

РАССЕЯНИЕ И ПЕРЕНОС ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН В АТМОСФЕРЕ

И.П. Лукин

ХАРАКТЕРИСТИКИ ОПТИЧЕСКОГО ЗОНДИРУЮЩЕГО ПУЧКА В РЕФРАКЦИОННОМ КАНАЛЕ С АБЕРРАЦИЯМИ

Методом малых возмущений получено решение для функции взаимной когерентности второго порядка оптического зондирующего пучка, распространяющегося в рефракционном канале с малыми aberrациями. Получены выражения для координат центра тяжести, эффективного радиуса и распределения интенсивности в поперечном сечении зондирующего пучка. Дан анализ влияния aberrаций канала разного порядка на характеристики оптического пучка. Показано, что безабберационное приближение для описания характеристик узкого, по сравнению с шириной рефракционного канала, зондирующего пучка в дефокусирующем канале с малыми aberrациями (например, гауссовского или гауссоподобного профиля) применимо лишь для трасс зондирования (при зондировании вблизи оптической оси канала), не превышающих нескольких величин фокусного расстояния рефракционного канала.

Рефракционные измерения регулярных градиентов диэлектрической проницаемости (показателя преломления) среды в настоящее время находят широкое применение в науке и технике [1–3]. Одним из своеобразных частных случаев является оптическое зондирование областей цилиндрической формы с параболическим поперечным градиентом диэлектрической проницаемости — линзоподобных рефракционных каналов [1–5]. Методы зондирования параксиальной области безабберационных рефракционных каналов рассматривались в [4–5], где было показано, что наибольшими информационными возможностями обладают измерения искривления волнового фронта, смещения центра тяжести и изменения эффективного радиуса зондирующего оптического пучка. Искажающее влияние aberrаций рефракционного канала на искривление волнового фронта зондирующего пучка и величину перефокусировки его изображения за фокусирующей линзой исследовалось в [6]. В настоящей статье приведены результаты теоретического изучения пространственного распределения интенсивности оптического зондирующего пучка, распространяющегося вблизи оптической оси рефракционного канала с aberrациями, оценена область применимости безабберационного приближения для описания следующих характеристик оптического пучка: координат центра тяжести, эффективного радиуса и максимального значения интенсивности на оптической оси рефракционного канала.

Распространение зондирующего излучения в рефракционном канале с aberrациями будем описывать параболическим уравнением

$$2ik \frac{\partial E(x, \rho)}{\partial x} + \Delta_{\perp} E(x, \rho) + \kappa^2 G\left(\frac{\rho}{F_0}\right) E(x, \rho) = 0, \quad (1)$$

$$E(0, \rho) = E_0(\rho),$$

где $\kappa = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны оптического излучения; $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — поперечный оператор Лапласа;

$$G\left(\frac{\rho}{F_0}\right) = \varepsilon_2 + \alpha\left(\frac{\rho}{F_0}\right) + \left(\frac{\rho}{F_0}\right)^2 + \gamma \frac{\rho}{\rho} \left(\frac{\rho}{F_0}\right)^3 + \beta \left(\frac{\rho}{F_0}\right)^4;$$

ε_2 — изменение диэлектрической проницаемости среды на оптической оси рефракционного канала; F_0 — фокусное расстояние рефракционного канала; α , γ , β — векторные и скалярный коэффициенты, характеризующие aberrации рефракционного канала

$$\left(\gamma \frac{\rho}{\rho} \left(\frac{\rho}{F_0}\right) \ll 1, \beta \left(\frac{\rho}{F_0}\right)^2 \ll 1 \right).$$

Уравнение для функции взаимной когерентности второго порядка $\Gamma(x, \rho_1, \rho_2) = E(x, \rho_1)E^*(x, \rho_2)$ для (1) имеет вид:

$$i\kappa \frac{\partial \Gamma_2(x, R, \rho)}{\partial x} + \frac{\partial^2 \Gamma_2(x, R, \rho)}{\partial R \partial \rho} + \alpha \rho \frac{\kappa^2}{2F_0} \Gamma_2(x, R, \rho) + \frac{\kappa^2}{F_0^2} R \rho \Gamma_2(x, R, \rho) = \\ = \frac{\kappa^2}{F_0^3} f(R, \rho) \Gamma_2(x, R, \rho). \quad (2)$$

Здесь

$$f(R, \rho) = -\frac{1}{2} \left\{ \gamma \left[2R(R\rho) + R^2\rho + \frac{1}{4}\rho^2\rho \right] + \frac{\beta}{F_0} (4R^2 + \rho^2) R\rho \right\}, \\ R = 1/2(\rho_1 + \rho_2) \text{ и } \rho = \rho_1 - \rho_2.$$

Решение уравнения (2) будем искать методом возмущений:

$$\Gamma_2(x, R, \rho) \simeq \Gamma_2^{(0)}(x, R, \rho) + \Gamma_2^{(1)}(x, R, \rho),$$

где функция $\Gamma_2^{(0)}(x, R, \rho)$ — решение уравнения

$$i\kappa \frac{\partial \Gamma_2^{(0)}(x, R, \rho)}{\partial x} + \frac{\partial^2 \Gamma_2^{(0)}(x, R, \rho)}{\partial R \partial \rho} + \alpha \rho \frac{\kappa^2}{2F_0} \Gamma_2^{(0)}(x, R, \rho) + \frac{\kappa^2}{F_0^2} R \rho \Gamma_2^{(0)}(x, R, \rho) = 0 \quad (3)$$

с граничным условием

$$\Gamma_2^{(0)}(x, R, \rho) = E_0(R + \rho/2) E_0^*(R - \rho/2),$$

а функция $\Gamma_2^{(1)}(x, R, \rho)$ — решение уравнения

$$i\kappa \frac{\partial \Gamma_2^{(1)}(x, R, \rho)}{\partial x} + \frac{\partial^2 \Gamma_2^{(1)}(x, R, \rho)}{\partial R \partial \rho} + \alpha \rho \frac{\kappa^2}{2F_0} \Gamma_2^{(1)}(x, R, \rho) + \frac{\kappa^2}{F_0^2} R \rho \Gamma_2^{(1)}(x, R, \rho) = \\ = \frac{\kappa^2}{F_0^3} f(R, \rho) \Gamma_2^{(0)}(x, R, \rho) \quad (4)$$

с граничным условием

$$\Gamma_2^{(1)}(0, R, \rho) = 0.$$

Решение уравнения (3) известно [3—5], уравнение (4) решается методом характеристик после преобразования по Фурье. Таким образом, решение для функции взаимной когерентности второго порядка в дефокусирующем рефракционном канале с aberrациями имеет вид

$$\Gamma_2(x, R, \rho) \simeq \Gamma_2^{(0)}(x, R, \rho) - \frac{i\kappa}{4\pi^2 F_0^3} \int_0^x dx' \exp \left\{ -i \frac{\alpha \rho}{2} \kappa \operatorname{sh} \left(\frac{x' - x}{F_0} \right) \right\} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{z} \exp \left\{ i\mathbf{z} \cdot \mathbf{R} + i \frac{\alpha \mathbf{z} \cdot F_0}{2} \left[1 - \operatorname{ch} \left(\frac{x' - x}{F_0} \right) \right] \right\} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{R}' f(\mathbf{R}', \operatorname{ch} \left(\frac{x' - x}{F_0} \right) \rho + \frac{F_0}{\kappa} \operatorname{sh} \left(\frac{x' - x}{F_0} \right) \mathbf{z}) \times \\ \times \Gamma_2^{(0)} \left(x', \mathbf{R}', \operatorname{ch} \left(\frac{x' - x}{F_0} \right) \rho + \frac{F_0}{\kappa} \operatorname{sh} \left(\frac{x' - x}{F_0} \right) \mathbf{z} \right) \exp \left\{ -i \frac{\kappa}{F_0} \operatorname{sh} \left(\frac{x' - x}{F_0} \right) \rho \mathbf{R}' - i \operatorname{ch} \left(\frac{x' - x}{F_0} \right) \mathbf{z} \mathbf{R}' \right\} \quad (5)$$

Координаты центра тяжести зондирующего пучка $\mathbf{R}_k(x)$ могут быть определены следующим образом:

$$\mathbf{R}_k(x) = \frac{i}{\hat{\Gamma}_2(x, 0, 0)} \frac{\partial \hat{\Gamma}_2(x, \mathbf{z}, 0)}{\partial \mathbf{z}} \Big|_{\mathbf{z}=0}, \quad (6)$$

где

$$\hat{\Gamma}_2(x, \mathbf{z}, \rho) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{R} \Gamma_2(x, \mathbf{R}, \rho) \exp \{-i\mathbf{z} \cdot \mathbf{R}\}.$$

Пусть гауссовский зондирующий пучок распространяется вблизи оптической оси рефракционного канала, тогда, как показано в [4, 5],

$$\Gamma_2^{(0)}(x, R, 0) = E_0^2 \frac{a_0^2}{a^2(x)} \exp \left\{ - \frac{[R - R_c(x)]^2}{a^2(x)} \right\}, \quad (7)$$

где a_0^2 , $a^2(x)$ — начальный и текущий радиусы зондирующего пучка [4, 5]; $R_c(x)$ — смещение координаты центра тяжести зондирующего пучка в канале с линейной ($\alpha \neq 0$) и параболической неоднородностью диэлектрической проницаемости среды. Используя (5), (6), (7), можно показать, что смещение центра тяжести зондирующего пучка в рефракционном канале с aberrациями описывается соотношением:

$$\begin{aligned} R_k(x) \simeq R_c(x) - 2\gamma \frac{1}{F_0^2} \int_0^x dx' a^2(x') \operatorname{sh} \left(\frac{x' - x}{F_0} \right) \left(1 + \frac{R_c^2(x')}{a^2(x')} \right) - \\ - 4\beta \frac{1}{F_0^3} \int_0^x dx' a^2(x') \operatorname{sh} \left(\frac{x' - x}{F_0} \right) R_c(x') \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R_c^2(x')}{a^2(x')} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Для широкого в дифракционном смысле ($ka_0^2/F_0 \gg 1$) коллимированного пучка, посыпанного параллельно оптической оси канала (при $\alpha = 0$)

$$a(x') \simeq a_0 \operatorname{ch} \left(\frac{x'}{F_0} \right), \quad R_c(x') = R_0 \operatorname{ch} \left(\frac{x'}{F_0} \right),$$

где R_0 — начальное смещение центра тяжести зондирующего пучка относительно оптической оси рефракционного канала [4, 5], выражение (8) принимает вид

$$R_k(x) \simeq R_0 \cdot f_1 \left(\frac{x}{F_0} \right) + \gamma \left(1 + \frac{R_0^2}{a_0^2} \right) \left(\frac{a_0}{F_0} \right)^2 F_0 f_2 \left(\frac{x}{F_0} \right) + \beta \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R_0^2}{a_0^2} \right) \left(\frac{a_0}{F_0} \right)^2 R_0 \cdot f_3 \left(\frac{x}{F_0} \right),$$

где

$$\begin{aligned} f_1 \left(\frac{x}{F_0} \right) &= \operatorname{ch} \left(\frac{x}{F_0} \right); \\ f_2 \left(\frac{x}{F_0} \right) &= 2 \left[\operatorname{sh}^2 \left(\frac{x}{F_0} \right) + \frac{1}{3} \operatorname{sh}^4 \left(\frac{x}{F_0} \right) - \frac{1}{3} \operatorname{ch}^4 \left(\frac{x}{F_0} \right) + \frac{1}{3} \operatorname{ch} \left(\frac{x}{F_0} \right) \right]; \\ f_3 \left(\frac{x}{F_0} \right) &= \frac{3}{2} \left(\frac{x}{F_0} \right) \operatorname{sh} \left(\frac{x}{F_0} \right) + \frac{3}{2} \operatorname{sh}^2 \left(\frac{x}{F_0} \right) \operatorname{ch} \left(\frac{x}{F_0} \right) + \operatorname{sh}^2 \left(\frac{x}{F_0} \right) \operatorname{ch}^3 \left(\frac{x}{F_0} \right) - \operatorname{ch}^5 \left(\frac{x}{F_0} \right) + \operatorname{ch} \left(\frac{x}{F_0} \right) \\ &\quad (f_1, f_2, f_3 > 0). \end{aligned}$$

Выражения (8) и (9) показывают, что если вклад линейной и квадратичной составляющих неоднородности диэлектрической проницаемости среды в смещение центра тяжести зондирующего пучка аддитивен [4, 5], то aberrационные составляющие профиля рефракционного канала дают вклады, зависящие от $R_c(x)$. Нечётные aberrации дают вклад и при $R_c = 0$, чётные — нет. Величина смещения в направлении R_0 больше, чем в безаберрационном профиле, при $\beta > 0$ и меньше при $\beta < 0$. Интенсивность зондирующего пучка, распространяющегося вдоль оптической оси рефракционного канала (при $\alpha = 0$), может быть получена из формулы (5) при подстановке туда безаберрационного приближения функции взаимной когерентности второго порядка:

$$\Gamma_2^{(0)}(x, R, \rho) = \frac{E_0^2 a_0^2}{a^2(x)} \exp \left\{ - \frac{R^2 + \rho^2/4}{a^2(x)} - \frac{i\kappa}{F_0} S(x) R \rho \right\},$$

где $S(x)$ — кривизна волнового фронта пучка [4, 5]. Вычисления показывают, что для широкого коллимированного пучка, когда $S(x) = -\operatorname{th} \left(\frac{x}{F_0} \right)$ [4, 5],

$$\begin{aligned}
I(x, R) = \Gamma_2(x, R, 0) \simeq I_6(x, R) & \left\{ 1 - \gamma \frac{R}{F_0} \hat{f}_0 \left(\frac{x}{F_0} \right) - \gamma \frac{R}{F_0} \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{ch}^{-2} \left(\frac{x}{F_0} \right) \frac{R^2}{a_0^2} \right) \hat{f}_1 \left(\frac{x}{F_0} \right) - \right. \\
& - \beta \left(\frac{a_0}{F_0} \right)^2 \left(1 - \operatorname{ch}^{-2} \left(\frac{x}{F_0} \right) \frac{R^2}{a_0^2} \right) \hat{f}_2 \left(\frac{x}{F_0} \right) + \beta \left(\frac{a_0}{F_0} \right)^2 \left(1 - 2 \operatorname{ch}^{-2} \left(\frac{x}{F_0} \right) \frac{R^2}{a_0^2} + \frac{1}{2} \operatorname{ch}^{-4} \left(\frac{x}{F_0} \right) \frac{R^4}{a_0^4} \right) \hat{f}_3 \left(\frac{x}{F_0} \right) \left. \right\}, \\
\end{aligned} \tag{10}$$

где

$$\begin{aligned}
\hat{f}_0 \left(\frac{x}{F_0} \right) &= \operatorname{ch}^{-2} \left(\frac{x}{F_0} \right) \cdot f_2 \left(\frac{x}{F_0} \right); \\
\hat{f}_1 \left(\frac{x}{F_0} \right) &= 6 \left[\operatorname{ch} \left(\frac{x}{F_0} \right) - 1 \right]; \\
\hat{f}_2 \left(\frac{x}{F_0} \right) &= 4 f_2 \left(\frac{x}{F_0} \right); \\
\hat{f}_3 \left(\frac{x}{F_0} \right) &= 8 \operatorname{ch}^2 \left(\frac{x}{F_0} \right) \left[\operatorname{ch} \left(\frac{x}{F_0} \right) - 1 \right]; \\
I_6(x, R) &= \frac{E_0^2}{\operatorname{ch}^2 \left(\frac{x}{F_0} \right)} \exp \left\{ - \operatorname{ch}^{-2} \left(\frac{x}{F_0} \right) \frac{R^2}{a_0^2} \right\}
\end{aligned}$$

— распределение интенсивности зондирующего пучка в безаберрационном приближении [4, 5]. В частности, на оптической оси рефракционного канала выражение для интенсивности зондирующего пучка принимает предельно простой вид

$$I(x, 0) \simeq E_0^2 \operatorname{ch}^{-2} \left(\frac{x}{F_0} \right) \left\{ 1 - \beta \left(\frac{a_0}{F_0} \right)^2 f_I \left(\frac{x}{F_0} \right) \right\}, \tag{11}$$

где

$$f_I \left(\frac{x}{F_0} \right) = 4 f_2 \left(\frac{x}{F_0} \right) - \hat{f}_3 \left(\frac{x}{F_0} \right), \quad (f_I > 0).$$

При $\beta > 0$ происходит уменьшение интенсивности зондирующего пучка на оптической оси канала, при $\beta < 0$ — увеличение, по сравнению с безаберрационным случаем. Перераспределение интенсивности в пучке из-за аберрации третьего порядка приводит к увеличению интенсивности в направлении вектора γ , и к уменьшению — в противоположном, на оси канала значение интенсивности равно безаберрационному.

Знание распределения интенсивности в поперечном сечении пучка позволяет вычислить следующие его интегральные характеристики: поток оптического излучения, координаты центра тяжести и эффективный размер пучка. Интегрируя (10), можно показать, что поток оптического излучения сохраняет свое значение

$$P = \iint_{-\infty}^{\infty} dR I(x, R) = \pi a_0^2 E_0^2,$$

выражение для координат центра тяжести пучка

$$R_c = \frac{1}{P} \iint_{-\infty}^{\infty} dR R I(x, R) \simeq \gamma \left(\frac{a_0}{F_0} \right)^2 F_0 \cdot f_2 \left(\frac{x}{F_0} \right)$$

совпадает с полученной выше формулой (9) при $R_c = 0$, а эффективный размер зондирующего пучка определяется следующим соотношением [3]:

$$a_{\phi}^2(x) = \frac{1}{P} \iint_{-\infty}^{\infty} dR R^2 I(x, R) \simeq a^2(x) \left\{ 1 + \beta \left(\frac{a_0}{F_0} \right)^2 f_a \left(\frac{x}{F_0} \right) \right\}, \tag{12}$$

где

$$f_a\left(\frac{x}{F_0}\right) = 4f_2\left(\frac{x}{F_0}\right) \quad (f_a > 0).$$

Из (12) следует, что изменение эффективного радиуса зондирующего пучка происходит под влиянием только четных степеней в разложении градиента диэлектрической проницаемости профиля рефракционного канала.

Полученные нами результаты для характеристик зондирующего пучка позволяют установить область применимости безаберрационного приближения для описания распространения узкого, по сравнению с шириной рефракционного канала, зондирующего пучка в дефокусирующем рефракционном канале с малыми aberrациями. Анализ выражений (9)–(12) показывает, что влиянием aberrаций рефракционного канала на характеристики зондирующего пучка можно пренебречь при выполнении условий:

$$\begin{aligned} 4\beta\left(\frac{a_0}{F_0}\right)^2 f_2\left(\frac{x}{F_0}\right) &< 1, \\ \beta\left(1 + \frac{1}{2} \frac{R_0^2}{a_0^2}\right)\left(\frac{a_0}{F_0}\right)^2 \frac{f_3\left(\frac{x}{F_0}\right)}{f_1\left(\frac{x}{F_0}\right)} &< 1, \\ \gamma\left(1 + \frac{R_0^2}{a_0^2}\right)\left(\frac{a_0}{F_0}\right)^2 \frac{F_0}{R_0} \frac{f_2\left(\frac{x}{F_0}\right)}{f_1\left(\frac{x}{F_0}\right)} &< 1. \end{aligned} \quad (13)$$

Так, например, для симметричного гауссовского профиля изменения диэлектрической проницаемости среды рефракционного канала [7] условия (13) принимают вид

$$\begin{aligned} \left(\frac{a_0}{a_k}\right)^2 f_2\left(\frac{x}{F_0}\right) &< 1, \\ \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R_0^2}{a_0^2}\right)\left(\frac{a_0}{a_k}\right)^2 \frac{f_3\left(\frac{x}{F_0}\right)}{f_1\left(\frac{x}{F_0}\right)} &< 1, \end{aligned} \quad (14)$$

где a_k — радиус рефракционного канала ($a_k \gg a_0$). Расчеты показывают, что условия (14) могут выполняться для $(a_0/a_k) \sim 10^{-1}$ при $x/F_0 < 1$, а для $(a_0/a_k) \sim 10^{-2}$ при $x/F_0 < 3$.

Таким образом, суммируя результаты, изложенные в данной статье и в [6, 7], можно сделать вывод о том, что безаберрационное приближение применимо для описания характеристик узкого ($a_0 \ll a_k$) зондирующего пучка в дефокусирующем канале с малыми aberrациями (например, гауссовского или гауссоподобного профиля) лишь для трасс зондирования, не превышающих нескольких значений фокусного расстояния рефракционного канала (F_0).

1. Жаров В. П., Летохов В. С. Лазерная оптико-акустическая спектроскопия. М.: Наука, 1984. 320 с.
2. Сверхчувствительная лазерная спектроскопия. М.: Мир, 1986. 519 с.
3. Мощное лазерное излучение в атмосферном аэрозоле/В.Е. Зуев, Д.А. Землянов, Ю.Д. Копытин и др. Новосибирск: Наука, 1984. 224 с.
4. Беленький М. С., Лукин И. П., Миронов В. Л. Потенциальные возможности оптического зондирования атмосферных рефракционных каналов. Томск, 1984. 48 с. (Препринт/ИОА СО АН СССР, № 25).
5. Беленький М. С., Лукин И. П., Миронов В. Л. //Оптика и спектроскопия. 1986. Т. 60. Вып. 2. С. 388–393.
6. Лукин И. П. //Изв. вузов СССР. Сер. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 10. С. 1258–1264.
7. Лукин И.П. //Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 7. С. 77–85.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
г. Томск

Поступила в редакцию
27 апреля 1990 г.

I. P. Lukin. Characteristics of the Optical Sounding Beam in a Refraction Channel with Aberrations.

The paper presents a solution for the function of mutual coherence of the second order for an optical sounding beam propagating through the refraction channel with small aberration. The expressions are derived in the paper for coordinates

of the beam center of gravity, effective radius and distribution of the sounding beam intensity across its cross-section. The analysis of effects of aberrations of different orders in the channel of the optical beam characteristics is made in the paper. It is shown, that nonaberrational approximation is valid for describing a narrow, compared to the refraction channel, sounding beam in a defocusing channel with small aberrations (e. g., of gaussian or gaussian-type profile) only for sounding paths the lenght of which does not exceed the threefold focal lenght of the refraction channel.