

А.А. Феоктистов, В.П. Попов

**ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА
В РАМКАХ ТРЕХПОТОКОВОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ**

Рассматривается решение уравнения переноса в рамках трехпоточкового приближения. Решение получается в два этапа. На первом этапе определяются потоки, на втором — интенсивность излучения. Приведено общее приближенное аналитическое выражение для интенсивности дымки атмосферы. Анализируются результаты расчетов при различных начальных угловых распределениях интенсивности, задаваемых на первом этапе. Показано, что решение с предложенным в данной статье начальным приближением удовлетворяет уравнению переноса с большей точностью, чем решения, получаемые в рамках известных подходов Р. Тернера и И. Кауфмана.

Данные дистанционного зондирования земной поверхности в оптическом диапазоне спектра подвержены искаженному влиянию процессов многократного рассеяния и поглощения солнечного излучения в атмосфере. Поэтому для повышения точности решения задач тематической обработки аэрокосмических изображений необходима их атмосферная коррекция, основанная на решении уравнения переноса излучения в системе «атмосфера — подстилающая поверхность» [1, 2].

Для практической реализации процедуры атмосферной коррекции потоков аэрокосмической видеоинформации большое значение имеют приближенные методы расчета переноса излучения, поскольку высокоточные методы требуют значительных затрат машинного времени и больших объемов оперативной памяти ЭВМ. Кроме того, применение высокоточных методов оправдано в том случае, когда известны с большой точностью оптические параметры атмосферы во время регистрации аэрокосмических изображений. Однако проведение синхронных измерений этих параметров представляет собой достаточно сложную техническую задачу, и обычно такие данные отсутствуют.

Приближенное аналитическое выражение для интенсивности рассеянного излучения получается при решении уравнения переноса с приближенным аналитическим выражением для функции источников, которое может быть получено при различных упрощающих предположениях [3–5]. В настоящей статье рассматривается решение уравнения переноса в рамках трехпоточкового приближения, которое получается в два этапа. На первом этапе определяются восходящий и нисходящий потоки, а расчет интенсивности осуществляется на втором этапе.

Уравнение переноса излучения в плоскопараллельной однородной атмосфере с оптической толщиной τ_0 имеет вид

$$\mu \frac{dI}{d\tau}(\tau, \mu, \varphi) = I(\tau, \mu, \varphi) - \frac{\omega_0}{4\pi} \int_0^{\pi} d\varphi' \int_{-1}^1 d\mu' P(\mu, \varphi, \mu', \varphi') I(\tau, \mu, \varphi) - \frac{\omega_0 S}{4} e^{-\tau/\mu_0} P(\mu, \varphi, -\mu_0, \varphi_0 + \pi), \quad (1)$$

где $I(\tau, \mu, \varphi)$ — интенсивность рассеянной радиации; $\mu = \cos\theta$, $\mu_0 = \cos\theta_0$; θ, φ — вертикальный и азимутальный углы распространения излучения; θ_0, φ_0 — вертикальный и азимутальный углы для направления на Солнце; ω_0 — альbedo однократного рассеяния; $P(\mu, \varphi, \mu', \varphi')$ — индикатриса рассеяния из направления μ', φ' в направление μ, φ ; τ — оптическая глубина; πS — освещенность на верхней границе атмосферы для площадки, перпендикулярной направлению распространения прямого солнечного излучения. Граничные условия для интенсивности дымки атмосферы (подстилающая поверхность отсутствует) имеют следующий вид:

$$\text{для нисходящего излучения: } I(0, \mu, \varphi) = 0. \quad (2)$$

$$\text{для восходящего излучения: } I(\tau_0, \mu, \varphi) = 0.$$

На первом этапе решения задачи интенсивности восходящего $\hat{I}_1(\tau, \mu, \varphi)$ и нисходящего $\hat{I}_2(\tau, \mu, \varphi)$ рассеянного излучения представляются в виде

$$\hat{I}_{1,2}(\tau, \mu, \varphi) = E_{1,2}(\tau) i_{1,2}(\mu, \varphi), \quad (3)$$

где восходящий $E_1(\tau)$ и нисходящий $E_2(\tau)$ потоки рассеянного излучения отражают вертикальную зависимость интенсивности, а функции $i_1(\mu, \varphi)$ и $i_2(\mu, \varphi)$ — относительную угловую зависимость. При этом предполагается, что эти функции не зависят от τ и нормированы следующим образом:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 d\mu \mu \hat{I}_{1,2}(\tau, \mu, \varphi) = E_{1,2}(\tau), \text{ т. е. } \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 d\mu \mu i_{1,2}(\mu, \varphi) = 1. \quad (4)$$

Здесь и далее для направлений в нижнюю полусферу μ заменено на $-\mu$, и поэтому $\mu > 0$.

Предположим, что начальное угловое распределение интенсивности $i_{1,2}(\mu, \varphi)$ известно. Подставляя приближенные выражения для интенсивности (3) в уравнение переноса (1) и проводя интегрирование по углам в пределах верхней и нижней полусфер, получаем систему дифференциальных уравнений для восходящего и нисходящего диффузных потоков:

$$\begin{cases} \frac{dE_1(\tau)}{d\tau} = \alpha_1 E_1(\tau) - \gamma_2 E_2(\tau) - \kappa_1 E_0(\tau); \\ \frac{dE_2(\tau)}{d\tau} = -\alpha_2 E_2(\tau) + \gamma_1 E_1(\tau) + \kappa_2 E_0(\tau) \end{cases} \quad (5)$$

с граничными условиями $E_1(\tau_0) = E_2(0) = 0$, где $E_0(\tau) = \pi S \mu_0 \exp(-\tau/\mu_0)$ — поток прямого солнечного излучения;

$$\begin{aligned} \alpha_{1,2} &= \beta_{1,2} + \gamma_{1,2}, \quad \beta_{1,2} = (1 - \omega_0) \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 d\mu i_{1,2}(\mu, \varphi); \\ \gamma_{1,2} &= \frac{\omega_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 d\mu \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^1 d\mu' P(-\mu, \varphi; \mu', \varphi') i_{1,2}(\mu', \varphi'); \\ \kappa_1 &= \frac{\omega_0}{4\pi\mu_0} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 d\mu P(\mu, \varphi, -\mu_0, \varphi_0 + \pi), \quad \kappa_2 = \omega_0/\mu_0 - \kappa_1. \end{aligned}$$

Коэффициенты $\gamma_{1,2}$ и $\beta_{1,2}$ представляют собой коэффициенты рассеяния и поглощения восходящего и нисходящего диффузных потоков; κ_1 и κ_2 — коэффициенты рассеяния прямого солнечного потока соответственно в восходящий и нисходящий диффузные потоки. Следует отметить, что система дифференциальных уравнений (5) представляет собой частный случай общей системы дифференциальных уравнений, получаемой в рамках четырехпотоковой теории [6]. В данном случае отсутствует направленный восходящий поток, так как нет отражающей поверхности.

Если одновременно не выполняются два условия $\omega_0 = 1$ и $\gamma_1 = \gamma_2$, то решение системы (5) имеет вид [7]:

$$\begin{aligned} E_1(\tau) &= A e^{k_1 \tau} + B e^{-k_2 \tau} + C e^{-\tau/\mu_0}; \\ E_2(\tau) &= (1/\gamma_2) (A F e^{k_1 \tau} + B G e^{-k_2 \tau} + H e^{-\tau/\mu_0}), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} C &= \frac{4\pi S \omega_0 \mu_0^2}{(a\mu_0 - 2)^2 - \lambda^2 \mu_0^2} \left(\frac{\kappa_1}{\pi S \omega_0} \left[\frac{1}{\mu_0} - \alpha_2 \right] - \gamma_2 \right); \\ A &= (-H e^{-k_2 \tau_0} + C G e^{-\tau_0/\mu_0})/D; \quad B = (H e^{k_1 \tau_0} - C F e^{-\tau_0/\mu_0})/D; \\ D &= F e^{-k_2 \tau_0} - G e^{k_1 \tau_0}, \quad a = \alpha_2 - \alpha_1, \quad \lambda^2 = (\alpha_1 + \alpha_2)^2 - 4\gamma_1 \gamma_2; \end{aligned}$$

$$F = \alpha_1 - k_1, \quad G = \alpha_1 + k_2, \quad H = (\alpha_1 + 1/\mu_0) C - \alpha_1;$$

$$k_1 = (\lambda - a)/2, \quad k_2 = (\lambda + a)/2.$$

В случае одновременного выполнения условий $\omega_0 = 1$ и $\gamma_1 = \gamma_2$ решение имеет более простой вид:

$$E_1(\tau) = C_1\tau + C_2 + \mu_0^2 Z e^{-\tau/\mu_0};$$

$$E_2(\tau) = C_1(\tau - 1/a) + C_2 + (\mu_0^2 Z - \pi S \mu_0) e^{-\tau/\mu_0}$$

где

$$C_1 = a(\mu_0^2 Z(1 - e^{-\tau_0/\mu_0}) - \pi S \mu_0) / (1 + a\tau_0);$$

$$C_2 = (a\pi S \mu_0 - \mu_0^2 Z(a\tau_0 + e^{-\tau_0/\mu_0})) / (1 + a\tau_0);$$

$$Z = \pi S(\alpha_1 - a), \quad \alpha = \alpha_1 = \alpha_2 = \gamma_1 = \gamma_2.$$

Используя полученные аналитические выражения для восходящего и нисходящего потоков, представляем приближенные выражения для интенсивности (3) в интеграл многократного рассеяния в правой части уравнения переноса (1). Таким образом, на втором этапе решения получаем два отдельных дифференциальных уравнения для интенсивностей восходящего и нисходящего излучения, которые также решаются аналитически:

$$\mu \frac{dI_1}{d\tau}(\tau, \mu, \varphi) = I_1(\tau, \mu, \varphi) - U_1(\mu, \varphi) e^{k_1\tau} - W_1(\mu, \varphi) e^{-k_2\tau} - V_1(\mu, \varphi) e^{-\tau/\mu_0}; \quad (6)$$

$$-\mu \frac{dI_2}{d\tau}(\tau, \mu, \varphi) = I_2(\tau, \mu, \varphi) - U_2(\mu, \varphi) e^{k_1\tau} - W_2(\mu, \varphi) e^{-k_2\tau} - V_2(\mu, \varphi) e^{-\tau/\mu_0}; \quad (7)$$

где

$$U_{1,2}(\mu, \varphi) = A(P_{1,2}(\mu, \varphi) + Q_{1,2}(\mu, \varphi) F/\gamma_2);$$

$$W_{1,2}(\mu, \varphi) = B(P_{1,2}(\mu, \varphi) + Q_{1,2}(\mu, \varphi) G/\gamma_2);$$

$$V_{1,2}(\mu, \varphi) = CP_{1,2}(\mu, \varphi) + Q_{1,2}(\mu, \varphi) H/\gamma_2 + \frac{\omega_0 S}{4} P(\pm \mu, \varphi, -\mu_0, \varphi_0 + \pi);$$

$$P_{1,2}(\mu, \varphi) = \frac{\omega_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^1 d\mu' P(\mu, \varphi, \pm \mu', \varphi') i_1(\mu', \varphi');$$

$$Q_{1,2}(\mu, \varphi) = \frac{\omega_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^1 d\mu' P(\mu, \varphi, \mp \mu', \varphi') i_2(\mu', \varphi'),$$

при этом «плюс» при μ соответствует индексу 1, «минус» — 2, а граничные условия для уравнений (6), (7) определяются равенствами (2).

Решения дифференциальных уравнений имеют вид

$$I_1(\tau, \mu, \varphi) = \frac{U_1(\mu, \varphi)}{1 - k_1\mu} (e^{k_1\tau} - e^{k_1\tau_0} e^{-(\tau_0 - \tau)/\mu}) + \frac{W_1(\mu, \varphi)}{1 + k_2\mu} (e^{-k_2\tau} - e^{-k_2\tau_0} e^{-(\tau_0 - \tau)/\mu}) + \mu_0 \frac{V_1(\mu, \varphi)}{\mu + \mu_0} (e^{-\tau/\mu_0} - e^{-\tau_0/\mu_0} e^{-(\tau_0 - \tau)/\mu}); \quad (8)$$

$$I_2(\tau, \mu, \varphi) = \frac{U_2(\mu, \varphi)}{1 + k_1\mu} (e^{k_1\tau} - e^{-\tau/\mu}) + \frac{W_2(\mu, \varphi)}{1 - k_2\mu} (e^{-k_2\tau} - e^{-\tau/\mu}) +$$

$$+ \mu_0 \frac{V_2(\mu, \varphi)}{\mu_0 - \mu} (e^{-\tau/\mu_0} - e^{-\tau/\mu}). \quad (9)$$

В случае одновременного выполнения условий $\omega_0 = 1$ и $\gamma_1 = \gamma_2$ выражения для интенсивностей имеют более простой вид

$$I_1(\tau, \mu, \varphi) = \mu X_1(\mu, \varphi) [(\tau/\mu + 1) - (\tau_0/\mu + 1) e^{-(\tau_0 - \tau)/\mu}] + \\ + Y_1(\mu, \varphi) (1 - e^{-(\tau_0 - \tau)/\mu}) + \mu_0 \frac{Z_1(\mu, \varphi)}{\mu + \mu_0} (e^{-\tau/\mu_0} - e^{-(\tau_0 - \tau)/\mu} e^{-\tau_0/\mu_0}); \quad (10)$$

$$I_2(\tau, \mu, \varphi) = \mu X_2(\mu, \varphi) [(\tau/\mu - 1) + e^{-\tau/\mu}] + Y_2(\mu, \varphi) (1 - e^{-\tau/\mu}) + \\ + \frac{\mu_0 Z_2(\mu, \varphi)}{\mu + \mu_0} (e^{-\tau/\mu_0} - e^{-\tau/\mu}), \quad (11)$$

где

$$X_{1,2}(\mu, \varphi) = C_1 (P_{1,2}(\mu, \varphi) + Q_{1,2}(\mu, \varphi));$$

$$Y_{1,2}(\mu, \varphi) = C_2 P_{1,2}(\mu, \varphi) + (C_2 - C_1/x) Q_{1,2}(\mu, \varphi);$$

$$Z_{1,2}(\mu, \varphi) = Z \mu_0^2 P_{1,2}(\mu, \varphi) + (\mu_0^2 Z - \pi S \mu_0) Q_{1,2}(\mu, \varphi) + \frac{S}{4} P(\pm \mu, \varphi, -\mu_0, \varphi_0 + \pi).$$

Полученные приближенные аналитические выражения для интенсивности рассеянного излучения (8)–(11) можно интерпретировать следующим образом. Последнее взаимодействие излучения с атмосферой учитывается точно при подстановке (3) в интеграл многократного рассеяния в уравнении переноса (1). При этом предполагается, что результат всех предыдущих актов взаимодействия излучения с атмосферой описывается выражением (3), в котором разделены угловые μ, φ и вертикальная τ переменные. В отличие от процессов многократного рассеяния вклад однократного рассеяния учитывается точно (последний член в правой части уравнения переноса (1)).

Важным моментом в описываемом подходе к расчету интенсивностей, основанном на трехпоточковом приближении (E_0, E_1 и E_2), является задание начального углового распределения интенсивности $i_{1,2}(\mu, \varphi)$. В работе [4], в которой рассматриваются вопросы атмосферной коррекции спутниковых изображений, делается предположение о сильной вытянутости аэрозольной индикатрисы рассеяния, и в связи с этим начальное угловое распределение интенсивности дымки атмосферы описывается через δ -функцию:

$$i_1(\mu, \varphi) = \delta(\mu - \mu_0) \delta(\varphi - \varphi_0) / \mu_0, \quad i_2(\mu, \varphi) = \delta(\mu + \mu_0) \delta(\varphi - \varphi_0 + \pi) / \mu_0. \quad (12)$$

В [5], наоборот, предполагается, что начальное угловое распределение в пределах нижней и верхней полусфер однородно:

$$i_{1,2}(\mu, \varphi) = 1/\pi. \quad (13)$$

Отметим, что (12) и (13) удовлетворяют условию (4).

Эти два предельно различных случая начального углового распределения интенсивности недостаточно полно отражают реальную ситуацию. Поэтому в качестве начального углового распределения более естественно использовать усредненные по оптической толщине выражения для восходящей и нисходящей интенсивности однократного рассеяния [8]:

$$i_1(\mu, \varphi) = \frac{\omega_0 \mu_0 S}{4(\mu + \mu_0) \tau_0} (\mu_0 (1 - e^{-\tau_0/\mu_0}) - \mu e^{-\tau_0/\mu_0} (1 - e^{-\tau_0/\mu})) \frac{P(\mu, \varphi, -\mu_0, \varphi_0 + \pi)}{S_1}; \quad (14)$$

$$i_2(\mu, \varphi) = \frac{\omega_0 \mu_0 S}{4(\mu - \mu_0) \tau_0} (\mu (1 - e^{-\tau_0/\mu}) - \mu_0 (1 - e^{-\tau_0/\mu_0})) \frac{P(-\mu, \varphi, -\mu_0, \varphi_0 + \pi)}{S_2},$$

где S_1 и S_2 — константы, получаемые при подстановке (14) в условие (4).

Для сравнения интенсивностей восходящего и нисходящего излучения, получаемых в рамках рассмотренного подхода при различных начальных приближениях (12)–(14), был проведен численный эксперимент. Индикатриса рассеяния задавалась в виде

$$P(\mu, \varphi, \mu', \varphi') = (\tau_p/\tau_0)P_p(\mu, \varphi, \mu', \varphi') + (\tau_a/\tau_0)P_a(\mu, \varphi, \mu', \varphi'),$$

где P_p — рэлеевская индикатриса рассеяния, P_a — аэрозольная индикатриса рассеяния, соответствующая дымке континентального типа *Haze L* [9]; τ_p и τ_a — рэлеевская и аэрозольная оптические толщины, $\tau_0 = \tau_p + \tau_a$.

Поскольку полученные интенсивности (8)–(11) имеют простую аналитическую зависимость от оптической глубины τ , то легко получить их производные по τ . Поэтому можно проверить полученное приближенное решение с помощью непосредственной подстановки этого решения в исходное уравнение переноса (1). Для этого будем рассматривать относительную погрешность приближенного решения уравнения:

$$R(\tau, \mu, \varphi) = \frac{\Delta I(\tau, \mu, \varphi)}{I(\tau, \mu, \varphi)} 100\%, \quad (15)$$

где

$$\Delta I(\tau, \mu, \varphi) = I(\tau, \mu, \varphi) - \mu \frac{dI}{d\tau}(\tau, \mu, \varphi) - \frac{\omega_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{-1}^1 d\mu' P(\mu, \varphi, \mu', \varphi') I(\tau, \mu', \varphi') - \frac{\omega_0 S}{4} e^{-\tau/\mu_0} P(\mu, \varphi, -\mu_0, \varphi_0 + \pi),$$

и в качестве $I(\tau, \mu, \varphi)$ взято приближенное решение. Следует отметить, что относительная погрешность (15) показывает, в какой степени приближенное решение удовлетворяет исходному уравнению переноса (1).

Таблица 1

Значения относительной погрешности R приближенных выражений для интенсивности дымки атмосферы

$\theta_0 = 0^\circ$									
θ	Вариант 1			Вариант 2			Вариант 3		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
0	401	17	6	431	45	12	-27	-15	6
30	-4	13	5	-4	40	10	-36	-18	7
60	-68	-5	2	-97	-1	-1	-46	-19	7
90	-30	-11	3	-31	-20	4	-12	-5	2
$\theta_0 = 30^\circ$									
0	13	24	7	14	70	15	-34	-20	8
30	371	6	7	396	32	14	-25	-20	8
60	-15	-14	5	-20	-9	8	-26	-18	6
90	-28	-13	4	-38	-23	5	-9	-5	2
$\theta_0 = 60^\circ$									
0	-71	51	7	-129	181	6	-43	-36	15
30	39	16	8	38	93	15	-10	-30	11
60	271	-17	7	281	7	10	-5	-22	8
90	1	-15	6	-5	-17	8	-3	-5	2

Расчеты проводились для верхней границы атмосферы ($\tau = 0$) при $\omega_0 = 1$ для трех вариантов значений оптической толщины атмосферы: 1) $\tau_0 = 0,3$; $\tau_p = 0,1$; $\tau_a = 0,2$; 2) $\tau_0 = 0,3$; $\tau_p = 0$; $\tau_a = 0,3$; 3)

$\tau_0 = 0,1$; $\tau_p = 0,1$; $\tau_a = 0$. Такие значения выбраны в связи с тем, что первый вариант соответствует континентальной атмосфере при среднем значении оптической толщины $\tau_0 = 0,3$ для длины волны $0,55$ мкм. Второй вариант соответствует чисто аэрозольной максимально вытянутой индикатрисе рассеяния, а третий — минимально вытянутой рэлеевской индикатрисе рассеяния. Для вариантов 1, 2 оптическая толщина τ_0 взята одинаковой, чтобы рассмотреть влияние только вытянутости индикатрисы рассеяния.

В табл. 1 приведены погрешности (15) для различных вертикальных углов θ , азимутального угла $\varphi = 0^\circ$ при различных вертикальных углах Солнца θ_0 и $\varphi_0 = 0^\circ$. Колонки, обозначенные цифрами 1–3, содержат данные, полученные соответственно для начальных приближений (12)–(14). Из таблицы следует, что интенсивность рассеянного излучения, полученная при начальном приближении (14), в значительно большей степени удовлетворяет исходному уравнению переноса, чем при начальных приближениях (12) и (13) для всех трех вариантов расчетов и всех значениях вертикальных углов θ и θ_0 . (Это остается справедливым и для других азимутальных углов φ).

Большие погрешности R для интенсивностей с начальными приближениями (12) и (13) свидетельствуют о том, что в рамках этих подходов сделаны менее точные предположения об угловом распределении интенсивности во всем диапазоне углов θ , φ . Однако эти начальные приближения использовались для расчетов, предназначенных для атмосферной коррекции сканерных спутниковых изображений, получаемых при визировании подстилающей поверхности в пределах углов, близких к надиру [4, 5]. В табл. 2 приведены значения I_1/S при $\theta = 0^\circ$ для различных θ_0 .

Таблица 2

Значения интенсивности восходящей дымки атмосферы I_1/S для надирного направления наблюдения

θ_0	Вариант 1			Вариант 2			Вариант 3		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
0	0,101	0,049	0,047	0,037	0,017	0,015	0,036	0,036	0,037
30	0,040	0,042	0,041	0,012	0,014	0,012	0,031	0,032	0,033
60	0,025	0,030	0,030	0,006	0,010	0,008	0,022	0,023	0,024

Из таблицы видно, что интенсивности восходящего излучения имеют достаточно близкие значения при $\theta_0 = 30^\circ$. При $\theta_0 = 0^\circ$ имеется отличие примерно в 2 раза интенсивности с начальным приближением (12) от интенсивности с начальными приближениями (13)–(14) для вариантов 1, 2. Это вызвано совпадением направления сильной анизотропии начального приближения (12) с направлением распространения излучения $\theta = \theta_0$. Для рэлеевской индикатрисы рассеяния (вариант 3) такого отличия нет. В этом случае оптическая толщина τ_0 меньше и поэтому меньше вклад многократного рассеяния, которое определяется начальными приближениями (12)–(14), и больше вклад однократного рассеяния, которое учитывается точно. Для рэлеевской индикатрисы все три начальных приближения дают близкие результаты. При $\theta_0 = 30^\circ$ интенсивности, полученные при различных начальных приближениях (12)–(14), имеют небольшие отличия, при $\theta_0 = 60^\circ$ эти отличия увеличиваются.

В заключение отметим, что в [10–12] рассмотрены особенности атмосферной коррекции данных самолетной многоканальной сканирующей системы (СМСС); угол общего поля зрения СМСС равен $51,2^\circ$. Было показано, что для повышения точности классификационной обработки данных СМСС необходим корректный учет угловой зависимости интенсивности атмосферной дымки от угла сканирования [11]. Как показано в данной статье, приближение (12) дает наименее удовлетворительные результаты. Резкое возрастание ошибок возникает по мере приближения к направлению визирования, обратному направлению распространения прямого солнечного излучения, — в этом приближение (12) приводит к возникновению ложного «пика» в угловом распределении интенсивности атмосферной дымки, что было показано ранее в рамках несколько упрощенного подхода [12]. Приближение (13) приводит к более точным результатам, уступающим, однако, приближению (14), что, несомненно, приведет к возникновению дополнительных ошибок классификации в случае его использования. Подчеркнем еще один недостаток приближения (13) — при расчете интенсивности дымки фона используется угловое распределение интенсивности нисходящего рассеянного излучения $I_2(\tau, \mu, \varphi)$ (3), которое имеет сильный максимум в направлении распространения прямого солнечного излучения (ввиду «вытянутости» вперед атмосферной индикатрисы рассеяния) и плохо соответствует предположению (13).

1. Кондратьев К. Я., Смоктий О. И., Козодеров В. В. Влияние атмосферы на исследования природных ресурсов из космоса. М.: Машиностроение, 1985. 272 с.
2. Имитационное моделирование в задачах оптического дистанционного зондирования / Г. М. Креков, В. М. Орлов, В. В. Белов и др. Новосибирск: Наука, 1988. 165 с.
3. Соболев В. В. Рассеяние света в атмосферах планет. М.: Наука, 1972. 325 с.

4. Wezernak C.T., Turner R.E., Lyzenga P.C. Spectral reflectance and radiance characteristics of water pollutions // Report NASA-CR-2665. 1976. P. 128.
5. Kaufman Y.J. // J. Geophys. Res. 1979. V. 84. № С6. P. 3165–3172.
6. Исмару А. // ТИИЭР, 1977. Т. 65. № 7. С. 46–82.
7. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1971. 576 с.
8. Феоктистов А.Л., Попов В.П. // Аэрокосмические исследования почв и растений. Опыт практического применения. М.: ВНИЦ «АИУС-агроресурсы», 1989. С. 139–148.
9. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. М.: Мир, 1971. 241 с.
10. Феоктистов А.А., Артемков В.С., Попов В.П. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 9. С. 990–992.
11. Попов В.П., Феоктистов А.А. // Вопросы создания автоматизированной системы аэрокосмического мониторинга сельскохозяйственных ресурсов. М.: ВНИЦ «АИУС-агроресурсы». 1987. С. 104–122.
12. Феоктистов А.А., Попов В.П. // Исследования Земли из космоса. 1989. № 5. С. 88–97.

Всесоюзный научно-исследовательский центр «АИУС-агроресурсы»
(ВНИЦ «АИУС-агроресурсы»)

Поступила в редакцию
9 апреля 1990 г.

A. A. Feoktistov, V. P. Popov. Approximate Solution of the Radiative Transfer Equation Based on the Use of Three-Flux Approximation.

The approximate solution of the radiative transfer equation based on the use of three-flux approximation is considered. The solution is obtained in two steps. The fluxes are determined at the first step. The intensities are determined at the second step. The general analytical approximate formulas for the atmospheric hazes intensity are given. The results of calculations made for different initial angle distributions of intensity given at the first step are analyzed. It is shown that the solution with initial angle distribution proposed in the present paper satisfies the radiative transfer equation with much better accuracy than the known Turner's and Kaufman's solutions.