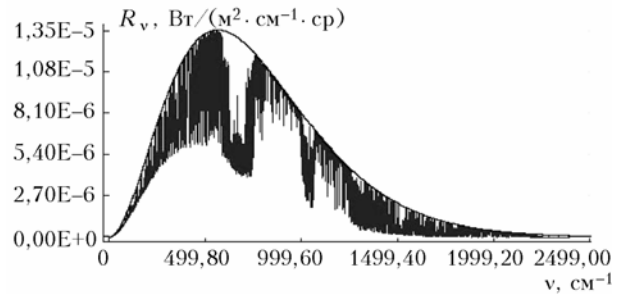


Рис. 2. Спектральная яркость уходящего теплового излучения Земли в модели стандартной атмосферы US standrd. Огибающая – спектральная яркость излучения поверхности (по Планку) при  $T_s = 288,2$  К

Очевидно, что мультиравновесная статистика фотонов адекватно отражает реальную статистику фотонов уходящего теплового излучения Земли во всех спектральных интервалах, где его спектральная яркость близка к спектральной яркости излучения поверхности, т.е. в окнах и микроокнах прозрачности атмосферы, а также в насыщенных участках полос поглощения, где яркостная температура излучения с достаточной точностью аппроксимируется равновесной температурой излучающего слоя атмосферы.

В тех спектральных участках полос  $\text{CO}_2$ ,  $\text{O}_3$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ , где есть ненасыщенное поглощение (склоны линий поглощения), степень аппроксимации статистики фотонов мультиравновесной функцией распределения определяется поведением весовых функций по температуре, а именно тем, насколько адекватно яркостную температуру уходящего излучения атмосферы можно аппроксимировать температурой атмосферного слоя, дающего максимальный вклад в излучение в данном спектральном интервале.

Из типичного поведения температурных весовых функций в модели стандартной атмосферы, характеризующих чувствительность величины  $R_{\nu}$  (см. рис. 2) вне окон прозрачности (как, например, в основной полосе поглощения  $\text{CO}_2$  [26, 27]) к вариациям температуры тропосферы на различных высотах, следует, что вклад тропосферы в наблюдаемую величину  $R_{\nu}$  на каждой частоте, как правило, определяется одним нешироким слоем (2–3 км), который с приемлемой точностью можно характеризовать своей средней температурой.

Из такого поведения температурных весовых функций следует, что формально определяемую яркостную температуру уходящего теплового излучения

$$T_{\nu} = \frac{h\nu}{k \ln(1 + 2h\nu^3 / c^2 R_{\nu})}$$

практически во всем

рассматриваемом спектральном диапазоне 0–2500 см<sup>-1</sup> можно полагать близкой к равновесной температуре излучающего слоя тропосферы или поверхности (в окнах прозрачности), определяющих величину  $R_v$ . В этом случае функцию распределения числа фотонов теплового излучения реальной атмосферы можно с такой же точностью аппроксимировать мультиравновесной функцией распределения (2) и использовать формулы (5), (7) при расчетах баланса свободной энергии на верхней границе атмосферы по спутниковым измерениям  $R_v$ . Оценка  $\downarrow\Delta F$  для Земли по формулам (10), (11), в рамках модели стандартной атмосферы (US standard) и с учетом 50%-й облачности на планете, с использованием базы спектроскопических параметров атмосферных газов данных HITRAN [28], дает значение потока импортируемой планетой свободной энергии  $\downarrow\Delta F = 59,85 \text{ Вт/м}^2$ . Рассмотренная выше модель серой атмосферы также дает близкое значение  $\downarrow\Delta F \approx 58,41 \text{ Вт/м}^2$  (см. рис. 1).

Измерение входящего в атмосферу солнечного излучения наземными приборами с достаточным покрытием по всему земному шару представляет значительные технические трудности, в то время как отраженное планетой солнечное излучение может измеряться по всему глобусу со спутников. Исходя из этого, с практической точки зрения входящий поток свободной энергии солнечного излучения  $(1/4)\downarrow F_s^{in}$  целесообразно определять как разницу между постоянным потоком свободной энергии достигающего планеты солнечного излучения  $(1/4)\downarrow F_s$  и свободной энергией отраженного обратно в космос солнечного излучения  $(1/4)\uparrow F_s^{reflected}$ , полагая  $\langle n_v \rangle = (r_{sun}^2 / L_{es}^2) \langle n_v \rangle^{solar}$  при расчете потока  $(1/4)\downarrow F_s$  и  $\langle n_v \rangle = (r_{sun}^2 / L_{es}^2) \langle n_v \rangle^{solar} A$  при расчете потока  $(1/4)\uparrow F_s^{reflected}$ . Однако неочевидно, что в общем случае выполняется равенство

$$(1/4)\downarrow F_s^{in} = (1/4)(\downarrow F_s - \uparrow F_s^{reflected}). \quad (20)$$

На рис. 3 приведено сравнение величин  $(1/4)\downarrow F_s^{in}$  и  $(1/4)(\downarrow F_s - \uparrow F_s^{reflected})$ , рассчитанных для Земли при различных значениях альбедо  $A$  и постоянном потоке свободной энергии от Солнца  $\downarrow F_s = -95,48 \text{ Вт/м}^2$ .

Из приведенных на рис. 3 данных следует, что с достаточной точностью (ошибка  $< 1 \text{ Вт/м}^2$  для альбедо Земли менее 0,3 и более 0,25) входящий поток свободной энергии солнечного излучения для Земли  $(1/4)\downarrow F_s^{in}$  можно рассчитывать из данных измерений со спутников величины  $R_v$  отраженного планетой солнечного света, пользуясь формулами (7) и (20) и полагая при этом  $\langle n \rangle_v = c^2 R_v / (2h\nu^3)$ , а величину потока  $(1/4)\downarrow F_s$  постоянной и равной  $(1/4)\downarrow F_s = -23,87 \text{ Вт/м}^2$ . А вследствие того что область перекрытия спектральных яркостей отраженного солнечного и уходящего теплового излу-

чения пренебрежимо мала (рис. 4), потоки свободной энергии уходящего теплового излучения Земли и отраженного солнечного излучения можно рассчитывать по формуле (7) независимо друг от друга.

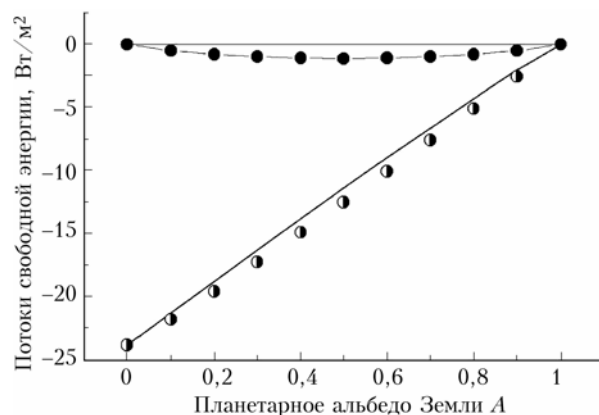


Рис. 3. Потоки свободной энергии на верхней границе атмосферы. Линией обозначен поток свободной энергии прошедшего верхнюю границу солнечного излучения  $(1/4)\downarrow F_s^{in}$ . Полупрозрачными кружками обозначена разница потоков входящего к верхней границе и отраженного от нее солнечного излучения  $(1/4)(\downarrow F_s - \uparrow F_s^{reflected})$ . Темными кружками приведена разница между ними  $(1/4)\downarrow F_s^{in} - (1/4)(\downarrow F_s - \uparrow F_s^{reflected})$

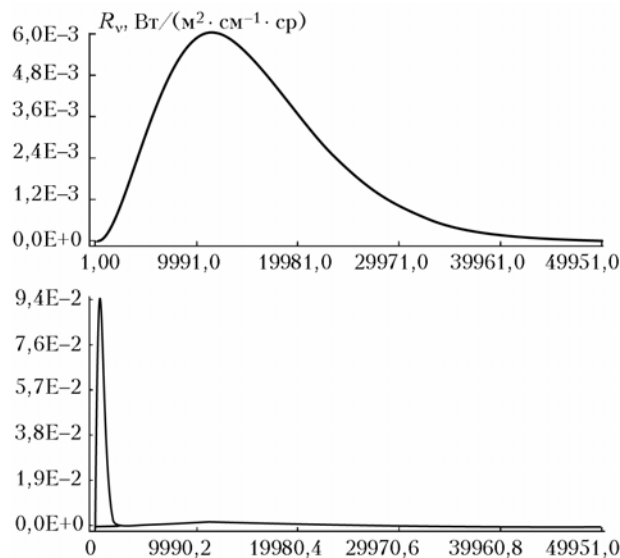


Рис. 4. Спектральная яркость потока отраженного Землей солнечного излучения (вверху). Излучение Солнца аппроксимировалось излучением черного тела с  $T_s = 5785 \text{ К}$ , планетарное альбедо Земли предполагалось независимым от частоты и равным 0,3. Внизу — спектральная яркость совокупного излучения Земли в космос, включающего отраженное солнечное излучение (пологий правый пик) и собственное тепловое излучение Земли в модели черного тела при  $T_e = 255,2 \text{ К}$  (острый левый пик).

## Заключение

Известно, что модель серой атмосферы достаточно хорошо описывает качественные характеристики термического режима реальной атмосферы

и частично его количественные характеристики [24]. Кроме того, излучение при распространении в серой атмосфере адекватно описывается мультиравновесной статистикой фотонов [5, 8]. Поведение температурных весовых функций от  $R_v$  уходящего теплового излучения в моделях стандартных атмосфер подтверждает предположение, что статистика фотонов уходящего теплового излучения в реальной атмосфере близка к мультиравновесной статистике. Это оправдывает применение предложенного в данной статье метода для оценок баланса свободной энергии излучения на верхней границе атмосферы Земли.

Оцененный в модели серой атмосферы поток импортируемой Землей свободной энергии составляет  $\downarrow\Delta F \approx 58,41$  Вт/м<sup>2</sup>. Оценка  $\downarrow\Delta F$ , когда  $R_v$  уходящего теплового излучения рассчитывается в рамках модели стандартной атмосферы с использованием базы данных HITRAN и учетом 50%-й облачности, приводит к близкому по величине потоку импортируемой свободной энергии  $\downarrow\Delta F = 59,85$  Вт/м<sup>2</sup>. Средняя по обеим моделям оценка значения потока импортируемой свободной энергии составляет для Земли 59,13 Вт/м<sup>2</sup>. В результате интегральная мощность тепловой машины Земли (радиус около 6400 км), равная примерно  $3 \cdot 10^{16}$  Вт, расходуется главным образом на производство работы по поддержанию процессов циркуляции в атмосфере и океане, а также рост растительности в процессе фотосинтеза и частично аккумулируется в тепловых резервуарах атмосферы и океана и в виде химической энергии в биоте. Поток полной энергии приходящего на Землю солнечного излучения составляет около 240 Вт/м<sup>2</sup> [23, 24]. Доля свободной энергии (59,13 Вт/м<sup>2</sup>) от общего потока солнечной энергии, приходящей на Землю, составляет около 25%.

Рассмотренная в статье модель серой атмосферы является достаточно простой, но далеко не тривиальной, так как учитывает основные физические закономерности радиационного теплообмена Земли. Как показано выше, учет зависимости спектральной яркости уходящего теплового излучения от частоты в рамках модели стандартной атмосферы дает не многим более высокую оценку потока импортируемой свободной энергии в сравнении с моделью эквивалентной серой атмосферы на величину 1,44 Вт/м<sup>2</sup>. Возникают естественные вопросы: как может измениться величина оцененного потока импортируемой Землей свободной энергии, если учесть также и спектральную зависимость планетарного альbedo, и что можно ожидать для характеристик минимума свободной энергии при переходе от модели серой атмосферы к модели стандартной атмосферы? Анализ, проведенный с различными спектральными зависимостями для одного и того же потока энергии излучения, показывает, что учет спектральной зависимости приводит к некоторому уменьшению абсолютного значения потока свободной энергии этого излучения в отличие от излучения эквивалентной серой атмосферы. В результате следует ожидать еще большего количественного различия (чем 1,44 Вт/м<sup>2</sup>) между потоком импортируемой Землей свободной энергии,

оцененным в модели серой атмосферы, и потоком, оцененным с учетом реальной спектральной зависимости как уходящего теплового излучения, так и отраженного солнечного излучения.

Таким образом, задача моделирования баланса свободной энергии на верхней границе атмосферы с реалистичными среднегодовыми спектральными характеристиками планетарного альbedo Земли и сравнение его с потоком импорта свободной энергии, полученным из спутниковых измерений яркости во всем спектральном диапазоне уходящего теплового и отраженного солнечного излучений, являются предметом отдельных будущих исследований. С гносеологической точки зрения модель серой атмосферы, в отличие от модели стандартной атмосферы, содержит такой важный параметр, как оптическая толщина эквивалентной серой атмосферы. Она легко рассчитывается для любой реальной модели атмосферы и может служить интегральным показателем оптимальности режима импорта свободной энергии на планету из космоса через верхнюю границу атмосферы при любых спектральных характеристиках как уходящего теплового излучения, так и планетарного альbedo.

Так как мощность процессов общей циркуляции атмосферы и океана на 2 порядка превышает мощность фотосинтеза [7] и ее вкладом в данном случае можно пренебречь, отношение полученного потока свободной энергии, импортируемого Землей, к величине полного потока энергии, приходящего от Солнца на Землю, можно охарактеризовать как кпд (~25%) тепловой машины нашей планеты. Эта величина может быть получена из спутниковых данных по регистрации спектров уходящего теплового излучения Земли и отраженного солнечного излучения во всем спектральном диапазоне от микроволнового до ультрафиолетового и в интервале углов наблюдения от  $-90$  до  $+90^\circ$  по отношению к надиру.

Следует отметить также, что одновременный спутниковый мониторинг радиационного баланса и баланса свободной энергии на верхней границе атмосферы Земли мог бы стать полезным инструментом детектирования возможного изменения интегральной мощности тепловой машины нашей планеты и ее кпд в процессе глобального потепления.

В.И. Захаров благодарит Р. Гуди (R. Goody) и С. Ворнера (C. Warner) за стимулирующие e-mail-дискуссии по затронутым в работе вопросам исследования потоков энтропии и свободной энергии в процессах переноса излучения в атмосфере Земли, а также К.М. Фирсова и Б.А. Фомина за обсуждение результатов работы.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ № 06-01-00669.

1. Голицын Г.С., Мохов И.И. Устойчивость и внешние свойства климатических моделей // Изв. АН СССР. Физ. атмосфер. и океана. 1978. Вып. 14. С. 271–277.
2. Nicolis G. and Nicolis C. On the entropy balance of the earth-atmosphere system // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 1980. V. 106. N 450. P. 691–706.
3. Paltridge G.W. Thermodynamic dissipation and the global climate system // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 1981. V. 107. N 451. P. 531–547.

4. *Essex C.* Minimum entropy production in the steady state and radiative transfer // *Astrophys. J.* 1984. V. 285. N 41. P. 279–293.
5. *Lensins G.B.* On the Relationship between Radiative Entropy and Temperature Distributions // *J. Atmos. Sci.* 1990. V. 47. N 6. P. 795–803.
6. *Stephens G.L., O'Brien D.M.* Entropy and climate. I: ERBE observations of the entropy production of the earth // *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 1993. V. 119. N 121. P. 121–152.
7. *Гориков В.Г.* Физические и биологические основы устойчивости жизни / Под ред. К.С. Лосева. М., 1995. 470 с.
8. *Goody R., Abdou W.* Reversible and irreversible sources of radiation entropy // *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 1996. V. 122. N 123. P. 483–494.
9. *Изаков М.Н.* Самоорганизация и информация планет и экосистем // *Успехи физ. наук.* 1997. Т. 167. № 10. С. 1087–1094.
10. *Goody R.* Sources and sinks of climate entropy // *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 2000. V. 126. N 565. P. 1953–1970.
11. *Warner C.* Entropy Sources in Equilibrium Conditions over a Tropical Ocean // *J. Atmos. Sci.* 2005. V. 62. N 2. P. 1588–1600.
12. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. М.: Наука, 1964. 567 с.
13. *Базаров И.П.* Термодинамика, М.: Высш. школа, 1991. 376 с.
14. *Kondepudi D., Prigogine I.* Modern Thermodynamics. From Heat Engines to Dissipative Structures / Ed. O. Jacob. John Wiley & Sons, 1999. 489 p.
15. *Стратонович Р.Л.* Теория информации. М.: Сов. радио, 1975. 424 с.
16. *Лоудон Р.* Квантовая теория света. М.: Мир, 1976. 395 с.
17. *Скалли М.О., Зубайри М.С.* Квантовая оптика: Пер. с англ. / Под ред. В.В. Самарцева. М.: Физматлит, 2003. 280 с.
18. *Planck M.* Heat Radiation. Translated in Dover Ed., 1959. 496 с.
19. *Zakharov V.I., Tyuterev V.I.G.* Photon statistics of laser beams in resonance multiphoton processes // *Laser and Particle Beams.* 1987. N 5. P. 27–42.
20. *Шляйх В.П.* Квантовая оптика в фазовом пространстве. М.: Физматлит, 2005. 361 с.
21. *Rosen P.* Entropy of radiation // *Phys. Rev.* 1954. V. 96. N 3. P. 555–556.
22. *Ore A.* Entropy of radiation // *Phys. Rev.* 1955. V. 98. N 4. P. 887–888.
23. *Тимофеев Ю.М., Васильев А.В.* Теоретические основы атмосферной оптики. СПб.: Наука, 2003. 474 с.
24. *Матвеев Л.Т.* Теория общей циркуляции атмосферы и климата Земли. Л.: Гидрометеониздат, 1991. 149 с.
25. *Gribanov K.G., Zakharov V.I., Tashkun S.A., Tyuterev V.I.G.* A new software tool for radiative transfer calculations and its application to IMG/ADEOS data // *J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer.* 2001. V. 68. N 4. P. 435–451. (<http://remotesensing.ru>).
26. *Gribanov K.G. and Zakharov V.I.* Neural network solution for temperature profile retrieval from infrared spectra with high spectral resolution // *Atmos. Sci. Lett.* 2004. V. 5. Is. 1–4. P. 1–11.
27. *Kobayashi H.,* Editor. Interferometric Monitor for Greenhouse Gases: IMG Project Technical Report/IMG Mission Operation & Verification Committee, CRIEPI; Tokyo, Japan. 1999. 52 p.
28. *Rothmann L.S., Jacquemart D., Barbe A, Benner D.C., Birk M., Brown L.R., Carleer M.R., Chackerian C., Jr., Chance K., Coudert L.H., Dana V., Devi V.M., Flaud J.M., Gamache R.R., Goldman A., Hartmann J.M., Jucks K.W., Maki A.G., Mandin J.Y., Massie S.T., Orphal J., Perrin A., Rinsland C.P., Smith M.A.H., Tennyson J., Tolchenov R.N., Toth R.A., Auwers J.V., Varanasi P., Wagner G.* The HITRAN molecular spectroscopic database: edition of 2000 including updates through 2001 // *J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer.* 2003. V. 82. N 5. P. 5–44.

*V.I. Zakharov, R. Imasu, K.G. Gribanov, S.V. Zakharov.* **Free energy balance at the top of the atmosphere.**

Photon statistics in the processes of entropy and free energy transfer by electromagnetic field in the atmosphere are discussed in the paper. It's shown that multi-equilibrium (generalized Plank's statistics) distribution of the number of photons for monochromatic radiation takes a place in case of minimum free energy of the field. Method of simulation of free energy fluxes in atmosphere and free energy balance at the top of the atmosphere using outgoing heat radiance and reflected solar radiance is developed.

In the framework of the model of gray atmosphere it is shown, the flux of import of free energy has extremum at some magnitude of optical depth of the atmosphere, which is close to optical depth of the Earth's atmosphere. The evaluated annual mean flux of free energy imported by the Earth is about 59.13 W/m<sup>2</sup>. It is 3 · 10<sup>16</sup> W/m<sup>2</sup> over the globe. This magnitude determines an integral power of heat engine of our planet. Ratio of the integral power of heat engine to power of incoming solar radiation determines the coefficient of efficiency of the heat engine. Simultaneous satellite monitoring of radiation balance and free energy balance at the top of the atmosphere could be useful tool to make a search possible change of integral power of heat engine of our planet and global warming process.