

# Численное восстановление полей температуры и ветра в области мезо- $\beta$ -масштаба на основе динамико-стохастического подхода

В.С. Комаров, А.В. Лавриненко, В.В. Будаев, Е.В. Горев\*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 28.05.2008 г.

Рассматриваются методические основы и результаты исследования алгоритма численного восстановления полей температуры и ветра в области мезо- $\beta$ -масштаба, осуществляемого по данным единичной аэрологической станции и локальной сети метеорологических станций с использованием аппарата калмановской фильтрации и двумерной динамико-стохастической модели.

**Ключевые слова:** фильтр Калмана, двумерная динамико-стохастическая модель, температура, ветер, численное моделирование.

В работах [1, 2] предложен новый методический подход к решению задачи численного восстановления вертикальных профилей температуры и ветра в пограничном слое атмосферы (ПСА) при отсутствии данных высотных наблюдений, основанный на использовании алгоритма фильтра Калмана и двумерной динамико-стохастической модели и реализованный для точек пространства, где проводятся аэрологические измерения. Однако на практике возникает часто и другая задача, связанная с получением информации о физическом состоянии ПСА не только в точке, где проводятся аэрологические наблюдения, но и в местах расположения метеорологических станций, находящихся на небольших (менее 100–200 км) расстояниях от единичной станции высотного зондирования. В этом случае речь идет уже о задаче численного восстановления трехмерной структуры метеорологических полей в области мезо- $\beta$ -масштаба (т.е. в области с характерными размерами 20–200 км [3]), осуществляющегося на основе данных единичной аэрологической станции (либо системы лидарного или акустического зондирования) и некоторого ограниченного числа метеорологических станций.

Возросший интерес к скорейшему решению подобной задачи обусловлен тем, что результаты численного восстановления метеорологических полей (и, в частности, полей температуры и ветра) в ПСА позволяют:

— существенно расширить функциональные возможности лидарных и акустических систем дистанционного зондирования за счет численной оценки

(по данным их измерений) физического состояния пограничного слоя атмосферы не только в месте расположения подобных систем, но и в пределах всей окружающей мезо- $\beta$ -масштабной области;

— провести прогнозирование пространственно-распространения загрязняющих веществ на малые расстояния (до 50–100 км) от источника их выброса в атмосферу;

— повысить эффективность метеорологического обеспечения решения специальных задач военной геофизики и т.п.

Ранее (см., например, [4, 5]) специалистами Института оптики атмосферы СО РАН для решения задачи численного восстановления метеорологических полей в области мезомасштаба было предложено несколько методических подходов, базирующихся на применении аппарата калмановской фильтрации и различных типов динамико-стохастических моделей. Но использовать предложенные в [4, 5] динамико-стохастические модели для решения поставленной задачи невозможно, поскольку для своей реализации они требуют получения метеорологических данных с не менее чем трех станций высотного зондирования.

С учетом этого обстоятельства в настоящей статье предлагается иной, чем в [4, 5], методический подход, позволяющий восстановить трехмерную структуру полей температуры и ветра в области мезо- $\beta$ -масштаба по данным наблюдений локальной сети метеорологических станций и данным единичной станции (или одной дистанционной системы) высотного зондирования.

Сформулируем теперь постановку задачи и рассмотрим коротко особенности предложенной методики и алгоритма ее решения.

Пусть в заданной мезо- $\beta$ -масштабной области имеются две точки с координатами  $(x_0, y_0)$  и  $(x_1, y_1)$ ,

\* Валерий Сергеевич Комаров; Андрей Викторович Лавриненко; Вадим Владимирович Будаев; Евгений Владимирович Горев (porov@iao.ru).

в первой из которых проводятся лишь наземные метеорологические наблюдения, а во второй осуществляются аэрологические измерения. В подобном случае задача численного восстановления какого-либо высотного метеорологического поля  $\xi$ , являющегося центрированным, однородным и случайнym полем, в точке с координатами  $(x_0, y_0)$ , где имеются лишь наземные наблюдения, заключается в численной оценке (с помощью заданной математической модели) его значений на высоте  $h$  и в момент времени  $t_0$  по наземным данным в той же точке и данным аэрологических измерений в точке  $(x_1, y_1)$ , взятым в момент времени  $t_0$  и предшествующие моменты времени  $t_0 - j$  ( $j = 1, 2, \dots, K$ ). Здесь следует подчеркнуть, что, согласно [6], для мезо-β-масштабной области характерны достаточно высокая однородность и изотропность метеорологических полей.

Для решения поставленной задачи в качестве математической модели использована двумерная динамико-стохастическая модель вида

$$\xi_h(k) = \sum_{m=h}^{h+i} \sum_{j=0}^K d_{j,m} \xi_m(k-j) + \varepsilon_h(k), \quad (1)$$

где  $\xi_h(k)$  – значение высотного метеорологического поля на некоторой фиксированной высоте  $h$  (она расположена в пределах пограничного слоя атмосферы) и в момент времени  $k$ ;  $m$  – номер высотного уровня, для которого выполняется процедура восстановления поля  $\xi$ , причем  $m$  меняется от  $h$  до  $h+i$  (здесь  $i = 1, 2, \dots, n$  – максимальное число высотных уровней, учитываемых при восстановлении этого поля на уровне  $h$ );  $j = 0, 1, \dots, K$  – значение дискретного времени, определяющее размер предиктора алгоритма фильтра Калмана;  $d_{j,m}$  – неизвестные параметры модели, подлежащие оцениванию и определяющие взаимную зависимость значений поля  $\xi_h(k)$  с его значениями в предыдущие моменты времени  $k-j$  на заданной высоте и вышележащих  $i$ -х уровнях (для восстановления поля в работе взяты  $j = 3$  и  $i = 2$ );  $\varepsilon_h(k)$  – невязка модели, определяемая стохастичностью атмосферных процессов.

Задача численного восстановления высотного метеорологического поля  $\xi$  в мезо-β-масштабной области решается в два этапа.

На первом этапе по данным аэрологических наблюдений за полем  $\xi$  в точке  $(x_1, y_1)$ , взятым в момент времени  $t_0$  и предшествующие моменты времени  $t_0 - j$  для высотного уровня  $h$  и  $i$ -х вышележащих уровней, а также по его наземным измерениям в точке  $(x_0, y_0)$  дается оценка параметров модели  $d_{j,m}$ .

На втором этапе, исходя из предположения о слабой изменчивости вектора оцененных параметров модели  $\mathbf{D} = d_{j,m}$  в пределах рассматриваемого слоя атмосферы, а также на всей территории заданного мезо-β-масштабного полигона, осуществля-

ется оценка [на основе уравнения восстановления и аэрологических данных в точке  $(x_1, y_1)$ ] поля  $\xi$  в заданной точке  $(x_0, y_0)$ , в момент времени  $t_0$  и на высоте  $h+1$ . При этом уравнение восстановления можно записать в следующем виде:

$$\hat{\xi}_{h+1}^{(0)}(k) = \sum_{m=h}^{h+1} \sum_{j=0}^K \hat{d}_{j,m} \xi_{m+1}^{(1)}(k-j), \quad (2)$$

где  $\hat{\xi}_{h+1}^{(0)}(k)$  – оценка метеорологического поля  $\xi$  на высоте  $h+1$  и в момент времени  $k$ , полученная для точки  $(x_0, y_0)$ , где нет аэрологических измерений;  $\hat{d}_{j,m}$  – оценки параметров модели (1), сделанные для  $h$ -го высотного уровня по данным аэрологических измерений в точке  $(x_1, y_1)$ ;  $\xi_{m+1}^{(1)}(k-j)$  – измеренные значения того же поля  $\xi$  в точке  $(x_1, y_1)$  в момент времени с  $k$  по  $k-j$  и на высотных уровнях с  $h+1$  по  $h+i+1$ .

Поскольку в выражениях (1) и (2) в качестве исходных данных берутся не сами измеренные значения поля  $\xi$ , а его центрированные значения, то процедура восстановления выполняется по той же схеме, что и в работе [1], когда результирующая оценка высотного метеорологического поля  $\xi$  в точках  $(x_0, y_0)$  складывается из оценки регулярной составляющей этого поля  $\bar{\xi}$  и оценки его флуктуационной составляющей  $\xi'$ , т.е.

$$\xi = \bar{\xi} + \xi'. \quad (3)$$

Заметим, что в выражениях (1) и (2) обозначение штриха было опущено. В дальнейшем этот штрих также будет опускаться.

Регулярная составляющая поля  $\bar{\xi}$  вычисляется как слаженная средняя по нескольким предыдущим наблюдениям, взятым для точки  $(x_1, y_1)$  на фиксированной высоте:

$$\bar{\xi}_h(k) = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p \xi_h(k-j). \quad (4)$$

Здесь  $p$  – глубина временного окна, используемого для оценки регулярной составляющей поля  $\xi$  (в нашем случае  $p = 3$ ).

Остановимся теперь коротко на алгоритме численного восстановления вертикальной структуры поля  $\xi$  в заданной точке  $(x_0, y_0)$ , находящейся в пределах мезо-β-масштабной области и имеющей лишь наземные метеорологические данные. Вначале по данным аэрологических наблюдений в точке  $(x_1, y_1)$ , находящейся в той же мезо-β-масштабной области, осуществляется оценка неизвестных параметров  $d_{j,m}$  в модели (1). Для этого используются:

1) система разностных уравнений состояния вида

$$\mathbf{X}_{k+1}^t = \Psi_k \cdot \mathbf{X}_k^t + \omega_k^t, \quad (5)$$

где  $\mathbf{X}_k^t$  – вектор состояния размерностью  $n = (i+1)K$ , включающий в себя все неизвестные и подлежащие оцениванию параметры  $d_{j,m}$  для текущего дискретного времени  $k$ ;  $\Psi_k$  – матрица перехода для дискретной системы размерностью  $(n \times n) = [(i+1)K(i+1)K]$ ;  $\omega_k^t$  – вектор случайных возмущений системы (вектор шумов состояния) размерностью  $n = (i+1)K$ .

Следует отметить, что если на взятом интервале времени параметры  $\mathbf{X}_k^t$  в среднем по времени не изменяются (а это можно предположить), то матрица перехода  $\Psi_k$  будет соответствовать единичной матрице  $\mathbf{I}$  размерностью  $(n \times n)$  и выражение (5) будет иметь вид

$$\mathbf{X}_{k+1}^t = \mathbf{X}_k^t + \omega_k^t; \quad (6)$$

2) модель измерений, по данным которых в алгоритме фильтра Калмана осуществляется оценка состояния системы, причем в общем случае она описывается аддитивной смесью полезного сообщения и ошибки измерения:

$$\mathbf{Y}_k^0 = \xi_k^0 = \mathbf{H}_k \cdot \mathbf{X}_k^t + \varepsilon_k^0, \quad (7)$$

где  $\mathbf{Y}_k^0$  – вектор фактических измерений, представляющий собой скаляр-число, т.е. измерение на высоте  $h$  и в момент времени  $k$ ;  $\mathbf{H}_k$  – вектор наблюдений размерностью  $n = (i+1)K$ , определяющий функциональную связь между истинными значениями переменных состояния и фактическими измерениями, элементами которого являются значения измерений поля  $\xi_h(k)$  на заданных уровнях в пределах фиксированного слоя атмосферы, в данном и предыдущие моменты времени на глубину  $K$ :

$$\mathbf{H}_k = \|y_0(k-1), y_0(k-2), \dots, y_0(k-K), y_1(k-1), \dots, y_{i+1}(k-K)\|;$$

$\varepsilon_k^0$  – вектор ошибок (шумов) измерений в момент времени  $k$ .

На основе выражений (6) и (7) с помощью линейного фильтра Калмана [7] и решается задача оценивания вектора состояния.

Затем по полученным оценкам вектора состояния  $\mathbf{X}_k^a$  осуществляется вычисление для точки  $(x_0, y_0)$ , где нет аэрологических измерений, самого значения высотного метеорологического поля  $\xi_{h+1}^{(0)}(k)$ . С этой целью используется выражение (2), записанное в матричном виде

$$\xi_{h+1}^{(0)}(k) = \mathbf{Y}_k^0 = \mathbf{H}_k^* \cdot \mathbf{X}_k^0, \quad (8)$$

где  $\mathbf{H}_k^*$  – вектор перехода размерностью  $n = (i+1)K$ , применяемый для вычисления значений заданного метеорологического поля на высотном уровне  $h+1$  в момент времени  $k$ ;  $\mathbf{X}_k^0$  – полученная на первом этапе оценка вектора состояния в момент времени  $k$ .

Описанный выше алгоритм численного восстановления метеорологических полей в области мезо-β-масштаба был исследован на предмет его эффективности при применении в задаче трехмерной (по горизонтали и высоте) экстраполяции полей температуры и ветра, осуществляемой в пределах пограничного слоя атмосферы.

Поскольку для оптимальной оценки качества такой экстраполяции требуются данные по меньшей мере двух близкорасположенных аэрологических станций, одна из которых является контрольной, нами в качестве исходной информации использованы данные трех европейских станций: Штутгарт ( $48^{\circ}50'$  с.ш.,  $09^{\circ}12'$  в.д.), Кюммерсбрук ( $49^{\circ}26'$  с.ш.,  $11^{\circ}54'$  в.д.) и Мюнхен ( $48^{\circ}15'$  с.ш.,  $11^{\circ}33'$  в.д.), расположенных друг от друга на самых минимальных расстояниях. При этом все данные двухсроковых наблюдений, полученных за январь и июль 2007 г., были приведены (с помощью линейной интерполяции и с учетом данных особых точек и главных изобарических поверхностей: 1000, 925, 850 и 700 гПа) к системе геометрических высот: 0 (уровень земной поверхности), 100, 200, 300, 400, 600, 800, 1000, 1200 и 1600 м.

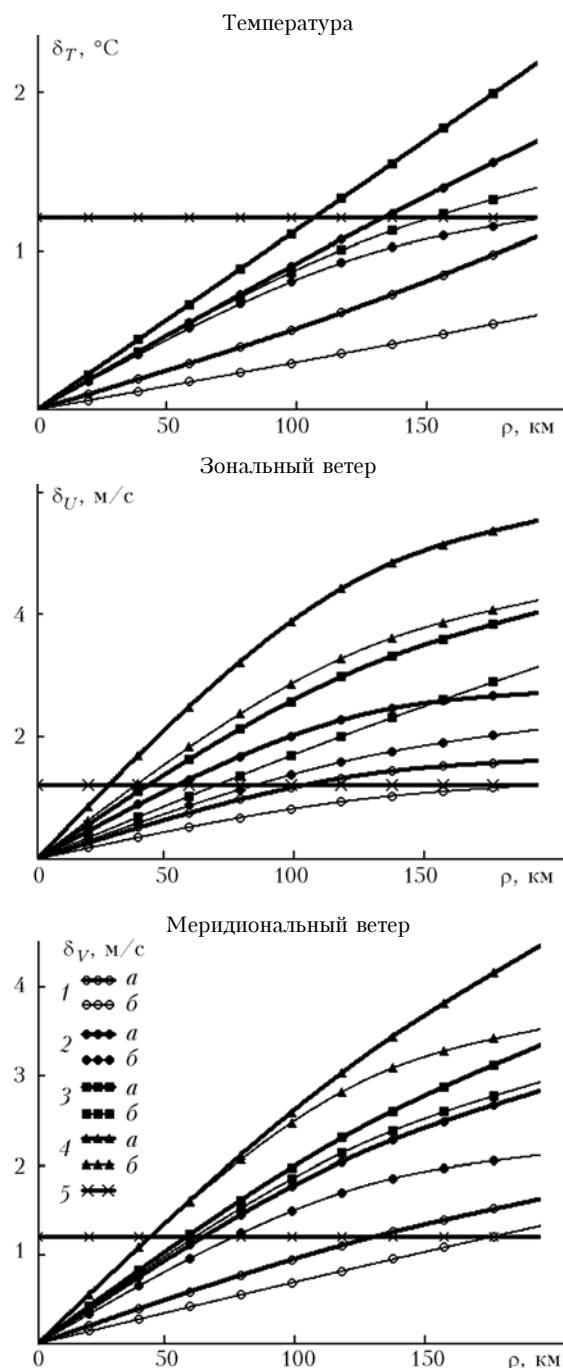
Для оценки точности и эффективности алгоритма численного восстановления в качестве базовой аэрологической станции (по ее данным определялись параметры математической модели  $d_{j,m}$ ) взята ст. Кюммерсбрук, а в качестве контрольных точек (для них осуществлялась экстраполяция по высоте) использованы ст. Мюнхен и Штутгарт, расположенные от ст. Кюммерсбрук на расстоянии 175 и 195 км соответственно.

В то же время сама подобная оценка, осуществляемая на примере численного восстановления средних в слое значений температуры, зональной и меридиональной составляющих скорости ветра (эти параметры взяты применительно к прогнозу распространения облака загрязняющих веществ), проводилась с помощью среднеквадратических погрешностей  $\delta_\xi$  такого восстановления. При этом значения  $\delta_\xi$  сравнивались с предельно допустимой ошибкой  $\Delta_\xi$  определения средних в слое значений метеорологической величины. Согласно [8] подобная ошибка составляет  $1,0\text{--}1,2$  °C для температуры и  $1,0\text{--}1,2$  м/с для ортогональных составляющих скорости ветра. Расчет средних значений температуры и ортогональных составляющих скорости ветра в слое  $h - h_0$  (здесь  $h_0$  – уровень земной поверхности, а  $h$  – высота верхней границы взятого слоя) был осуществлен с помощью выражения [8]:

$$\langle \xi \rangle_{h_0, h} = \frac{1}{h - h_0} \int_{h_0}^h \xi(z) dz, \quad (9)$$

где  $\xi$  – метеорологическая величина;  $z$  – высота, а  $\langle \bullet \rangle$  обозначает процедуру осреднения данных по вертикали.

На рисунке представлены зависимости среднеквадратических погрешностей  $\delta_\xi$  пространственной трехмерной экстраполяции (по горизонтали и высоте) параметров  $\langle T \rangle_{h_0,h}$ ,  $\langle U \rangle_{h_0,h}$  и  $\langle V \rangle_{h_0,h}$  от расстояния, полученные для зимы и лета и типичных атмосферных слоев.



Зависимость среднеквадратической погрешности  $\delta_\xi$  пространственной экстраполяции средних в слое 0–200 (1), 0–400 (2), 0–800 (3) и 0–1600 м (4) значений температуры, зональной и меридиональной составляющих скорости ветра от расстояния  $\rho$ , проведенной на основе динамико-стохастического алгоритма, а также предельно допустимые ошибки  $\Delta_\xi$  (5) ( $a$  – зима,  $б$  – лето)

Для сравнения приведены в виде прямых горизонтальных линий предельно допустимые ошибки ( $\Delta_\xi$ ) определения средних в слое значений температуры и ортогональных составляющих скорости ветра.

Анализ рисунка показал, что предложенный алгоритм может с успехом применяться на практике, поскольку дает вполне удовлетворительные результаты, особенно для нижнего 600-метрового слоя атмосферы, а наиболее высокое по качеству восстановление, причем на самое значительное расстояние от аэрологической станции, характерно для поля температуры. Действительно, условия, при которых среднеквадратическая погрешность пространственной экстраполяции средних в слое значений температуры, осуществленной с помощью предложенного алгоритма, не превышает предельно допустимой ошибки 1,2 °C, сохраняются вплоть до расстояния  $\rho = 100$ –120 км. В то же время для ветра, обладающего большей (чем у температуры) пространственной изменчивостью, условия, когда значения среднеквадратической погрешности восстановления  $\langle U \rangle_{h_0,h}$  и  $\langle V \rangle_{h_0,h}$  меньше предельно допустимой ошибки 1,2 м/с, соблюдаются лишь до расстояния  $\rho = 60$  км, да и то лишь в нижнем 600-метровом слое. Выше уровня 600 км качественное восстановление тех же параметров сохраняется до расстояния 30–50 км, причем с высотой оно уменьшается.

Таким образом, экспериментальные исследования качества восстановления средних в слое значений температуры и ортогональных составляющих скорости ветра, проведенные в области мезо-β-масштаба на основе алгоритма калмановской фильтрации с двумерной динамико-стохастической моделью и данных единичной станции высотного зондирования (с привлечением данных имеющихся метеорологических станций), показали, что этот алгоритм является достаточно эффективным и может быть использован для решения различных прикладных задач, где требуется учет физического состояния пограничного слоя атмосферы в заданной мезомасштабной области.

- Горев Е.В., Комаров В.С., Лавриненко А.В., Будаев В.В. Численное восстановление профилей температуры и ветра в пограничном слое атмосферы на основе алгоритма фильтра Калмана и двумерной динамико-стохастической модели. Часть 1. Методические основы // Оптика атмосф. и океана. 2008. Т. 21. № 4. С. 323–326.
- Горев Е.В., Комаров В.С., Лавриненко А.В., Будаев В.В. Численное восстановление профилей температуры и ветра в пограничном слое атмосферы на основе алгоритма фильтра Калмана и двумерной динамико-стохастической модели. Часть 2. Результаты исследований // Оптика атмосф. и океана. 2008. Т. 21. № 4. С. 327–332.
- Белов П.Н., Борисенко Е.П., Панин Б.Д. Численные методы прогноза погоды. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 376 с.

4. Комаров В.С., Попов Ю.Б., Суворов С.С., Куратков В.А. Динамико-стохастические методы и их применение в прикладной метеорологии / Под общей редакцией Г.Г. Матвиенко. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2004. 236 с.
5. Komarov V.S., Lavrinenko A.V., Kreminskii A.V., Lomakina N.Ya., Popov Yu.B., Popova A.I. New Method of Spatial Extrapolation of Meteorological Fields on the Mesoscale Level Using a Kalman Filter Algorithm for a Four-Decisional Dynamic-Stochastic Model // J. Atmos. and Ocean. Technol. 2007. V. 24. N 2. P. 182–193.
6. Гандин Л.С., Каган Р.Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных. Л.: Гидрометеониздат, 1976. 359 с.
7. Браммер К., Зиффлинг Г. Фильтр Калмана—Бьюси. М.: Наука, 1982. 200 с.
8. Комаров В.С. Статистика в приложении к задачам прикладной метеорологии. Томск: Изд-во СО РАН, 1997. 255 с.

**V.S. Komarov, A.V. Lavrinenko, V.V. Budaev, E.V. Gorev. Numerical retrieval of temperature and wind profiles in the  $\beta$ -mesoscale limited area, based on dynamic-stochastic approach.**

A technique and results of numerical retrieval of temperature and wind profiles in the  $\beta$ -mesoscale limited area, based on data of single rawinsonde and few meteorological stations with the Kalman filter algorithm and 2D dynamic-stochastic model are described.