

И.П. Плотников, И.А. Рожков, А.Д. Ряхин

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФАЗЫ ФУРЬЕ-СПЕКТРА В МЕТОДАХ НОКСА—ТОМПСОНА И ТРОЙНЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ**

Получены выражения для точностей восстановления фазы при обработке серии короткоэкспозиционных искаженных атмосферой изображений объекта. Показано, что в практически важном двумерном случае для рассматриваемых методов они сравнимы и близки к потенциальной точности.

В последнее десятилетие в научных кругах, связанных с разработкой методов спекл-интерферометрии — последетекторного восстановления изображения удаленного объекта по серии его искаженных атмосферой и шумами регистрации короткоэкспозиционных реализаций, активно обсуждается сравнительно новый метод тройных корреляций (МТК) [1–6]. Этот метод, дополняя метод Лабейри [7] восстановления модуля Фурье-спектра изображения, позволяет получить Фурье-фазу. С этой точки зрения он становится конкурентом ранее предложенного [8] и изученного [9–11] метода Нокса-Томпсона (МНТ). На первом этапе многие исследователи считали, что МТК заметно точнее (хотя и сложнее в реализации) МНТ и вытеснит последний из практики. Результаты дальнейших углубленных теоретических исследований, подкрепленных статистическим моделированием на ЭВМ [3–5], заставили серьезно усомниться в этом. В настоящей работе авторы рассматривают этот вопрос для случая, когда шумы регистрации малы и основную роль играют атмосферные искажения изображений (случай яркого объекта).

**Формулировка методов**

Для Фурье-спектра  $J(\mathbf{f})$  короткоэкспозиционного изображения (КИ) справедливо выражение

$$J(\mathbf{f}) = O(\mathbf{f}) \cdot H(\mathbf{f}), \quad (1)$$

где  $O(\mathbf{f})$  — Фурье-спектр изображения объекта, а  $H(\mathbf{f})$  — оптическая передаточная функция (ОПФ) системы атмосфера—телескоп. В обычном предположении  $D \gg r_0$ , где  $D$  — диаметр апертуры телескопа,  $r_0$  — параметр Фрида, характеризующий средний размер области корреляции атмосферных искажений поля светового излучения, ОПФ является нормальной случайной величиной [12] со средним

$$\langle H(\mathbf{f}) \rangle = H_0(\mathbf{f}) \cdot \exp \{ - 3,44 \cdot (\lambda \cdot f / r_0)^{5/3} \}, \quad (2)$$

где

$$H_0(\mathbf{f}) = S_a^{-1} \cdot \int d\mathbf{v} W(\mathbf{v}) W(\mathbf{v} - \lambda \mathbf{f}) - \quad (3)$$

ОПФ телескопа;  $W(\mathbf{v})$  — апертурная функция, равная единице в пределах апертуры и нулю вне ее;  $S_a = \int d\mathbf{v} W(\mathbf{v})$  — площадь апертуры;  $\lambda$  — длина волны.

Из (2) видно, что в представляющей основной практический интерес области высоких пространственных частот  $f > f_a = r_0/\lambda$  средний спектр стремится к нулю. В связи с этим методы выделения информации в этой области должны быть основаны на формировании корреляционных функций второго и более высоких порядков. Так, по методу Лабейри Фурье-модуль оценивают из уравнения

$$\langle |J(\mathbf{f})|^2 \rangle = |O(\mathbf{f})|^2 \langle |H(\mathbf{f})|^2 \rangle. \quad (4)$$

Передаточная функция метода  $\langle |H(\mathbf{f})|^2 \rangle$  заметно отличается от нуля во всей дифракционной области частот, причем при  $f > f_a$  она описывается как [12]

$$\langle |H(\mathbf{f})|^2 \rangle = \frac{1}{n} \cdot H_0(\mathbf{f}), \quad (5)$$

где  $n = 2^{6/5}(D/r_0)^2$  — эффективное число областей корреляции атмосферных искажений в пределах апертуры. Для точности метода  $q_0$ , характеризуемой отношением  $\langle |J(\mathbf{f})|^2 \rangle$  к среднеквадратической ошибке ее оценки по  $M$  зарегистрированным изображениям, справедливо выражение [10]

$$q_0 = \sqrt{M}. \quad (6)$$

С целью получения информации о Фурье-фазе в МНТ формируют корреляционную функцию вида

$$E(\mathbf{f}, \Delta\mathbf{f}) = \langle J(\mathbf{f}) \cdot J^*(\mathbf{f} + \Delta\mathbf{f}) \rangle, \quad (7)$$

а в МТК функцию вида

$$T(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2) = \langle J(\mathbf{f}_1) \cdot J(\mathbf{f}_2) \cdot J^*(\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2) \rangle. \quad (8)$$

Передаточные функции этих методов в области высоких пространственных частот аппроксимируются как [3–5] ( $f, f_1, |\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2| > f_a$ )

$$\langle H(\mathbf{f}) \cdot H^*(\mathbf{f} + \Delta\mathbf{f}) \rangle = \langle |H(\mathbf{f})|^2 \rangle \cdot G(\Delta f), \quad (9)$$

$$\langle H(\mathbf{f}_1) H(\mathbf{f}_2) H^*(\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2) \rangle = \begin{cases} \langle H(\mathbf{f}_1) H^*(\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2) \rangle \langle H(\mathbf{f}_2) \rangle & \text{при } f_2 < f_a \\ n^{-3/2} \cdot [H_1(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2) + H_1(\mathbf{f}_2, \mathbf{f}_1)] & \text{при } f_2 \geq f_a, \end{cases} \quad (10)$$

где

$$G(\Delta f) = \exp\{-1,72 \cdot (\Delta f/f_a)^2\}, \quad (11)$$

$$H_1(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2) = S_a^{-1} \cdot \int d\mathbf{v} W(\mathbf{v}) W(\mathbf{v} - \lambda\mathbf{f}_1) W(\mathbf{v} + \lambda\mathbf{f}_2). \quad (12)$$

Из-за изотропности атмосферных искажений они имеют нулевую фазу. В результате получаем относительно фазы  $\varphi(\mathbf{f}) = \arg O(\mathbf{f})$  разностные уравнения вида

$$\varphi(\mathbf{f}) - \varphi(\mathbf{f} + \Delta\mathbf{f}) = \Psi(\mathbf{f}, \Delta\mathbf{f}); \quad (13)$$

$$\varphi(\mathbf{f}_1) + \varphi(\mathbf{f}_2) - \varphi(\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2) = \Theta(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2), \quad (14)$$

где

$$\Psi = \arg E, \quad \Theta = \arg T.$$

Решая эти системы уравнений, восстанавливают фазу  $\varphi$  и, дополняя ее модулем, при обратном Фурье-преобразовании получают искомое изображение объекта.

Прежде чем приступить к оценке точности восстановления, необходимо сделать несколько предварительных замечаний.

1. При отсутствии ошибок измерений восстановление  $\varphi$  из системы (13) осуществляется однозначно ( $\varphi(0) = 0$ ), а по (14) — с точностью до произвольного линейного члена вида  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{f}$ . Однако поскольку член соответствует сдвигу изображения без изменения его структуры, то данный произвол несуществен. В то же время для МНТ существенной предварительной операцией является совмещение усредняемых КИ, например, по их центру тяжести. Допустимые ошибки совмещения определяются как десятая часть от среднего размера изображений. МТК нечувствителен к сдвигам КИ.

2. Значения  $\Psi$  и  $\Theta$  измеряются с точностью до  $2\pi$ . С целью устранения возможной неоднозначности при практическом восстановлении вместо  $\varphi$  целесообразно оперировать с  $\exp\{i \cdot \varphi\}$ . Однако далее ради упрощения математических выкладок подобную неоднозначность не будем принимать во внимание.

3. Отношения сигнал-шум (ОСШ)  $q_E$  и  $q_T$  (измерения функций (7) и (8) по  $M$  зарегистрированным КИ) определяются выражениями вида [3, 5]

$$q_E(\Delta f) = \sqrt{M} \cdot G(\Delta f), \quad (15)$$

$$q_T(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2) = \begin{cases} q_E(f_2) & \text{при } f_2 < f_a; \\ n^{-1/2} \cdot \sqrt{M} \cdot \frac{H_1(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2) + H_1(\mathbf{f}_2, \mathbf{f}_1)}{[H_0(\mathbf{f}_1) H_0(\mathbf{f}_2) H_0(\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2)]^{1/2}} & \text{при } f_2 \geq f_a. \end{cases} \quad (16)$$

Корреляционные функции ошибок измерений разностей фаз аппроксимируются как

$$\langle \delta\Psi(\mathbf{f}_1, \Delta\mathbf{f}) \delta\Psi(\mathbf{f}_2, \Delta\mathbf{f}) \rangle = \sigma_{\Psi}^2(\Delta\mathbf{f}) \cdot G^2(\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2); \quad (17)$$

$$\langle \delta\theta(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2) \cdot \delta\theta(\mathbf{f}_1 + \Delta\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2 + \Delta\mathbf{f}_2) \rangle = \sigma_{\theta}^2(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2) \cdot G(\Delta\mathbf{f}_1) \cdot G(\Delta\mathbf{f}_2) \cdot G(\Delta\mathbf{f}_1 + \Delta\mathbf{f}_2), \quad (18)$$

где дисперсии  $\sigma_{\Psi}^2$  и  $\sigma_{\theta}^2$  связаны с ОСШ  $q_E$  и  $q_T$  соотношениями вида [3, 9]

$$\sigma_{\Psi}^2(\Delta\mathbf{f}) = \frac{1 - G^2(\Delta\mathbf{f})}{2q_E^2}; \quad (19)$$

$$\sigma_{\theta}^2(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2) = \begin{cases} \sigma_{\Psi}^2(\mathbf{f}_2) & \text{при } f_2 < f_a, \\ 1 & \\ 2 \cdot q_T^2(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2) & \text{при } f_2 \geq f_a. \end{cases} \quad (20)$$

4. В силу сложности и нелинейности методов спекл-интерферометрии реальную обработку КИ, как правило, осуществляют цифровым способом на ЭВМ. При этом исходные изображения дискретизируют, а их Фурье-спектры получают с помощью алгоритма дискретного преобразования Фурье. В результате Фурье-значения оказываются заданными в конечном числе точек с некоторым постоянным шагом дискретизации  $\Delta \ll f_a$ .

5. При фиксированном малом значении частоты  $f_2 (f_2 < f_a)$  МТК переходит в МНТ. Однако при обычной формулировке МТК частота  $f_2$  пробегает все возможные значения вплоть до дифракционной частоты отсечки  $f_d = D/\lambda$ .

Для простоты анализ начнем с рассмотрения одномерного случая.

#### Оценка точности в одномерном случае

При задании фаз  $\varphi_m$  в дискретных точках  $f_m = m\Delta$  разностные уравнения (13), (14) записываются как

$$\varphi_{m+1} - \varphi_m = \Psi_{m+1}; \quad (21)$$

$$\varphi_m + \varphi_l - \varphi_{m+l} = \Theta_{m,l}. \quad (22)$$

Из (21) следует алгоритм восстановления фазы МНТ в виде суммы

$$\varphi_p = \sum_{m=1}^p \Psi_m. \quad (23)$$

При этом для дисперсии ошибки при  $f_p > f_a$  справедливы следующие соотношения [9]:

$$\langle (\delta\varphi_p)^2 \rangle = \sum_{m_1, m_2=1}^p \langle \delta\Psi_{m_1} \delta\Psi_{m_2} \rangle \approx \sum_{m=1}^p \langle \delta^2\Psi_m \rangle \sum_{q=-\infty}^{\infty} G^2(q\Delta) = \frac{f_p}{f_a} \cdot q_0^{-2} = \frac{\lambda \cdot f_p}{M \cdot r_0}. \quad (24)$$

Линейное возрастание ошибки соответствует ее очевидному накоплению в процессе суммирования (23).

В МТК система уравнений (22) переопределена: число уравнений превышает число неизвестных. В силу независимости ошибок измерений  $\Theta$  (на разных интервалах корреляции) точного решения система, как правило, не имеет. В этом случае для построения приближенного решения в соответствии с предложением Вейгельта используют следующую рекуррентную схему [1, 2]. В силу произвольности выбора линейного члена полагают  $\varphi_1 = 0$ . Тогда значения  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  однозначно находят из (22) соответственно при  $m = l = 1$  и  $m = 1, l = 2$ . Значения  $\varphi_4$  и  $\varphi_5$  получают двумя способами: соответственно при  $(m = 1, l = 3)$ ,  $(m = l = 2)$  и  $(m = 1, l = 4)$ ,  $(m = 2, l = 3)$  — и затем усредняют. Значения  $\varphi_6$  и  $\varphi_7$  — путем усреднения уже по трем соответствующим вариантам оценок и т.д. Математический эксперимент на основе статистического моделирования на ЭВМ выявил существенный недостаток данного подхода: точности получаемых фаз на средних частотах ( $f_a < f \leq 10f_a$ ) заметно ниже, чем на высоких ( $10f_a < f < f_d - 5f_a$ ), где число усредняемых независимых вариантов велико. На рис. 1 для иллюстрации представлен экспериментальный график ошибки  $\delta\varphi_m$  Фурье-спектра точечного источника при  $D/r_0 = 128$  и числе КИ  $M = 30$ .



Рис. 1. Экспериментальный график ошибки  $\delta\varphi_m$  Фурье-спектра точечного источника по методу Вейгеля при 30-ти изображениях в зависимости от нормированной пространственной частоты  $f/f_d$  ( $f_d$  – дифракционная частота)

От этого недостатка свободно решение уравнения

$$\sum_{l, m=1}^{L_d} q_l^2(f_l, f_m) \cdot [\Theta_{m, l} - \varphi_m - \varphi_l + \varphi_{m+l}]^2 = \min \quad (25)$$

или, что эквивалентно, системы уравнений

$$\varphi_m = \sum_{l=1}^{L_d} [-\Theta_{l, m-l} + \varphi_{m-l} + \varphi_l] \cdot q_l^2(f_l, f_{m-l}) / Q_m, \quad (26)$$

где

$$Q_m = \sum_{l=1}^{L_d} q_l^2(f_l, f_{m-l}), \quad (27)$$

$L_d = D/\lambda\Delta$  – номер отсчета, соответствующий дифракционной частоте отсечки. Отметим, что уравнения (26) могут быть положены в основу итерационного алгоритма поиска оптимального в смысле (25) решения. Для его сходимости обычно достаточно 10 итераций. Эксперимент показывает, что средняя ошибка получаемой оценки вплоть до  $f \leq f_d - 5f_a$  почти не зависит от частоты и заметно меньше ошибок в методе Вейгеля (рис. 2). Следует сказать, что диапазон сверхвысоких частот  $f > f_d - 5f_a$  не существует, т. к. здесь ОПФ спадает до нуля. По физическому смыслу оценка (26) представляет собой среднее различных ее вариантов, полученных из всех имеющихся связей. Оценим величину этой ошибки.



Рис. 2. Экспериментальный график ошибки оценки фазы  $\delta\varphi_m$  предложенным итерационным алгоритмом при 30-ти изображениях в зависимости от нормированной пространственной частоты  $f/f_d$  ( $f_d$  – дифракционная частота)

Предположим, что ошибки  $\delta\varphi_m$  существенно меньше ошибок  $\delta\Theta_{m, l}$  измерения фаз тройных корреляций (8). Тогда из (26) можно записать, что

$$\delta\varphi_m \approx - \sum_{l=1}^{L_d} q_l^2 \cdot \delta\theta_{l, m-l} / Q_m. \quad (28)$$

Отсюда для дисперсии  $\delta\varphi_m$  при  $f_m > f_a$  учитывая (16)–(20) и малость изменения ОПФ  $H_0(f)$  на интервалах ширины  $f_a$  (справедливо при  $D/r_0 \gg 1$ ), получаем выражение вида

$$\langle (\delta\varphi_m)^2 \rangle = \frac{1}{2} \cdot \sum_{l=-\infty}^{\infty} G^2(l\Delta) / Q_m. \quad (29)$$

Принимая теперь во внимание, что

$$\sum_l G^2(l\Delta) \approx f_a/\Delta, \quad (30)$$

$$Q_m \approx \frac{M}{n} f_d/\Delta, \quad (31)$$

где для одномерной апертуры эффективное число областей корреляции  $n$  оценивается как  $2(D/r_0)$ , окончательно получаем, что

$$\langle (\delta\varphi_m)^2 \rangle \approx \frac{n}{2M} \frac{f_a}{f_d} = \frac{1}{M} = q_0^{-2}. \quad (32)$$

Таким образом, ранее принятое предположение, что  $\langle (\delta\varphi_m)^2 \rangle \ll \langle (\delta\Theta)^2 \rangle$ , оправдалось, и в результате оказалось, что в одномерном случае МТК существенно точнее МНТ. Более того, справедливо соотношение

$$\langle (\delta\varphi_m)^2 \rangle^{1/2} = q_0^{-1}, \quad (33)$$

отражающее тот факт, что точности оценок модуля и фазы (в ТМТК) сравнимы по величине. Здесь необходимо подчеркнуть, что последнее свойство имеет более общее значение. Разбиение задачи восстановления на подзадачи оценки модуля и фазы спектра является искусственным математическим приемом, облегчающим построение практического алгоритма. При правильной обработке обе оценки должны иметь одинаковую точность. В нашем случае подзадача восстановления модуля имеет очевидное решение, а его точность  $q_0$  может служить критерием (в смысле (33)) близости характеристик конкретного алгоритма восстановления фазы к оптимальным.

#### Оценка точности в двумерном случае

Теперь разностные уравнения МНТ записываются как

$$\begin{cases} \varphi_{m+1, l} - \varphi_{m, l} = \Psi_{m+1, l}^1, \\ \varphi_{m, l+1} - \varphi_{m, l} = \Psi_{m, l+1}^2. \end{cases} \quad (34)$$

Система (34) оказывается переопределенной, и построение ее оптимального по критерию наименьших квадратов

$$\sum_{l, m} \{[\Psi_{m+1, l}^1 - \varphi_{m+1, l} + \varphi_{m, l}]^2 + [\Psi_{m, l+1}^2 - \varphi_{m, l+1} + \varphi_{m, l}]^2\} = \min \quad (35)$$

решения естественно осуществлять на основании уравнений вида (10)

$$\varphi_{m, l} = \frac{1}{4} \{(\varphi_{m-1, l} + \Psi_{m, l}^1) + (\varphi_{m+1, l} - \Psi_{m+1, l}^1) + (\varphi_{m, l-1} + \Psi_{m, l}^2) + (\varphi_{m, l+1} - \Psi_{m, l+1}^2)\}. \quad (36)$$

По сути этот метод восстановления можно интерпретировать как совокупность двух операций: а) получение набора вариантов оценок фазы  $\varphi_{m, l}$  путем «сшивания» измеренных разностных фаз  $\Psi$  по различным одномерным контурам, соединяющим исследуемую частоту  $f_{m, l}$  с опорной  $f = 0$ , где  $\varphi_{0, 0} = 0$ ; б) усреднение этих оценок. Поскольку дисперсии их ошибок в соответствии с (24) приближенно определяются как  $\Delta(m+n)q_0^{-2}/f_a$ , а число квазинезависимых вариантов сравнимо с  $((m+n)\Delta/f_a)^2$ , то дисперсия ошибки результирующей оценки должна быть сравнима с  $q_0^{-2}$ . Строгий математический анализ точности восстановления из (34) по (36) подтверждает данный результат [10, 11].

Что касается МТК, то его точность остается на прежнем уровне: для каждой фазы  $\varphi_{m, n}$  в  $(D/r_0)$  раз возрастает как число уравнений вида (22), так и дисперсия ошибки соответствующего измерения  $\Theta$ . Для более строгого доказательства достаточно провести выкладки, аналогичные вышеприведенным (25)–(32).

Таким образом, мы приходим к выводу, что в двумерном случае МНТ и МТК имеют сравнимые точности, удовлетворяющие критерию (33). В то же время МНТ существенно проще в реализации,

поскольку не требует оперирования с 4-мерными массивами значений. Попытки устранения этого недостатка МТК путем использования тройных корреляций  $T(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2)$ , независимо сформированных только для одномерных срезов в частотной плоскости [14], влекут за собой резкое понижение точности. Это объясняется тем, что для каждого значения фазы число доступных уравнений вида (22) снижается в  $(D/r_0)$  раз, а точность каждого из них остается на прежнем уровне.

Тем не менее в МТК привлекает инвариантность к сдвигам КИ. Это особенно важно при обработке так называемых фотоотсчетных изображений [13], распределения которых представляют собой совокупности малых количеств отдельных фотоимпульсов. Поскольку для них возможны значительные ошибки совмещения, то точность МНТ заметно падает. В связи с этим наибольшей эффективностью, по-видимому, будет обладать гибридный алгоритм, основанный на использовании тройных корреляций вида (22), но при фиксированном значении  $\mathbf{f}_2$  ( $f_2 < f_a$ ). Для него восстановление фазы подобно описанному для МНТ.

В заключение отметим, что настоящий анализ точности был проведен без привлечения ограничений на размер объекта. В то же время при обработке КИ объекта, угловой размер которого  $R$  заметно меньше среднего атмосферного разрешения  $R_a = \lambda/r_0$ , а размер области характерного изменения Фурье-спектра  $\lambda/R$  заметно больше размера  $f_a$  области корреляции ошибок, возможно повышение точности  $q_0$  и соответственно  $\langle(\delta\varphi)^2\rangle^{-1/2}$  в  $R_a/R$  раз за счет сглаживания оценок. В результате для астрономических объектов на пределе разрешения телескопа возможно достижение точности порядка  $\sqrt{M} \cdot D/r_0$ . Это отражает тот факт, что для подобных малоразмерных объектов возможно восстановление удовлетворительной оценки изображения даже по одному КИ.

1. Lohman A.W., Weigelt G.R., Wirnitzer B. //Appl. Optics. 1983. V. 22. № 24. P. 4028.
2. Northcott M.J., Ayers G.R., Dainty J.C. //JOSA A. 1988. V. 5. № 7. P. 986.
3. Ayers G.R., Northcott M.J., Dainty J.C. //JOSAA. 1988. V. 5. № 7. P. 963.
4. Nakajima T. //JOSA A. 1988. V. 5. № 9. P. 1477.
5. Плотников И.П. Разработка и исследование алгоритмов обработки изображений в многоапертурных оптических системах. Диссертация. М.: МФТИ, 1988.
6. Бакут П.А., Плотников И.П., Рожков И.А. и др. //Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 11. С. 55.
7. Labeyrie A. //Astron. Astrophys. 1970. V. 6. P. 85.
8. Knox K.T., Thompson V.J. //Astrophys. J. 1974. V. 193. P. L45.
9. Бакут П.А., Куклин Е.Н., Ряхин А.Д. //Оптика и спектроскопия. 1985. Т. 58. № 6. С. 1314.
10. Бакут П.А., Ряхин А.Д., Свиридов К.Н. и др. //Оптика и спектроскопия. 1985. Т. 59. № 1. С. 137.
11. Бакут П.А., Ряхин А.Д., Свиридов К.Н. //Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. № 7. С. 1446.
12. Бакут П.А., Ряхин А.Д., Свиридов К.Н. и др. //Известия вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 3. С. 274.
13. Бакут П.А., Колин В.В., Рожков И.А. и др. //Зарубежная радиоэлектроника. 1989. № 9. С. 14.
14. Ayers G.R., Dainty J.C., Northcott M.J. //Proc. of SPIE. 1987. V. 808. P. 19.

Поступила в редакцию  
1 декабря 1989 г.

I.P. Plotnikov, I.A. Rozhkov, A.D. Ryakhin. **Fourier Phase Restoration in the Knox-Thompson and Triple Correlations Methods.**

Analytical expression for accuracies of phase reconstruction from turbulence-degraded short exposure object images are presented. It is shown that accuracies of these methods are close to potentially achievable values, at least in the practically important two-dimensional case.