

УДК 551.521.3

Методы вычисления случайных погрешностей параметров окружающей среды из экспериментальных данных

Н.Н. Щелканов*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 3.04.2012 г.

Предложен новый метод, который позволяет одновременно получать оценки случайных погрешностей двух параметров окружающей среды для рассматриваемого массива данных. Из экспериментальных данных получены оценки случайных погрешностей коэффициентов аэрозольного ослабления, измеренных одновременно двумя аппаратурными комплексами в приземном слое атмосферы аридной зоны Казахстана на трассах длиной 4630 и 12500 м.

Ключевые слова: методы, случайная погрешность, коэффициент аэрозольного ослабления; methods, random error, aerosol extinction coefficient.

Введение

При работе с разными массивами данных, например [1–16], достаточно часто возникает необходимость нахождения коэффициентов K_1 и K_0 линейного уравнения

$$Y = K_0 + K_1 X. \quad (1)$$

В большинстве случаев эти коэффициенты имеют конкретный смысл и для корректной физической интерпретации полученных результатов очень важно найти их значения наилучшим образом, т.е. с учетом случайных погрешностей измеряемых величин X , Y и неконтролируемых факторов. Для этого в [17] величины X и Y представляются в виде $X = X_0 + x$, $Y = Y_0 + y$; где x и y – случайные погрешности; X_0 и Y_0 – случайные величины, не подверженные случайным погрешностям; X и Y – случайные величины, подверженные случайным погрешностям. Разброс точек в корреляционной связи величин X_0 и Y_0 обусловлен неконтролируемыми факторами.

Величины X , Y , X_0 , Y_0 , x и y имеют следующие статистические характеристики: σ_X и σ_Y – среднеквадратические отклонения X и Y ; σ_{X_0} и σ_{Y_0} – среднеквадратические отклонения X_0 и Y_0 ; ρ_{XY} – нормированный коэффициент корреляции между X и Y ; $\rho_{X_0Y_0}$ – нормированный коэффициент корреляции между X_0 и Y_0 ; δ_X и δ_Y – среднеквадратические отклонения случайных погрешностей x и y или среднеквадратические погрешности измерения X и Y для рассматриваемого массива данных. Предполагается, что X и Y не коррелируют с погрешностями x и y ; погрешности x и y не коррелируют между собой. Обобщенная формула [17] по-

зволяет находить коэффициенты K_1 и K_0 линейного уравнения (1) для общего случая, когда разброс точек в корреляционной связи X и Y обусловлен как случайными погрешностями измерений, так и неконтролируемыми физическими факторами. Эта формула имеет вид

$$K_1 = \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \frac{B}{A} \frac{1}{2\rho_{XY}} \left\{ \left(\frac{A}{B} - \frac{B}{A} \right) + \sqrt{\left(\frac{A}{B} - \frac{B}{A} \right)^2 + 4\rho_{XY}^2} \right\}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{1 - |\rho_{XY}|} \sqrt{\frac{1 - \delta_X^2/\sigma_X^2}{1 - \delta_Y^2/\sigma_Y^2}}; \\ B &= \sqrt{1 - |\rho_{XY}|} \sqrt{\frac{1 - \delta_Y^2/\sigma_Y^2}{1 - \delta_X^2/\sigma_X^2}}. \end{aligned} \quad (3)$$

В [17] показано, что все известные формулы для коэффициентов регрессии являются частными случаями полученного аналитического выражения (2), и определены условия их использования. Из анализа, проведенного в [17], следует, что наиболее распространенная формула для вычисления коэффициента регрессии $K_1 = \rho_{XY}\sigma_Y/\sigma_X$ может быть использована только для случая, когда разброс точек в корреляционной связи величин X и Y обусловлен только случайной погрешностью y , а среднеквадратическая погрешность $\delta_X = 0$. Для подавляющего большинства данных это условие не выполняется, поэтому с теоретической точки зрения этой формулой пользоваться нельзя. При отсутствии информации о величинах погрешностей δ_X и δ_Y имеется неопределенность в вычислении коэффициентов регрессии уравнения (1). При этом разность между крайними оценками коэффициента K_1 регрессии X на Y и Y на X будет равна $\sigma_Y/\sigma_X(1/\rho_{XY} - \rho_{XY})$.

* Николай Николаевич Щелканов (snn@iao.ru).

На рис. 1 и в табл. 1 представлена зависимость величины $(1/\rho_{XY} - \rho_{XY}) \cdot 100$, которая в процентах характеризует неопределенность в коэффициенте регрессии K_1 , от коэффициента корреляции ρ_{XY} .

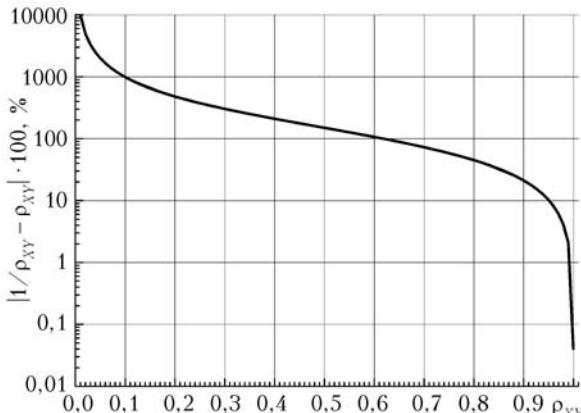


Рис. 1. Зависимость величины $(1/\rho_{XY} - \rho_{XY}) \cdot 100$ от коэффициента корреляции ρ_{XY}

Зависимость величины $(1/\rho_{XY} - \rho_{XY}) \cdot 100$ от коэффициента корреляции ρ_{XY}

ρ_{XY}	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,93	0,92	0,91
$(1/\rho_{XY} - \rho_{XY}) \cdot 100, \%$	2	4	6	8	10	12	15	17	19
ρ_{XY}	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$(1/\rho_{XY} - \rho_{XY}) \cdot 100, \%$	21	45	73	107	150	210	303	480	990

Видно, что при $\rho_{XY} > 0,99$ неопределенность в коэффициенте регрессии не превышает 2%, при $\rho_{XY} > 0,9$ — 21%, а при $\rho_{XY} < 0,6$ неопределенность превышает 107%, при $\rho_{XY} < 0,1$ — 990%. Если задать максимально допустимую погрешность определения K_1 равной 21%, то практически формулой $K_1 = \rho_{XY} \sigma_Y / \sigma_X$ можно пользоваться только при $\rho_{XY} > 0,9$. Фактически же этой формулой пользуются при любых значениях коэффициента корреляции, при этом существенно занижая истинное значение коэффициента регрессии K_1 .

Для получения математически корректных коэффициентов K_1 и K_0 уравнения (1) необходимо развивать методы вычисления величин среднеквадратических погрешностей. Цель настоящей работы заключается в том, чтобы представить методы, которые позволяют вычислять среднеквадратические погрешности параметров окружающей среды непосредственно из экспериментальных данных. Эти методы могут быть применены в работах [18–29] для получения оценок случайных погрешностей параметров атмосферы.

Методы вычисления случайных погрешностей из экспериментальных данных

Классическая формула для нахождения среднеквадратической погрешности любого параметра окружающей среды $Y = Y(Z_i)$ ($i = 1, \dots, n$), где Z_i —

измеряемая величина; δZ_i — среднеквадратическая погрешность Z_i , имеет следующий вид [30]:

$$\delta Y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial Y(Z_i)}{\partial Z_i} \delta Z_i \right)^2}. \quad (4)$$

Поскольку погрешности измеряемых величин оцениваются, как правило, не точно, то этот метод расчета дает грубые оценки случайной погрешности.

В предлагаемых методах вычисления среднеквадратических погрешностей величин X и Y непосредственно из экспериментальных данных используется известная формула из [31]:

$$\rho_{XY} \sigma_X \sigma_Y = \rho_{X_0 Y_0} \sigma_{X_0} \sigma_{Y_0}. \quad (5)$$

1. *Первый метод* позволяет приближенно вычислять среднеквадратические случайные погрешности X и Y [17]. Для этого выберем X и Y , незначительно отличающиеся друг от друга. Полагая, что в формуле (5) разброс точек в корреляционной

Таблица 1

связи X и Y обусловлен только случайными погрешностями и они равны между собой ($\delta_X = \delta_Y$), получим приближенные оценки

$$\delta_X = \delta_Y = \sqrt{\frac{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}{2} - \sqrt{\frac{(\sigma_X^2 - \sigma_Y^2)^2}{2} + \rho_{XY}^2 \sigma_X^2 \sigma_Y^2}}. \quad (6)$$

Если в (6) будут выполнено условие $\sigma_X = \sigma_Y$, то получается новая формула для вычисления случайной погрешности:

$$\delta_X = \delta_Y = \sigma_X \sqrt{1 - |\rho_{XY}|}. \quad (7)$$

2. *Второй метод* позволяет находить верхние (занятые) оценки среднеквадратических случайных погрешностей. Если известна величина одной из погрешностей, например δ_Y , а разброс точек в искомой зависимости обусловлен только случайными погрешностями ($\rho_{X_0 Y_0} = 1$), то согласно (5) значение другой погрешности будут вычисляться по формуле

$$\delta_X = \sigma_X \sqrt{1 - \rho_{XY}^2 \frac{\sigma_Y^2}{\sigma_Y^2 - \delta_Y^2}}. \quad (8)$$

Если при этом одна из оценок погрешностей (δ_Y) равна нулю, то, как следует из (8), значение другой погрешности будет вычисляться по известной формуле

$$\delta_X = \sigma_X \sqrt{1 - \rho_{XY}^2}, \quad (9)$$

которая представляет собой среднеквадратическое отклонение точек от прямой регрессии X на Y . Эту формулу часто используют для расчета среднеквадратической погрешности X , не обращая внимания на неравенство нулю погрешности Y . Это приводит к завышенным оценкам величин случайных погрешностей. В табл. 2 приведена зависимость $\sqrt{(1 - \rho_{XY}^2) / (1 - |\rho_{XY}|)}$, которая представляет собой отношение формул (9) и (7), от коэффициента корреляции ρ_{XY} .

Из табл. 2 видно, что при изменении коэффициента корреляции в диапазоне 0,2–0,99 величина среднеквадратической погрешности, при некорректном использовании формулы (9), будет завышена в 1,1–1,41 раза.

3. Третий метод позволяет одновременно находить оценки среднеквадратических погрешностей двух параметров окружающей среды двумя способами. В первом способе используется формула из монографии [31], которая является частным случаем формулы (2) и имеет следующий вид [17]:

$$K_1 = \frac{\delta_Y}{\delta_X} \frac{1}{2\rho_{XY}} \left\{ \left(\frac{\sigma_Y \delta_X}{\sigma_X \delta_Y} - \frac{\sigma_X \delta_Y}{\sigma_Y \delta_X} \right) + \sqrt{\left(\frac{\sigma_Y \delta_X}{\sigma_X \delta_Y} - \frac{\sigma_X \delta_Y}{\sigma_Y \delta_X} \right)^2 + 4\rho_{XY}^2} \right\}. \quad (10)$$

В этом случае между величинами X_0 и Y_0 существует функциональная зависимость, а разброс точек в их корреляционной связи X и Y обусловлен только их случайными погрешностями. В общем случае могут быть одновременно найдены случайные погрешности двух разных величин – X и Y , но для этого нужно знать теоретический коэффициент регрессии $K_{1T} = \sigma_{Y_0}/\sigma_{X_0}$. Среднеквадратические погрешности δ_X и δ_Y находятся из решения системы двух уравнений: $K_1(\delta_X, \delta_Y) = K_{1T}$ и (8).

В результате решения этой системы уравнений получим формулы для вычисления погрешностей δ_X и δ_Y :

$$\delta_X = \sqrt{\frac{C_1 \sigma_X^2 + C_2 \sigma_Y^2 + \sqrt{(C_1 \sigma_X^2 + C_2 \sigma_Y^2)^2 - 4C_1 \sigma_X^2 C_2 \sigma_Y^2 (1 - \rho_{XY}^2)}}{2C_1}}, \quad (11)$$

$$\delta_Y = \sqrt{\frac{C_1 \sigma_X^2 + C_2 \sigma_Y^2 + \sqrt{(C_1 \sigma_X^2 + C_2 \sigma_Y^2)^2 - 4C_1 \sigma_X^2 C_2 \sigma_Y^2 (1 - \rho_{XY}^2)}}{2C_2}}, \quad (12)$$

где

$$C_1 = |\rho_{XY}| K_{1T}^2 - |K_{1T}| \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}, \quad C_2 = |\rho_{XY}| - |K_{1T}| \frac{\sigma_X}{\sigma_Y}. \quad (13)$$

При этом среднеквадратические погрешности δ_X и δ_Y связаны между собой соотношением $C_1 \delta_X^2 = C_2 \delta_Y^2$.

Процедура расчета среднеквадратических погрешностей двух параметров окружающей среды вторым способом [32, 33] заключается в следующем. Находятся среднеквадратические отклонения σ_X и σ_Y величин X и Y и коэффициент корреляции ρ_{XY} между ними. Затем последовательно задаются разные величины одной среднеквадратической погрешности, например δ_Y в интервале от 0 до максимального значения $\sigma_Y \sqrt{1 - \rho_{XY}^2}$, и находятся величины погрешности δ_X по формуле (8). Полученные значения среднеквадратических отклонений σ_X и σ_Y , коэффициента корреляции ρ_{XY} и среднеквадратических погрешностей δ_X и δ_Y подставляются в формулу (2) или (10), и вычисляется коэффициент K_1 . Когда коэффициент K_1 получится равным его теоретическому значению K_{1T} , находятся оценки обеих среднеквадратических погрешностей.

Если X и Y представляют собой один и тот же параметр окружающей среды, полученный одновременно в одинаковых условиях двумя разными приборами или методами, то теоретический коэффициент регрессии K_{1T} будет равен 1.

В табл. 3 приведены зависимости величины $K_{1T} \sigma_X / \sigma_Y$ (при $K_{1T} = 1$) от отношений δ_X / σ_X и δ_Y / σ_Y для значений коэффициентов корреляции $\rho_{XY} = 0,6-0,99$. Эту таблицу можно использовать для расчета среднеквадратических погрешностей внутри приведенных значений коэффициентов корреляции с использованием линейной аппроксимации. Так как в табл. 3 приведены только значения $K_{1T} \sigma_X / \sigma_Y \geq 1$, то в качестве X нужно брать величину с большим среднеквадратическим отклонением. Если величина $K_{1T} \sigma_X / \sigma_Y$ получится больше его максимального значения, приведенного в табл. 3,

Таблица 2

Зависимость $\sqrt{(1 - \rho_{XY}^2) / (1 - |\rho_{XY}|)}$ от коэффициента корреляции ρ_{XY}

ρ_{XY}	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,99
$\sqrt{(1 - \rho_{XY}^2) / (1 - \rho_{XY})}$	1,10	1,14	1,18	1,22	1,26	1,30	1,34	1,38	1,41

Таблица 3

Зависимость величины $K_{1T} \sigma_X / \sigma_Y$ (при $K_{1T} = 1$) от отношений δ_X / σ_X и δ_Y / σ_Y для значений коэффициентов корреляции $\rho_{XY} = 0,6-0,99$

	$\rho_{XY} = 0,99$								
	0,1	0,105	0,11	0,115	0,12	0,125	0,13	0,14	0,141
δ_X / σ_X	0,1	0,0947	0,0888	0,0822	0,0747	0,0659	0,0552	0,0174	0
$K_{1T} \sigma_X / \sigma_Y$	1	1,0010	1,0021	1,0032	1,0044	1,0057	1,0070	1,0097	1,0101

Окончание табл. 3

	$\rho_{XY} = 0,98$									
δ_X/σ_X	0,1414	0,15	0,16	0,17	0,175	0,18	0,185	0,19	0,198	
δ_Y/σ_Y	0,1414	0,1322	0,1198	0,1049	0,0962	0,0862	0,0746	0,0602	0	
$K_{1T}\sigma_X/\sigma_Y$	1	1,0025	1,0057	1,0091	1,0109	1,0128	1,0147	1,0167	1,0204	
	$\rho_{XY} = 0,97$									
δ_X/σ_X	0,1732	0,18	0,19	0,2	0,21	0,22	0,23	0,24	0,2431	
δ_Y/σ_Y	0,1732	0,1661	0,1544	0,141	0,1252	0,106	0,0809	0,0399	0	
$K_{1T}\sigma_X/\sigma_Y$	1	1,0024	1,0063	1,0104	1,0147	1,0193	1,0241	1,0292	1,0309	
	$\rho_{XY} = 0,96$									
δ_X/σ_X	0,2	0,21	0,22	0,23	0,24	0,25	0,26	0,27	0,28	
δ_Y/σ_Y	0,2	0,1894	0,1775	0,164	0,1485	0,1302	0,1076	0,077	0	
$K_{1T}\sigma_X/\sigma_Y$	1	1,0042	1,0088	1,0136	1,0186	1,024	1,0296	1,0354	1,0416	
	$\rho_{XY} = 0,95$									
δ_X/σ_X	0,2236	0,24	0,25	0,26	0,27	0,28	0,29	0,30	0,3122	
δ_Y/σ_Y	0,2236	0,2057	0,1932	0,1790	0,1628	0,1439	0,1209	0,0907	0	
$K_{1T}\sigma_X/\sigma_Y$	1	1,0080	1,0133	1,0188	1,0247	1,0308	1,0372	1,0439	1,0526	
	$\rho_{XY} = 0,94$									
δ_X/σ_X	0,2449	0,26	0,28	0,29	0,3	0,31	0,32	0,33	0,3411	
δ_Y/σ_Y	0,2449	0,2287	0,2030	0,1877	0,1703	0,1498	0,1248	0,0917	0	
$K_{1T}\sigma_X/\sigma_Y$	1	1,0081	1,0199	1,0263	1,0329	1,0399	1,0472	1,0548	1,0638	
	$\rho_{XY} = 0,93$									
δ_X/σ_X	0,2645	0,28	0,29	0,3	0,31	0,32	0,34	0,35	0,3675	
δ_Y/σ_Y	0,2645	0,2480	0,2359	0,2226	0,2077	0,1908	0,1484	0,1198	0	
$K_{1T}\sigma_X/\sigma_Y$	1	1,0091	1,0153	1,0219	1,0288	1,0361	1,0515	1,0598	1,0752	
	$\rho_{XY} = 0,92$									
δ_X/σ_X	0,2828	0,29	0,3	0,31	0,32	0,34	0,36	0,38	0,3919	
δ_Y/σ_Y	0,2828	0,2754	0,2643	0,2522	0,2388	0,2072	0,166	0,1037	0	
$K_{1T}\sigma_X/\sigma_Y$	1	1,0044	1,0109	1,0178	1,0249	1,0402	1,0569	1,0752	1,0869	
	$\rho_{XY} = 0,91$									
δ_X/σ_X	0,3	0,31	0,32	0,33	0,34	0,36	0,38	0,40	0,4146	
δ_Y/σ_Y	0,3	0,2895	0,2782	0,2658	0,2523	0,2204	0,1792	0,1190	0	
$K_{1T}\sigma_X/\sigma_Y$	1	1,0067	1,0138	1,0212	1,0289	1,0455	1,0635	1,0833	1,0989	
	$\rho_{XY} = 0,90$									
δ_X/σ_X	0,3162	0,33	0,34	0,35	0,36	0,38	0,4	0,42	0,4358	
δ_Y/σ_Y	0,3162	0,3016	0,2900	0,2773	0,2634	0,2308	0,1889	0,1285	0	
$K_{1T}\sigma_X/\sigma_Y$	1	1,0099	1,0176	1,0256	1,0340	1,0518	1,0714	1,0927	1,1111	
	$\rho_{XY} = 0,85$									
δ_X/σ_X	0,3872	0,40	0,42	0,44	0,46	0,48	0,5	0,52	0,5267	
δ_Y/σ_Y	0,3872	0,3740	0,3503	0,3225	0,2891	0,2473	0,1914	0,0986	0	
$K_{1T}\sigma_X/\sigma_Y$	1	1,0119	1,0320	1,0540	1,0781	1,1044	1,1333	1,1650	1,1764	
	$\rho_{XY} = 0,8$									
δ_X/σ_X	0,4472	0,46	0,48	0,5	0,52	0,54	0,56	0,58	0,6	
δ_Y/σ_Y	0,4472	0,4338	0,4103	0,3829	0,3504	0,3107	0,2600	0,1885	0	
$K_{1T}\sigma_X/\sigma_Y$	1	1,0147	1,0395	1,0666	1,0964	1,1293	1,1655	1,2055	1,25	
	$\rho_{XY} = 0,75$									
δ_X/σ_X	0,5	0,52	0,54	0,56	0,58	0,6	0,62	0,64	0,6614	
δ_Y/σ_Y	0,5	0,4785	0,4538	0,4248	0,3903	0,3479	0,2937	0,2173	0	
$K_{1T}\sigma_X/\sigma_Y$	1	1,0279	1,0587	1,0926	1,1302	1,1718	1,2183	1,2703	1,3333	
	$\rho_{XY} = 0,7$									
δ_X/σ_X	0,5477	0,58	0,60	0,62	0,64	0,66	0,68	0,7	0,7141	
δ_Y/σ_Y	0,5477	0,5114	0,4841	0,4517	0,4123	0,3630	0,2975	0,198	0	
$K_{1T}\sigma_X/\sigma_Y$	1	1,0548	1,0937	1,1371	1,1856	1,2402	1,3020	1,3725	1,4285	
	$\rho_{XY} = 0,65$									
δ_X/σ_X	0,5916	0,62	0,64	0,66	0,68	0,7	0,72	0,74	0,7599	
δ_Y/σ_Y	0,5916	0,56	0,5332	0,5014	0,4627	0,4142	0,3503	0,257	0	
$K_{1T}\sigma_X/\sigma_Y$	1	1,0558	1,1009	1,1516	1,209	1,2745	1,3496	1,4367	1,5384	
	$\rho_{XY} = 0,6$									
δ_X/σ_X	0,6324	0,66	0,68	0,70	0,72	0,74	0,76	0,78	0,8	
δ_Y/σ_Y	0,6324	0,6017	0,5747	0,5423	0,5024	0,4519	0,3843	0,284	0	
$K_{1T}\sigma_X/\sigma_Y$	1	1,0630	1,1160	1,1764	1,2458	1,3262	1,4204	1,5321	1,6666	

то это будет говорить о недостоверности информации об одном из представленных массивов данных или о неадекватности предложенного метода расчета параметра окружающей среды этим данным.

Оценки среднеквадратических погрешностей коэффициентов аэрозольного ослабления в атмосфере аридной зоны

С использованием нового третьего метода получены оценки среднеквадратических погрешностей коэффициентов аэрозольного ослабления, измеренных в аридной зоне Казахстана в осенний сезон 1987 г. [34]. Коэффициенты ослабления были получены одновременно двумя измерителями спектральной прозрачности атмосферы [35, 36], работающими на трассах длиной 4630 и 12500 м соответственно. Всего было проведено 11 одновременных измерений. На рис. 2 точками показана взаимосвязь между коэффициентами аэрозольного ослабления, измеренными на трассах длиной 4630 и 12500 м, на длине волн 690 нм.

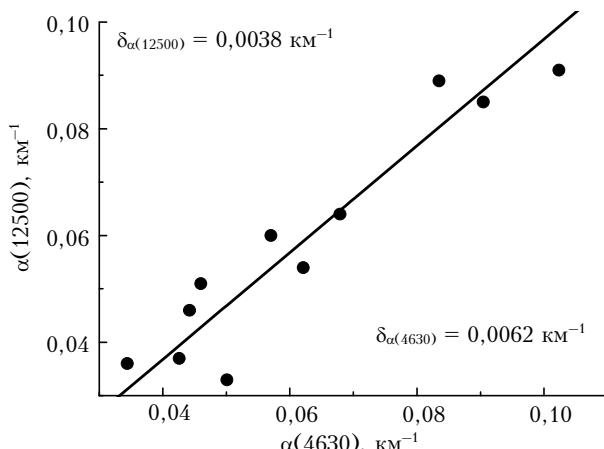


Рис. 2. Взаимосвязь между коэффициентами аэрозольного ослабления, полученными двумя измерителями спектральной прозрачности атмосферы на трассах длиной 4630 и 12500 м, на длине волн 690 нм

Получены следующие статистические характеристики массивов: средние значения — $\bar{\alpha}(4630) = 0,062 \text{ км}^{-1}$, $\bar{\alpha}(12500) = 0,059 \text{ км}^{-1}$, среднеквадратические отклонения — $\sigma_{\alpha}(4630) = 0,02193 \text{ км}^{-1}$, $\sigma_{\alpha}(12500) = 0,02138 \text{ км}^{-1}$. Коэффициент корреляции между коэффициентами ослабления составил 0,944, что для 11 точек существенно превышает величину значимого коэффициента корреляции, равного 0,847, с вероятностью 99,9% [37]. Сплошная линия на рис. 2 — это уравнение прямой $\alpha(12500) = -0,003 + \alpha(4630)$, где $\alpha(4630)$ и $\alpha(12500)$ — коэффициенты аэрозольного ослабления на трассах длиной 4630 и 12500 м.

В результате выполненных расчетов по новому методу оказалось, что величины среднеквадратических погрешностей коэффициентов аэрозольного

ослабления, на трассах длиной 4630 и 12500 м составили $0,0062$ и $0,0038 \text{ км}^{-1}$ соответственно. Эти величины представлены на рис. 3 звездочками.

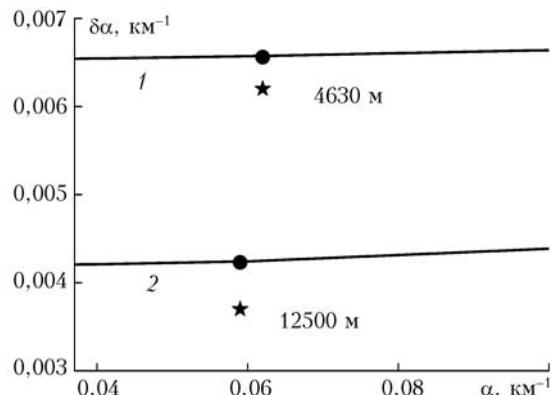


Рис. 3. Зависимости случайных среднеквадратических погрешностей коэффициентов аэрозольного ослабления на трассах длиной 4630 (кривая 1) и 12500 м (кривая 2) от величины этих коэффициентов на длине волны 690 нм

Полученные результаты сравнивались со среднеквадратическими случайными погрешностями коэффициентов ослабления, рассчитанными по приближенному выражению (1.21) из [38], которое найдено с использованием формулы (4). На рис. 3 сплошными кривыми приведены зависимости среднеквадратических случайных погрешностей коэффициентов аэрозольного ослабления, рассчитанных по данным [38], на трассах длиной 4630 и 12500 м, от величины коэффициентов аэрозольного ослабления в диапазоне $0,04$ — $0,1 \text{ км}^{-1}$. Здесь же точками представлены среднеквадратические погрешности, найденные при средних значениях коэффициентов ослабления, на трассах длиной 4630 и 12500 м, которые составили $0,0066$ и $0,0042 \text{ км}^{-1}$ соответственно.

Из рис. 3 видно, что оценки коэффициентов ослабления, полученные разными методами, близки между собой и соотношение между погрешностями существенно не изменилось ($0,0062/0,0038 = 1,63$ и $0,0066/0,0042 = 1,57$). Таким образом, можно констатировать удовлетворительное согласие среднеквадратических погрешностей, рассчитанных по новому методу и по приближенному выражению [38].

Заключение

Рассмотрены методы, которые позволяют приблизенно оценивать среднеквадратические случайные погрешности параметров окружающей среды из экспериментальных данных. Предложен новый метод, который дает возможность одновременно оценивать среднеквадратические случайные погрешности двух параметров окружающей среды для рассматриваемого массива данных.

Из экспериментальных данных получены оценки среднеквадратических погрешностей коэффициентов аэрозольного ослабления в приземном слое атмосферы аридной зоны Казахстана, измеренных одновременно аппаратурными комплексами

[35, 36] на трассах длиной 4630 и 12500 м, которые составили 0,0062 и 0,0038 км⁻¹ соответственно.

В заключение автор выражает свою признательность д.ф.-м.н. В.В. Веретенникову за полезные обсуждения и сделанные замечания.

1. Щелканов Н.Н. О нелинейной зависимости непрерывного ослабления оптического излучения в видимой и инфракрасной областях спектра от абсолютной влажности воздуха // Оптика атмосф. и океана. 2000. Т. 13, № 12. С. 1087–1092.
2. Гришин А.М., Рейно В.В., Сазанович В.М., Цвик Р.Ш., Шерстобитов М.В. Экспериментальные исследования огненных смерчей // Оптика атмосф. и океана. 2008. Т. 21, № 2. С. 158–163.
3. Кабанов М.В. Сезонные закономерности наблюдаемого потепления в Сибири // Оптика атмосф. и океана. 2009. Т. 22, № 1. С. 7–10.
4. Павлов В.Е., Суторихин И.А., Хвостов И.В., Зинченко Г.С. Снежный покров как индикатор загрязнения урбанизированной территории Алтайского края // Оптика атмосф. и океана. 2009. Т. 22, № 1. С. 96–100.
5. Горчаков Г.И., Семутникова Е.Г., Глядков П.С., Карпов А.В., Колесникова А.Б., Лезина Е.А. Вертикальные профили концентраций угарного газа и оксидов азота в пограничном слое городской атмосферы // Оптика атмосф. и океана. 2009. Т. 22, № 8. С. 787–794.
6. Суковатов К.Ю., Павлов В.Е., Ошлаков В.К. Оценки вариаций аэрозольной оптической толщи по наблюдениям направленных коэффициентов светорассения в Юго-Восточном Казахстане // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 4. С. 298–303.
7. Савченко Т.И., Чанкина О.В., Попова С.А., Куценогий К.П. Связь элементного состава атмосферных аэрозолей и компонентов биогеоценоза // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 7. С. 620–625.
8. Зуев В.В., Зуева Н.Е. Вулканогенные возмущения стратосферы – главный регулятор долговременного поведения озоносферы в период с 1979 по 2008 г. // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 1. С. 30–34.
9. Борисов Б.Д., Белов В.В. Влияние погодных условий на параметры короткого лазерного импульса, отраженного атмосферой // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 4. С. 263–268.
10. Козлов В.С., Панченко М.В., Тихомиров А.Б., Тихомиров Б.А., Шмаргунов В.П. Влияние относительной влажности воздуха на результаты оптико-акустических измерений аэрозольного поглощения в приземном слое атмосферы // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 4. С. 323–327.
11. Добринин В.И. О корреляции свечения байкальской воды с флуоресценцией хлорофилла // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 5. С. 366–370.
12. Павлов В.Е., Голубокова Л.П., Жамсуева Г.С., Заяханов А.С., Филиппова У.Г., Хвостов И.В., Ходжер Т.В. Корреляционные соотношения между концентрациями ряда ионов в растворимых фракциях аэрозолей на Азиатском континенте // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 6. С. 483–487.
13. Куценогий К.П., Куценогий П.К., Левыкин А.И. Моделирование формирования спектра размеров аэрозольных частицnano- и субмикронного размера // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 9. С. 743–753.
14. Анохин Г.Г., Антохин П.Н., Аришинов М.Ю., Барсук В.Е., Белан Б.Д., Белан С.Б., Давыдов Д.К., Ивлев Г.А., Козлов А.В., Козлов В.С., Морозов М.В.

Панченко М.В., Пеннер И.Э., Пестунов Д.А., Сиков Г.П., Симоненков Д.В., Синицын Д.С., Толмачев Г.Н., Филиппов Д.В., Фофанов А.В., Чернов Д.Г., Шаманаев В.С., Шмаргунов В.П. Самолет-лаборатория Ту-134 «Оптика» // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 9. С. 805–816.

15. Мамышева А.А., Однцов С.Л. Экспериментальная оценка кинетической энергии турбулентности в приземном слое атмосферы над урбанизированной территорией // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 9. С. 817–827.
16. Бурлаков В.Д., Долгий С.И., Невзоров А.В. Лидарные наблюдения аэрозольных возмущений стратосферы над Томском (56,5° с.ш.; 85,0° в.д.) в период вулканической активности 2006–2010 гг. // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 12. С. 1031–1040.
17. Щелканов Н.Н. Обобщенный метод построения линейной регрессии и его применение для построения однопараметрических моделей аэрозольного ослабления // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18, № 1–2. С. 86–90.
18. Трошкин Д.Н., Павлов В.Е., Романов А.Н., Безуглова Н.Н., Зинченко Г.С. Сопоставление прогнозистических данных, сопровождающих результаты дистанционного зондирования атмосферы с космического аппарата ENVISAT, с результатами наземных измерений на метеостанциях Западной Сибири // Оптика атмосф. и океана. 2009. Т. 22, № 6. С. 562–565.
19. Васильев А.В., Ивлев Л.С., Кугейко М.М., Лысенко С.А., Терехин Н.Ю. Оценка точности контрольных измерений в задачах оптической диагностики микрофизических параметров аэрозоля // Оптика атмосф. и океана. 2009. Т. 22, № 9. С. 873–881.
20. Банах В.А., Смалихо И.Н., Пичугина Е.Л., Брюэр А. Репрезентативность измерений скорости диссипации энергии турбулентности сканирующим когерентным доплеровским лидаром // Оптика атмосф. и океана. 2009. Т. 22, № 10. С. 966–972.
21. Рублев А.Н., Григорьев Г.Ю., Удалова Т.А., Журавлева Т.Б. Регрессионные модели для оценки углеродного обмена в boreальных лесах // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 1. С. 21–26.
22. Лысенко С.А., Кугейко М.М. Методика определения концентрации респирабельной фракции атмосферного аэрозоля по данным трехчастотного лидарного зондирования // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 2. С. 149–155.
23. Афонин С.В. Результаты тестирования двух методов атмосферной коррекции спутниковых ИК-измерений температуры земной поверхности // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 4. С. 308–310.
24. Афонин С.В. К вопросу о применимости восстановленных из космоса метеоданных MODIS для атмосферной коррекции спутниковых ИК-измерений // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 8. С. 684–690.
25. Лысенко С.А., Кугейко М.М. Восстановление оптических и микрофизических характеристик поступлационного стратосферного аэрозоля из результатов трехчастотного лидарного зондирования // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 4. С. 308–318.
26. Сакерин С.М., Андреев С.Ю., Бедарева Т.В., Кабанов Д.М., Корниенко Г.И., Holben B., Smirnov A. Аэрозольная оптическая толща атмосферы в Дальневосточном Приморье по данным спутниковых и наземных наблюдений // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 8. С. 654–660.
27. Афонин С.В. Апробация способа восстановления АОТ над сушей по спутниковым измерениям MODIS в ИК-диапазоне спектра // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 8. С. 703–705.

28. Холявицкая А.А., Потемкин В.Л., Голобокова Л.П., Ходжер Т.В. Апробация пассивного метода для измерения концентраций озона в приземной атмосфере (ст. Монды, Восточная Сибирь) // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 9. С. 828–831.
29. Чайковский А.П., Иванов А.П., Зеге Э.П., Кацев И.Л., Кабашников В.П., Денисов С.В., Король Я.А., Король М.М., Лопатин А.Ю., Осипенко Ф.П., Прихач А.С., Слесарь А.С. Мониторинг процессов переноса взвешенных в атмосфере частиц по данным дистанционных и локальных измерений в Беларуси и сопредельных регионах // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 12. С. 1047–1055.
30. Зайдель А.Н. Погрешности измерений физических величин. Л.: Наука, 1985. 112 с.
31. Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. Т. 2. М.: Наука, 1973. 900 с.
32. Щелканов Н.Н. Метод нахождения случайных погрешностей непосредственно из экспериментальных данных // Аэрозоли Сибири. XIV Рабочая группа: Тезисы докл. Томск: Изд-е ИОА СО РАН, 2007. С. 62.
33. Щелканов Н.Н. Методы вычисления случайных погрешностей физических величин из экспериментальных данных // Труды Междунар. конф. «Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика», посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Яненко (Новосибирск, Россия, 30 мая–4 июня 2011 г.). № гос. регистр. 0321101160, ФГУП НТИ «Информрегистр». Новосибирск, 2011. 3 с. <http://conf.nsc.ru/files/conferences/niknik-90/fulltext/39422/46033/Shchelkanov-2.doc>
34. Пхалагов Ю.А., Ужегов В.Н., Щелканов Н.Н. Аэро-зольное ослабление оптического излучения в атмосфере аридной зоны // Оптика атмосф. и океана. 1994. Т. 7, № 10. С. 1318–1329.
35. Пхалагов Ю.А., Ужегов В.Н., Щелканов Н.Н. Автоматизированный многоволновой измеритель спектральной прозрачности приземной атмосферы // Оптика атмосф. и океана. 1992. Т. 5, № 6. С. 667–671.
36. Галилейский В.П., Багринцева С.М., Матвиенко Г.Г. Экспериментальные исследования статистических характеристик спектрального коэффициента ослабления в приземном слое атмосферы // Информационный сборник по материалам исследований СО АН СССР. Новосибирск, 1982. Вып. 27. С. 19–24.
37. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975. 648 с.
38. Щелканов Н.Н. Исследование ослабления оптического излучения аэрозолем и водяным паром в атмосфере аридной зоны: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск: ИОА СО РАН, 1997. 156 с.

N.N. Shchelkanov. Methods for calculation of random errors of the parameters of environment from experimental data.

A new method is proposed, which allows simultaneous high-accuracy estimating the random errors of two parameters of environment for the data array under consideration. The estimates of random errors of the aerosol extinction coefficients measured simultaneously by two instrumentation complexes in the near-ground layer of the Kazakhstan arid atmosphere along 4630 and 12500 long paths are obtained from experimental data.