

В.Г. Гусев

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ИНТЕРФЕРОГРАММ БОКОВОГО СДВИГА В ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ СФОКУСИРОВАННОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

В приближении Френеля приведен анализ метода двухэкспозиционной записи голограммы сфокусированного изображения матового экрана, обеспечивающего получение интерферограмм бокового сдвига. Теоретически и экспериментально показано, что путем проведения пространственной фильтрации в соответствующих плоскостях можно отфильтровать либо интерферограмму бокового сдвига, характеризующую фазовые искажения фронта волны освещения матового экрана и фронта опорной волны, либо интерферограмму бокового сдвига, характеризующую волновые aberrации линзы, с помощью которой проводилась запись голограммы.

В [1] было показано, что при двухэкспозиционной записи безлинзовой голограммы Фурье с использованием диффузно рассеянных полей можно получить интерферограмму бокового сдвига для контроля волнового фронта сферической формы.

В настоящей статье рассматривается метод двухэкспозиционной записи голограммы сфокусированного изображения, обеспечивающий контроль качества линз и объектов по полю изображения. Схема записи показана на рис. 1. Находящийся в плоскости (x_1, y_1) матовый экран 1 освещается когерентной волной плоской формы по нормали к его поверхности.

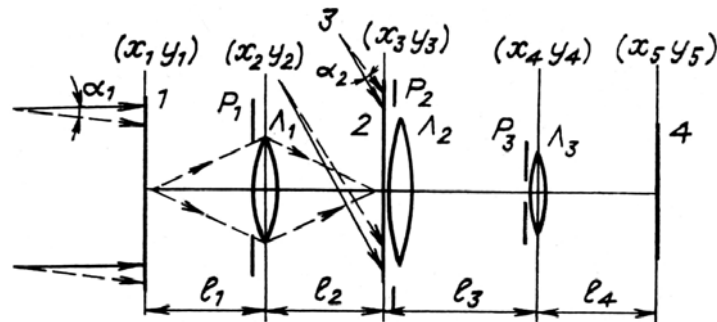


Рис. 1. Оптическая схема записи и восстановления двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения: 1 – матовый экран; 2 – фотопластинка-голограмма; 3 – опорный пучок; 4 – плоскость регистрации интерферограммы; L_1, L_2, L_3 – линзы; p_1, p_2, p_3 – апертурные диафрагмы

С помощью линзы L_1 на фотопластинке 2 с внеосевой, плоской волной 3 проводится запись голограммы сфокусированного изображения матового экрана за время первой экспозиции. Тогда комплексная амплитуда поля в плоскости (x_3, y_3) фотопластинки в приближении Френеля без учета постоянных в плоскости амплитудных и фазовых множителей принимает вид

$$\begin{aligned}
 u_1(x_3, y_3) \sim & \int \int \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \exp i\varphi_1(x_1, y_1) \exp \left\{ \frac{i\kappa}{2l_1} [(x_1 - x_2)^2 + \right. \\
 & \left. + (y_1 - y_2)^2] \right\} p_1(x_2, y_2) \exp i\varphi_2(x_2, y_2) \exp \left[-\frac{i\kappa}{2f_1} (x_2^2 + y_2^2) \right] \exp \left\{ \frac{i\kappa}{2l_2} [(x_2 - x_3)^2 + \right. \\
 & \left. + (y_2 - y_3)^2] \right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2,
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где κ – волновое число; $t(x_1, y_1)$ – комплексная амплитуда прозрачности матового экрана, являющаяся случайной функцией координат; $\varphi_1(x_1, y_1)$ – фазовая функция, характеризующая искажения фронта волны освещения матового экрана за счет aberrаций формирующей ее оптической системы; $p_1(x_2, y_2) \exp i\varphi_2(x_2, y_2)$ – обобщенная функция зрачка линзы L_1 [2], учитывающая ее осевые волновые aberrации, с фокусным расстоянием f_1 ; l_1, l_2 – соответственно расстояния между плоскостями $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ и $(x_2, y_2), (x_3, y_3)$.

Так как $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2}$, то выражение (1) преобразуется к следующему виду:

$$u_1(x_3, y_3) \sim \left[\frac{i\kappa}{2l_2} (x_3^2 + y_3^2) \right] \left\{ t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp i\varphi_1(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \times \right. \\ \left. \times \exp i \left[\frac{\kappa \mu_1^2}{2l_1} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes P_1(x_3, y_3) \right\}, \quad (2)$$

где $\mu_1 = \frac{l_1}{l_2}$ – масштабный коэффициент; \otimes – операция свертки;

$$P_1(x_3, y_3) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_1(x_2, y_2) \exp i\varphi_2(x_2, y_2) \exp \left[-\frac{i\kappa}{l_2} (x_2 x_3 + y_2 y_3) \right] dx_2 dy_2$$

– Фурье-образ обобщенной функции зрачка линзы L_1 . Если перед второй экспозицией изменен угол наклона фронта волны освещения матового экрана на α_1 в плоскости (x, z) , а угол наклона фронта опорной волны в той же плоскости на α_2 , то комплексная амплитуда предметного поля в плоскости фотопластинки, соответствующая второй экспозиции, определяется выражением

$$u_2(x_3, y_3) \sim \exp \left[\frac{i\kappa}{2l_2} (x_3^2 + y_3^2) \right] \left\{ t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp i\varphi_1(-\mu_1 x_3 + a, \right. \\ \left. -\mu_1 y_3) \exp(-i\kappa \mu_1 x_3 \sin \alpha_1) \exp \left[\frac{i\kappa \mu_1^2}{2l_1} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes P_1(x_3, y_3) \right\}, \quad (3)$$

где a – величина сдвига из-за изменения угла наклона фронта волны освещения матового экрана перед второй экспозицией. Если распределение комплексной амплитуды поля опорной волны в плоскости фотопластинки представить в виде $u_{01} \sim \exp i[\kappa x_3 \sin \theta + \varphi_3(x_3, y_3)]$, где θ – угол ее падения на поверхность фотопластинки; $\varphi_3(x_3, y_3)$ – фазовая функция, характеризующая искажения фронта опорной волны из-за аберраций формирующей ее оптической системы. Тогда распределение комплексной амплитуды поля опорной волны при регистрации на фотопластинке второй экспозиции $u_{02} \sim \exp i[\kappa x_3 \sin(\theta - \alpha_2) + \varphi_3(x_3 - b, y_3)]$, где b – величина сдвига из-за изменения угла наклона фронта опорной волны перед второй экспозицией.

Пусть записанная таким образом двухэкспозиционная голограмма сфокусированного изображения матового экрана восстанавливается копией опорной волны, распределение комплексной амплитуды поля которой соответствует u_{01} . Тогда, полагая, что линза L_2 на рис. 1 находится в плоскости голограммы, комплексную амплитуду дифракционного поля в плоскости (x_4, y_4) в минус первом порядке дифракции определим согласно выражению

$$u(x_4, y_4) \sim \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{u_1(x_3, y_3) + u_2(x_3, y_3) \exp i\{\kappa x_3 [\sin \theta - \sin(\theta - \alpha_2)] + \\ + \varphi_3(x_3, y_3) - \varphi_3(x_3 - b, y_3)\}\} p_2(x_3, y_3) \exp \left[-\frac{i\kappa}{2f_2} (x_3^2 + y_3^2) \right] \times \\ \times \exp \left\{ \frac{i\kappa}{2l_3} [(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2] \right\} dx_3 dy_3, \quad (4)$$

где f_2 – фокусное расстояние линзы L_2 с функцией зрачка $p_2(x_3, y_3)$, диаметр которого определяется размером изображения матового экрана; l_3 – расстояние между плоскостями (x_3, y_3) , (x_4, y_4) .

При подстановке выражений (2), (3) в (4), полагая, что выполняются условия: $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3}$, $\sin \theta - \sin(\theta - \alpha_2) = \mu_1 \sin \alpha_1$ (в дальнейшем для сокращения записи в случае малых углов будем считать, что $\mu_1 \alpha_1 = \alpha_2 \cos \theta$), получаем

$$\begin{aligned}
u(x_4, y_4) \sim & \exp\left[\frac{i\kappa}{2l_3}(x_4^2 + y_4^2)\right] \left\{ F\left[\frac{\kappa x_4}{l_3}, \frac{\kappa y_4}{l_3}\right] p_1(-\mu_2 x_4, -\mu_2 y_4) \times \right. \\
& \times \exp i\varphi_2(-\mu_2 x_4, -\mu_2 y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) + F\left[\frac{\kappa x_4}{l_3}, \frac{\kappa y_4}{l_3}\right] \times \\
& \times p_1(-\mu_2 x_4 + \alpha_2 l_2 \cos \theta, -\mu_2 y_4) \exp i\varphi_2(-\mu_2 x_4 + \alpha_2 l_2 \cos \theta, -\mu_2 y_4) \otimes \Phi_1 \times \\
& \left. \times (x_4, y_4) \otimes \Phi_2(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) \right\}, \tag{5}
\end{aligned}$$

где $\mu_2 = \frac{l_2}{l_3}$ — масштабный коэффициент;

$$\begin{aligned}
F\left[\frac{\kappa x_4}{l_3}, \frac{\kappa y_4}{l_3}\right] &= \iint_{-\infty}^{\infty} t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp i\varphi_1(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \times \\
&\times \exp i\left[\frac{\kappa \mu_1^2}{2l_1}(x_3^2 + y_3^2)\right] \exp\left[-\frac{i\kappa}{l_3}(x_3 x_4 + y_3 y_4)\right] dx_3 dy_3; \\
P_2(x_4, y_4) &= \iint_{-\infty}^{\infty} p_2(x_3, y_3) \exp\left[-\frac{i\kappa}{l_3}(x_3 x_4 + y_3 y_4)\right] dx_3 dy_3; \\
\Phi_1(x_4, y_4) &= \iint_{-\infty}^{\infty} \exp i[\varphi_1(-\mu_1 x_3 + a, -\mu_1 y_3) - \varphi_1(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)] \times \\
&\times \exp\left[-\frac{i\kappa}{l_3}(x_3 x_4 + y_3 y_4)\right] dx_3 dy_3; \\
\Phi_2(x_4, y_4) &= \iint_{-\infty}^{\infty} \exp i[\varphi_3(x_3, y_3) - \varphi_3(x_3 - b, y_3)] \exp\left[-\frac{i\kappa}{l_3}(x_3 x_4 + y_3 y_4)\right] dx_3 dy_3
\end{aligned}$$

— Фурье-образы соответствующих функций.

Как следует из выражения (5), если ширина функции $\Phi_1(x_4, y_4) \otimes \Phi_2(x_4, y_4)$ много меньше ширины функций $P_2(x_4, y_4)$, определяющей размер спекла в плоскости (x_4, y_4) , то в пределах перекрытия изображений зрачка линзы L_1 совпадают спекл-поля двух экспозиций. Следовательно, на основании [3] в плоскости (x_4, y_4) локализуется интерференционная картина, характеризующая согласно выражению (5) волновые aberrации линзы L_1 . Если в плоскости (x_4, y_4) установлена линза L_3 , то комплексную амплитуду дифракционного поля в плоскости регистрации 4 (рис. 1) определим следующим образом:

$$\begin{aligned}
u(x_5, y_5) \sim & \iint_{-\infty}^{\infty} u(x_4, y_4) p_3(x_4, y_4) \exp\left[-\frac{i\kappa}{2f_3}(x_4^2 + y_4^2)\right] \times \\
& \times \exp\left\{\frac{i\kappa}{2l_4}[(x_4 - x_5)^2 + (y_4 - y_5)^2]\right\} dx_4 dy_4, \tag{6}
\end{aligned}$$

где f_3 — фокусное расстояние линзы L_3 с функцией зрачка $p_3(x_4, y_4)$; l_4 — расстояние между плоскостями (x_4, y_4) , (x_5, y_5) .

При подстановке выражения (5) в (6), полагая, что в пределах диаметра зрачка линзы L_3 выполняется условие $\varphi_2(-\mu_1 x_4 + \alpha_2 l_2 \cos \theta, -\mu_2 y_4) - \varphi_2(-\mu_2 x_4, -\mu_2 y_4) \leq \pi$, которое соответствует условию получения коррелированных спекл-полей в пространстве между плоскостями (x_4, y_4) , (x_5, y_5) . Кроме

того, выполняется следующее равенство: $\frac{1}{f_3} = \frac{1}{l_3} + \frac{1}{l_4}$. Тогда получаем

$$\begin{aligned}
u(x_5, y_5) \sim & \exp\left[\frac{i\kappa}{2l_4}(x_5^2 + y_5^2)\right] \left\{ t(\mu_1\mu_3x_5, \mu_1\mu_3y_5) \exp i\varphi_1(\mu_1\mu_3x_5, \mu_1\mu_3y_5) \times \right. \\
& \times \exp i\left[\frac{\kappa\mu_1^2\mu_3^2}{2l_1}(x_5^2 + y_5^2)\right] \otimes P_3(x_5, y_5) + t(\mu_1\mu_3x_5, \mu_1\mu_3y_5) \times \\
& \times \exp i\varphi_1(\mu_1\mu_3x_5 + a, \mu_1\mu_3y_5) \exp i[\varphi_3(-\mu_3x_5, -\mu_3y_5) - \\
& \left. - \varphi_3(-\mu_3x_5 - b, -\mu_3y_5)] \otimes P_3(x_5, y_5) \right\}, \quad (7)
\end{aligned}$$

где $\mu_3 = \frac{l_3}{l_4}$ — масштабный коэффициент;

$$P_3(x_5, y_5) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_3(x_4, y_4) \exp\left[-\frac{i\kappa}{l_4}(x_4x_5 + y_4y_5)\right] dx_4 dy_4$$

— Фурье-образ функции зрачка линзы L_3 .

Как следует из выражения (7), в плоскости (x_5, y_5) совпадают коррелированные спекл-поля двух экспозиций. Если ширина функции $P_3(x_5, y_5)$, определяющая размер индивидуального спекла в плоскости регистрации 4 (рис. 1), хотя бы на порядок меньше [4] периода изменения функции $\exp i[\varphi_3(-\mu_3x_5, -\mu_3y_5) - \varphi_3(-\mu_3x_5 - b, -\mu_3y_5) + \varphi_1(\mu_1\mu_3x_5 + a, \mu_1\mu_3y_5) - \varphi_1(\mu_1\mu_3x_5, \mu_1\mu_3y_5)]$, то эту функцию в выражении (7) вынесем из-под знака интеграла свертки. Тогда распределение освещенности в плоскости (x_5, y_5) определяется выражением

$$\begin{aligned}
I(x_5, y_5) \sim & \{1 + \cos[\varphi_3(-\mu_3x_5, -\mu_3y_5) - \varphi_3(-\mu_3x_5 - b, -\mu_3y_5) + \\
& + \varphi_1(\mu_1\mu_3x_5 + a, \mu_1\mu_3y_5) - \varphi_1(\mu_1\mu_3x_5, \mu_1\mu_3y_5)]\} \times \\
& \times \left| t(\mu_1\mu_3x_5, \mu_1\mu_3y_5) \exp\left[\frac{i\kappa\mu_1^2\mu_3^2}{2l_1}(x_5^2 + y_5^2)\right] \otimes P_3(x_5, y_5) \right|^2, \quad (8)
\end{aligned}$$

которое описывает спекл-структуру, промодулированную интерференционными полосами. Интерференционная картина представляет интерферограмму бокового сдвига в полосах бесконечной ширины, характеризующей фазовые искажения фронта волны освещения матового экрана и фронта опорной волны из-за волновых aberrаций формирующих их оптических систем. Из вышеприведенного анализа следует, что интерференционная картина локализуется в плоскости голограммы и для ее регистрации необходимо проведение пространственной фильтрации в плоскости изображения зрачка линзы L_1 . Кроме того, из-за наличия в выражениях (2), (3) фазового множителя, характеризующего распределение комплексной амплитуды расходящейся сферической волны радиуса кривизны l_2 , при регистрации интерференционной картины в минус первом порядке дифракции необходима в плоскости голограммы собирающая линза L_2 . Надобность в ней исключается при регистрации интерферограммы бокового сдвига, характеризующей фазовые искажения фронта волны освещения матового экрана и фронта опорной волны, в плюс первом порядке дифракции. Действительно, согласно рис. 2 дифракционное поле в плюс первом порядке дифракции в плоскости (x_4, y_4) , отстоящей от голограммы на расстоянии l_2 , принимает вид

$$\begin{aligned}
u'(x_4, y_4) \sim & \exp\left[\frac{i\kappa}{2l_2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \left\{ F' \left[\frac{\kappa x_4}{l_2}, \frac{\kappa y_4}{l_2} \right] p_1(x_4, y_4) \times \right. \\
& \times \exp i\varphi_2(x_4, y_4) \otimes P'_2(x_4, y_4) + F' \left[\frac{\kappa x_4}{l_2}, \frac{\kappa y_4}{l_2} \right] p_1(x_4 + a_2 l_2 \cos \theta, y_4) \times \\
& \left. \times \exp -i\varphi_2(x_4 + a_2 l_2 \cos \theta, y_4) \otimes \Phi'_1(x_4, y_4) \otimes \Phi'_2(x_4, y_4) \otimes P'_2(x_4, y_4) \right\} \quad (9)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
F' \left[\frac{\kappa x_4}{l_2}, \frac{\kappa y_4}{l_2} \right] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t^* (-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp -i\varphi_1 (-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \times \\
&\times \exp \left[\frac{-i\kappa\mu_1^2}{2l_1} (x_3^2 + y_3^2) \right] \exp \left[-\frac{i\kappa}{l_2} (x_3 x_4 + y_3 y_4) \right] dx_3 dy_3, \\
P'_2(x_4, y_4) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_2(x_3, y_3) \exp \left[-\frac{i\kappa}{l_2} (x_3 x_4 + y_3 y_4) \right] dx_3 dy_3, \\
\Phi'_1(x_4, y_4) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp i[\varphi_1(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) - \varphi(-\mu_1 x_3 + a, -\mu_1 y_3)] \times \\
&\times \exp \left[-\frac{i\kappa}{l_2} (x_3 x_4 + y_3 y_4) \right] dx_3 dy_3, \\
\Phi'_2(x_4, y_4) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp i[\varphi_3(x_3 - b, y_3) - \varphi_3(x_3, y_3)] \exp \left[-\frac{i\kappa}{l_2} (x_3 x_4 + y_3 y_4) \right] dx_3 dy_3 -
\end{aligned}$$

Фурье-образы соответствующих функций.

Как следует из выражения (9), в плоскости (x_4, y_4) в пределах перекрытия изображений зрачка линзы L_1 совпадают спекл-поля двух экспозиций. Следовательно, в этой плоскости локализуется интерференционная картина, характеризующая волновые aberrации линзы L_1 . При установке в ней, согласно рис. 2, линзы L_3 комплексную амплитуду дифракционного поля в плоскости регистрации 4 определим на основании выражения (6). В результате подстановки выражения (9) в (6), если выполняется следующее условие: $\frac{1}{f_3} = \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_4}$, кроме того, в пределах диаметра зрачка линзы L_3

$\varphi_2(x_4 + \alpha_2 l_2 \cos \theta, y_4) - \varphi_2(x_4, y_4) \leq \pi$, то есть диаметр зрачка линзы L_3 не превосходит ширины интерференционной полосы для интерференционной картины, локализуемой в плоскости (x_4, y_4) , получаем следующее распределение дифракционного поля в плоскости регистрации 4

$$\begin{aligned}
u'(x_5, y_5) &\sim \exp \left[\frac{i\kappa}{2l_4} (x_5^2 + y_5^2) \right] \left\{ t^*(\mu_1 \mu'_3 x_5, \mu_1 \mu'_3 y_5) \times \right. \\
&\times \exp [-i\varphi_1(\mu_1 \mu'_3 x_5, \mu_1 \mu'_3 y_5)] \exp \left[-\frac{i\kappa\mu_1^2 \mu_3'^2}{2l_1} (x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes P_3(x_5, y_5) + \\
&+ t^*(\mu_1 \mu'_3 x_5, \mu_1 \mu'_3 y_5) \exp [-i\varphi_1(\mu_1 \mu'_3 x_5 + a, \mu_1 \mu'_3 y_5)] \times \\
&\times \exp \left[-\frac{i\kappa\mu_1^2 \mu_3'^2}{2l_1} (x_5^2 + y_5^2) \right] \exp i[\varphi_3(-\mu'_3 x_5 - b, -\mu'_3 y_5) - \\
&- \varphi_3(-\mu'_3 x_5, -\mu'_3 y_5)] \otimes P_3(x_5, y_5) \left. \right\}, \tag{10}
\end{aligned}$$

где $\mu'_3 = \frac{l_2}{l_4}$ — масштабный коэффициент.

Используя допущение малости размера спекла в плоскости регистрации 4 по сравнению с периодом модуляции фазы спекл-поля, на основании выражения (10) получаем распределение освещенности в плоскости (x_5, y_5) в виде

$$\begin{aligned}
I'(x_5, y_5) &\sim \{1 + \cos [\varphi_3(-\mu'_3 x_5 - b, -\mu'_3 y_5) - \varphi_3(-\mu'_3 x_5, -\mu'_3 y_5) + \\
&+ \varphi_1(\mu_1 \mu'_3 x_5, \mu_1 \mu'_3 y_5) - \varphi_1(\mu_1 \mu'_3 x_5 + a, \mu_1 \mu'_3 y_5)]\} \times
\end{aligned}$$

$$\times \left| t^* (\mu_1 \mu_3' x_5, \mu_1 \mu_3' y_5) \exp \left[-\frac{i k \mu_1^2 \mu_3'^2}{2 l_1} (x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes P_3(x_5, y_5) \right|^2. \quad (11)$$

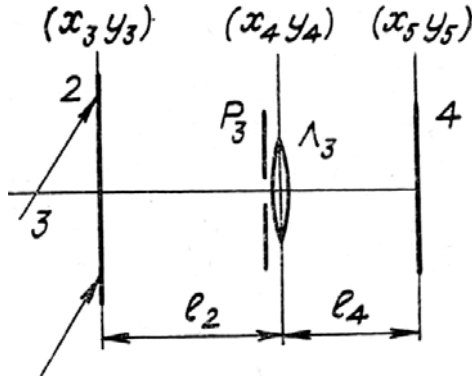


Рис. 2. Пространственная фильтрация светового поля двухэкспозиционной голограммы в плюс первом порядке дифракции в плоскости изображения зрачка линзы L_1

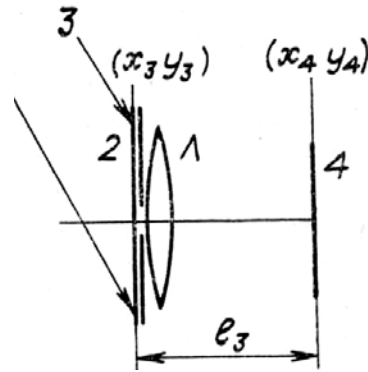


Рис. 3. Пространственная фильтрация светового поля двухэкспозиционной голограммы в минус первом порядке дифракции в плоскости изображения матового экрана

Из выражений (8), (11) следует, что если не принимать во внимание масштабы преобразований, то вид интерференционных картин одинаков за исключением того, что распределения освещенности в них находятся в противофазе.

Пусть двухэкспозиционная голограмма восстанавливается копией опорной волны, имеющей распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее u_{01} и пространственная фильтрация дифракционного поля, согласно рис. 3, проводится на оптической оси в плоскости голограммы с помощью апертурной диафрагмы линзы L_2 . Тогда комплексная амплитуда дифракционного поля непосредственно за диафрагмой принимает вид

$$\begin{aligned} u(x_3, y_3) \sim p_2(x_3, y_3) \exp \left[\frac{i k}{2 l_2} (x_3^2 + y_3^2) \right] & \left\{ t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \times \right. \\ & \times \exp i \varphi_1(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp i \left[\frac{k \mu_1^2}{2 l_1} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes P_1(x_3, y_3) + \\ & + \left\{ t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp i \varphi_1(-\mu_1 x_3 + a, -\mu_1 y_3) \exp(-i k \mu_1 x_3 a_1) \times \right. \\ & + \left. \exp i \left[\frac{k \mu_1^2}{2 l_1} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes P_1(x_3, y_3) \right\} \times \\ & \left. \times \exp i [k x_3 a_2 \cos \theta + \varphi_3(x_3, y_3) - \varphi_3(x_3 - b, y_3)] \right\}. \quad (12) \end{aligned}$$

В выражении (12) вынесем из-под знака интеграла свертки функцию $\exp i[\varphi_1(-\mu_1 x_3 + a, -\mu_1 y_3) - \varphi_1(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)]$, полагая, что период ее изменения намного больше размера спекла в плоскости (x_3, y_3) , определяемого шириной функции $P_1(x_3, y_3)$. Если в пределах диаметра апертурной диафрагмы p_2 выполняется условие: $\varphi_1(-\mu_1 x_3 + a, -\mu_1 y_3) - \varphi_1(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) + \varphi_3(x_3, y_3) - \varphi_3(x_3 - b, y_3) \leq \pi$, физический смысл которого состоит в том, что диаметр апертурной диафрагмы не превосходит ширины интерференционной полосы для интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, что в свою очередь обеспечивает корреляцию спекл-полей двух экспозиций в пространстве за диафрагмой, то комплексная амплитуда дифракционного поля в плоскости (x_4, y_4) , при выполнении условия $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3}$, определяется выражением

$$u(x_4, y_4) \sim \exp \left[\frac{i k}{2 l_3} (x_4^2 + y_4^2) \right] \left\{ F \left[\frac{k x_4}{l_3}, \frac{k y_4}{l_3} \right] p_1(-\mu_2 x_4, -\mu_2 y_4) \times \right.$$

$$\times \exp i\varphi_2(-\mu_2 x_4, -\mu_2 y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) + F \left[\frac{\kappa x_4}{l_3}, \frac{\kappa y_4}{l_3} \right] p_1(-\mu_2 x_4 + \alpha_2 l_2 \cos \theta, -\mu_2 y_4) \exp i\varphi_2(-\mu_2 x_4 + \alpha_2 l_2 \cos \theta, -\mu_2 y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) \Big\}. \quad (13)$$

Как следует из выражения (13), в плоскости регистрации 4 совпадают коррелирующие спекл-поля двух экспозиций в пределах перекрытия изображений зрачка линзы L_1 . Следовательно, в плоскости (x_4, y_4) локализуется интерференционная картина, характеризующая волновые aberrации линзы L_1 . Действительно, если период изменения функции $\exp i[\varphi_2(-\mu_2 x_4 + \alpha_2 l_2 \cos \theta, -\mu_2 y_4) - \varphi_2(-\mu_2 y_4)]$ хотя бы на порядок превосходит размер спекла в плоскости регистрации, определяемого шириной функции $P_2(x_4, y_4)$, то в выражении (13) вынесем эту функцию из-под знака интеграла сверки. Тогда распределение освещенности в плоскости (x_4, y_4) определяется выражением

$$I(x_4, y_4) \sim \{1 + \cos[\varphi_2(-\mu_2 x_4 + \alpha_2 l_2 \cos \theta, -\mu_2 y_4) - \varphi_2(-\mu_2 x_4, -\mu_2 y_4)]\} \left| F \left[\frac{\kappa x_4}{l_3}, \frac{\kappa y_4}{l_3} \right] \otimes P_2(x_4, y_4) \right|^2, \quad (14)$$

которое описывает спекл-структуру, промодулированную интерференционными полосами. Интерференционная картина представляет интерферограмму бокового сдвига в полосах бесконечной ширины, характеризующей осевые волновые aberrации линзы L_1 .

В отличие от [1], на основании выражений (2), (3), на фотопластинке 2 (рис. 1) проводится регистрация субъективных спеклов. Причем в малой области пространства изображения матового экрана с центром, совпадающим с оптической осью, распределение комплексной амплитуды поля в пределах каждого индивидуального спекла является результатом дифракции на апертуре линзы L_1 расходящейся сферической волны от соответствующих точек в предметной плоскости, расположенных вблизи оптической оси. Рассмотрим случай, когда реализуется смещение апертурной диафрагмы p_2 в плоскости (x_3, y_3) в направлении оси x , если в пределах ее диаметра спеклы идентичны, и распределение комплексной амплитуды поля в пределах каждого спекла является результатом дифракции расходящейся сферической волны от соответствующих точек предметной плоскости. Тогда на основании [5] интерференционная картина в плоскости регистрации 4 (рис. 1) будет представлять интерферограмму бокового сдвига в полосах бесконечной ширины, характеризующей сочетание осевых и внеосевых волновых aberrаций линзы L_1 . Вполне очевидно, что при проведении пространственной фильтрации в плоскости (x_4, y_4) на рис. 1 или рис. 2 для выделения интерферограммы бокового сдвига, характеризующей фазовые искажения фронта волны освещения матового экрана и фронта опорной волны, смещение с оптической оси диафрагмы p_2 в направлении оси x приведет к изменению вида интерференционной картины из-за внеосевых волновых aberrаций линзы L_1 . Кроме того, по этой же причине проведение пространственной фильтрации в плоскости голограммы необходимо, если $\varphi_1(x_1, y_1) = \varphi_3(x_3, y_3) = 0$.

Диапазон контроля линзы L_1 по полю ограничивается разрешающей способностью ν_0 голографической регистрирующей среды и ее размерами. Так, для наблюдения интерференционной картины в пределах всего зрачка линзы L_1 необходимо, чтобы величина диаметра D освещенной области матового экрана удовлетворяла условию $D \geq \frac{d}{\mu_1}$, где d — диаметр зрачка, если $\mu_1 \leq 1$, и $D \geq d$, если $\mu_1 \geq 1$. Кроме того, в направлении ν_x наибольшее значение пространственной частоты ν_m в спектре голограммы определяется величиной $\frac{1}{\lambda} \sin \left[\theta + \arctg \left(\frac{\mu_1 D + d}{2l_2} \right) \right]$, где λ — длина волны когерентного источника света, используемого для записи и восстановления голограммы. Для разделения в пространстве восстанавливаемых голограммой полей в 0 и (± 1) порядках дифракции необходимо, чтобы $\theta \geq 3 \arctg \left(\frac{\mu_1 D + d}{2l_2} \right)$. Тогда из условия $\nu_m \geq \nu_0$ определяется диапазон контроля линзы L_1 по полю при известных размерах регистрирующей среды.

В эксперименте двухэкспозиционные голограммы записывались на фотопластинках типа Микрат ВРЛ с использованием излучения He-Ne-лазера на длине волны 0,63 мкм. Контролируемые линзы имели фокусные расстояния 100÷160 мм, диаметры которых находились в пределах 15÷30 мм. Экспериментально полученные результаты, подтвердившие теоретические предпосылки, проиллюстрируем на примере линзы с фокусным расстоянием $f_1 = 120$ мм, диаметром 30 мм, с помощью которой записывались голограммы сфокусированного изображения матового экрана с единичным увеличением.

Диаметр освещенной области матового экрана составлял 50 мм; углы θ и $\alpha_1 = \alpha_2$ соответственно равнялись $12^\circ \pm 20'$, $11'30'' \pm 2''$.



Рис. 4. Интерферограмма бокового сдвига, характеризующая aberrации фронта волны освещения матового экрана и фронта опорной волны

На рис. 4 представлена интерферограмма бокового сдвига, характеризующая преимущественно сферическую aberrацию с зафокальной дефокусировкой фронта волны освещения матового экрана и фронта опорной волны, которая была зарегистрирована при проведении пространственной фильтрации, согласно рис. 1, на оптической оси в плоскости изображения зрачка линзы L_1 . Проведение пространственной фильтрации в плоскости голограммы проводилось путем ее восстановления неразведенным лазерным лучом диаметром ≈ 2 мм. На рис. 5, *a* представлена интерферограмма бокового сдвига, полученная при проведении пространственной фильтрации на оптической оси. Интерференционная картина характеризует сферическую aberrацию с зафокальной дефокусировкой линзы L_1 . На рис. 5, *б* представлена интерферограмма бокового сдвига, полученная при проведении пространственной фильтрации на оси x в точке, соответствующей краю изображения ($x_{3,0} = 25$ мм) матового экрана. Согласно [6] интерференционная картина в этом случае характеризует сочетание осевых aberrаций (рис. 5, *a*) и внеосевой типа комы (рис. 5, *б*).

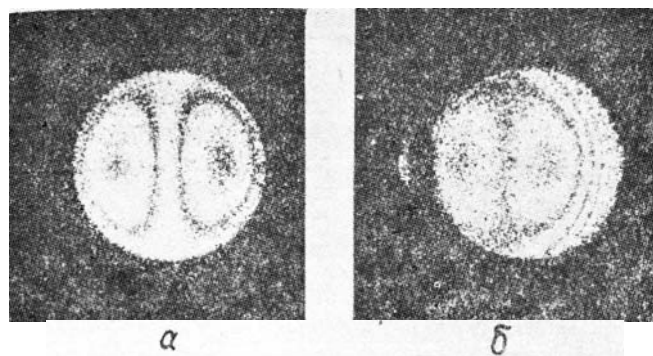


Рис. 5. Интерферограммы бокового сдвига, характеризующие волновые aberrации контролируемой линзы L_1 , и зарегистрированные при проведении пространственной фильтрации в плоскости голограммы: *a* — на оптической оси; *б* — вне оптической оси на краю изображения матового экрана

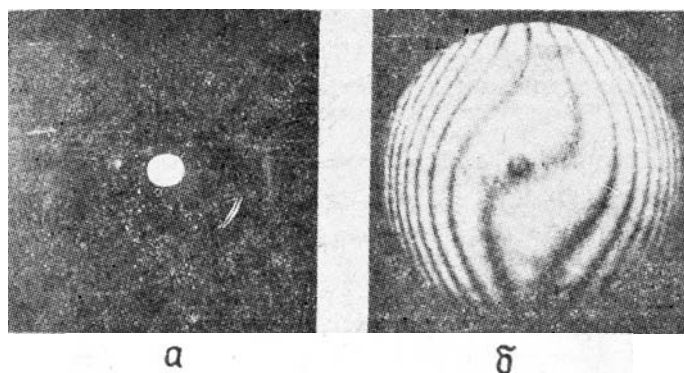


Рис. 6. Распределения освещенности для малого диаметра апертурной диафрагмы в плоскости линзы L_1 (*a*), в плоскости голограммы (*б*)

Из выражения (5) следует, что если в пределах изображения зрачка линзы L_1 изменение фазы $\varphi_2(-\mu_2x_4, -\mu_2y_4) - \varphi_2(-\mu_2x_4 + \alpha_2 l_2 \cos\theta, -\mu_2y_4)$ не превосходит π , то интерференционную картину, характеризующую фазовые искажения фронта волны освещения матового экрана и фронта опорной волны, можно регистрировать без проведения пространственной фильтрации. Это иллюстрируется на рис. 6: для зрачка линзы диаметром ≈ 3 мм (рис. 6, а) регистрация интерференционной картины, приведенной на рис. 6, б, проводилась без пространственной фильтрации. Интерферограмма бокового сдвига в этом случае характеризует преимущественно сферическую aberrацию с предфокальной дефокусировкой фронта волны освещения матового экрана и фронта опорной волны. Предфокальная дефокусировка была получена путем изменения их знака большого радиуса кривизны на противоположный перед записью двухэкспозиционной голограммы.

В заключение следует отметить, что рассмотренный метод регистрации интерферограмм бокового сдвига с использованием пространственной фильтрации в голографической интерферометрии сфокусированного изображения матового экрана по сравнению с известными методами, например [6, 7], в пучковой голографической интерферометрии обладает большей информативностью, позволяя проводить контроль качества линз и объективов по полю изображения с помощью одной голограммы. Кроме того, на вид интерференционных картин не оказывает влияния низкое оптическое качество составных элементов интерферометра.

1. Гусев В. Г. // Оптика и спектроскопия. 1989. Т. 66. Вып. 4. С. 921–924.
2. Гудман Дж. Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 359 с.
3. Клименко И. С. Голография сфокусированных изображений и спекл-интерферометрия. М.: Наука, 1985. 217 с.
4. Джоунс Р., Уайкс К. Голографическая и спекл-интерферометрия. М.: Мир, 1986. 320 с.
5. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 846 с.
6. Оптический производственный контроль / Под ред. Д. Малакары. М.: Машиностроение, 1985. 400 с.
7. Бекетова А. К., Белозеров А. Ф., Березкин А. Н. и др. Голографическая интерферометрия фазовых объектов. Л.: Наука, 1979. 228 с.

Томский госуниверситет им. В.В. Куйбышева

Поступила в редакцию
15 февраля 1990 г.

V. G. Gusev. Spatial Filtration of the Side Shift Interferogram of a Focused Image.

Analysis of the double exposure technique for recording holograms of a focused image of a mat screen is presented. The technique enables one to obtain side shift interferograms. It is shown both theoretically and experimentally, the spatial filtration in corresponding planes allows one to filter either the side shift interferogram characterizing the phase distortions of the wave illuminating the mat screen and of the reference wave, or the side shift interferogram characterizing the wave aberrations of the lens used to record the hologram.