

МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ  
ОБРАБОТКА ДАННЫХ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

УДК 551.521.31:551.5.001.57

Е.И. Касьянов, Г.А. Титов

СРЕДНЕЕ АЛЬБЕДО СИСТЕМЫ  
«РАЗОРВАННАЯ ОБЛАЧНОСТЬ—ПОДСТИЛАЮЩАЯ ПОВЕРХНОСТЬ»

Рассматривается задача о переносе солнечной радиации в системе «поле кучевых облаков—подстилающая поверхность».

Разработан алгоритм метода Монте-Карло для вычисления средних потоков и их частных производных по параметрам задачи.

Исследовано влияние альбеда подстилающей поверхности, оптико-геометрических параметров облачного поля и зенитного угла Солнца на среднее альбедро системы и его частную производную по баллу облачности.

В настоящее время общепризнана необходимость статистического описания переноса оптического излучения в облачных полях со случайной геометрией (разорванная облачность). Математически и физически наиболее обоснованные методы такого описания базируются на усреднении (аналитически или численно) стохастического уравнения переноса по ансамблю реализаций облачного поля, моделируемого на основе пуассоновских ансамблей точек. В случае статистически однородного облачного поля, расположенного над неотражающей подстилающей поверхностью (ПП), получены уравнения для математического ожидания, дисперсии и пространственно-угловой корреляционной функции интенсивности излучения и разработаны алгоритмы их решения методом Монте-Карло (см. [1, 2] и имеющуюся там библиографию). Изменчивость средних потоков видимой солнечной радиации при вариациях оптико-геометрических параметров облачности и условий освещения исследуется в [1, 3, 4], где также достаточно подробно обсуждаются различия между средними потоками радиации при кучевой и эквивалентной слоистой облачности. Эквивалентность понимается в том смысле, что указанные типы облачности отличаются лишь горизонтальными размерами облаков, а оптические и другие геометрические параметры одинаковы.

В данной статье представлен разработанный нами алгоритм статистического моделирования для вычисления линейных функционалов от средней интенсивности солнечной радиации и исследование радиационных характеристик систем «поле кучевых облаков—подстилающая поверхность».

**Модель облачности и метод решения.** В декартовой системе координат  $OXYZ$  облачное поле занимает слой  $\Lambda$ :  $0 \leq z \leq H$  на верхнюю границу которого в плоскости  $XOZ$  падает единичный поток солнечной радиации в направлении  $\omega_0$ . Оптические характеристики облаков задаются в виде случайных скалярных полей коэффициента ослабления  $\sigma\chi(\mathbf{r})$ , вероятности выживания кванта  $\lambda\chi(\mathbf{r})$  и индикатрисы рассеяния  $g(\omega, \omega')\chi(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ,  $\omega = (a, b, c)$  — единичный вектор направления. Случайное индикаторное поле

$$\chi(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{r} \in G, \\ 0, & \mathbf{r} \notin G, \end{cases}$$

где  $G \subset \Lambda$  — случайное множество точек, в которых присутствует облачное вещество. Поле  $\chi(\mathbf{r})$  моделируется на основе пуассоновских ансамблей точек на каждой из координатных осей  $OX$  и  $OY$  [1], является статистически однородным, неизотропным, имеет среднее  $\langle \chi(\mathbf{r}) \rangle_p$  и экспоненциальную функцию  $B(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \exp(-A(\omega)|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)$ , где  $p$  — вероятность наличия облаков;  $A(\omega) = A(|a| + |b|)$ ;  $\omega = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)/|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ ;  $A$  — среднее число точек на единицу длины и рассчитывается по формуле

$$A = (1,65(p-0,5)^2 + 1,04)/D,$$

$D$  — средний горизонтальный размер облаков.

Без учета отражения от ПП из стохастического уравнения переноса получена замкнутая система уравнений для средней интенсивности  $\langle I(z, \omega) \rangle$  и функции  $U(z, \omega) = \langle \chi(\mathbf{r})I(\mathbf{r}, \omega) \rangle / p$  [1]. Эту систему уравнений для  $\langle I(z, \omega) \rangle$  и  $f(z, \omega) = \sigma \langle \chi(\mathbf{r})I(\mathbf{r}, \omega) \rangle = \sigma p U(z, \omega)$  можно записать в виде

$$\begin{aligned} \langle I(\mathbf{z}, \boldsymbol{\omega}) \rangle &= \frac{\lambda}{|c|} \int_{E_z} d\xi \int_{4\pi} \sum_{i=1}^2 D_i \exp\left(-\lambda_i \frac{|z-\xi|}{|c|}\right) g(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}') f(\xi, \boldsymbol{\omega}') d\boldsymbol{\omega}' + \\ &+ \langle j(z) \rangle \delta(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_\odot), \\ \langle j(z) \rangle &= \sum_{i=1}^2 C_i \exp\left(-\lambda_i \frac{|z-H|}{|c_\odot|}\right), \end{aligned} \quad (1)$$

где угловые скобки означают среднее по ансамблю реализаций облачного поля,  $\langle j(z) \rangle$  – средняя интенсивность нерассеянного света.

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \frac{\sigma + A(\boldsymbol{\omega})}{2} \mp \frac{\sqrt{[\sigma + A(\boldsymbol{\omega})]^2 - 4A(\boldsymbol{\omega})\sigma\rho}}{2}, \\ D_1 &= \frac{\lambda_2 - \varepsilon}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad D_2 = 1 - D_1, \quad C_1 = \frac{\lambda_2 - \sigma\rho}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad C_2 = 1 - C_1, \end{aligned} \quad (2)$$

$E_z = (0, z)$  при  $c > 0$  и  $E_z = (z, H)$  при  $c < 0$ . Функция  $f(z, \boldsymbol{\omega})$  имеет смысл средней плотности столкновений и является решением интегрального уравнения.

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\tilde{X}} \kappa(\mathbf{x}', \mathbf{x}) f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' + \Psi(\mathbf{x}); \quad (3)$$

$$\kappa(\mathbf{x}', \mathbf{x}) = \frac{\lambda g(\mu) \sum_{i=1}^2 D_i \lambda_i e^{-\lambda_i |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}}{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \delta\left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \boldsymbol{\omega}\right), \quad (4)$$

$$\Psi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^2 C_i \lambda_i e^{-\lambda_i |\mathbf{r} - \mathbf{r}_H|} \delta(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_\odot), \quad (5)$$

где  $X$  – фазовое пространство координат и направлений,  $\mathbf{x} = (\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega})$ ,  $g(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}') = g(\mu)/2\pi$ ,  $\mu = \boldsymbol{\omega}' \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ ,  $r_H \in z = H$ . Функция  $\Psi(\mathbf{x})$  – средняя плотность начальных столкновений.

Рассмотрим задачу вычисления линейных функционалов методом Монте-Карло:

$$J_h = (f, h) = \int_{\tilde{X}} f(\mathbf{x}) h(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (6)$$

в частности, таким функционалом является  $\langle I(z, \boldsymbol{\omega}) \rangle$ . Траектории частиц будем моделировать с начальной  $\Psi(\mathbf{x})$  и переходной  $k(\mathbf{x}, \mathbf{x})/\lambda$  плотностями. Для расчета  $J_h$  имеем [5]

$$J_h = (f, h) = M\xi, \quad (7)$$

где  $M$  – знак математического ожидания по ансамблю реализаций траектории частиц;

$$\xi = \sum_{n=0}^N Q_n h(\mathbf{x}_n), \quad (8)$$

$N$  – случайный номер последнего состояния траектории, а вспомогательный вес  $Q_n$  рассчитывается по формулам

$$Q = 1, \quad Q_n = \lambda Q_{n-1}. \quad (9)$$

Следует отметить, что в алгоритме, построенном на решении методом Монте-Карло интегрально-го уравнения для функции  $U(\mathbf{x})$ , вес  $Q_0$  является случайным [1].

Согласно (1) среднюю интенсивность излучения через плоскость  $z = z_*$  в направлении  $\boldsymbol{\omega}_* \neq \boldsymbol{\omega}_\odot$  можно рассчитать, если положить

$$h_{z_*}(x_n) = \begin{cases} \frac{g(\mu_*)}{2\pi |c_*|} \sum_{i=1}^2 D_i e^{-\lambda_i \frac{|z_* - z_n|}{|c_*|}}, & (z_* - z_n) c_* > 0, \\ 0, & (z_* - z_n) c_* < 0, \end{cases} \quad (10)$$

$\mu_* = (\omega_* \cdot \omega_n)$ , а для вычисления среднего потока

$$h_{z_*}(x_n) = \begin{cases} \sum_{i=1}^2 D_i e^{-\lambda_i \frac{|z_* - z_n|}{|c_{n+1}|}}, & (z_* - z_n) c_{n+1} > 0, \\ 0, & (z_* - z_n) c_{n+1} < 0. \end{cases} \quad (11)$$

На основе метода зависимых испытаний [5] нетрудно построить алгоритмы статистического моделирования для вычисления частных производных линейных функционалов по параметрам задачи, например, по баллу облачности  $N$ , горизонтальному размеру облаков  $D$  и т. д. Знание частных производных позволяет более детально исследовать зависимость статистических характеристик радиационного поля от оптико-геометрических параметров облаков, выделить параметры, определяющие в основном изменчивость поля излучения, и в рамках метода линеаризации сформулировать обратные задачи восстановления параметров облачного поля по измеренным статистическим характеристикам излучения.

Из определения  $f(\mathbf{x})$  как средней по ансамблю реализаций плотности столкновений следует, что среднее число частиц, пересекающих плоскость  $z = z_*$ , дает оценку среднего потока излучения, проходящего через эту плоскость. Анализ результатов расчетов показывает, что алгоритм вычисления средних потоков солнечной радиации, построенный на прямом моделировании марковских цепей, приблизительно в 2 раза эффективней локальной оценки (11).

Использование средней плотности столкновений  $f(\mathbf{x})$  вместо функции  $U(\mathbf{x})$  дает возможность достаточно просто учесть отражение от ПП, которую можно рассматривать как диффузный источник. Если траектория пересекает ПП, то в соответствии с заданным коэффициентом отражения разыгрывается новое направление движения частицы, а длина свободного пробега до точки первого столкновения моделируется по плотности вероятности  $\Psi(\mathbf{x})$ . Сравнение с расчетами по методу численного моделирования полей облачности и радиации [1] показывает, что разработанный алгоритм статистического моделирования для вычисления радиационных характеристик системы «поле кучевых облаков — подстилающая поверхность» имеет высокую точность.

**Результаты расчетов.** Пусть горизонтально однородная ПП имеет альбедо  $A_s$  и отражает падающее излучение по закону Ламберта, индикатриса рассеяния рассчитана по теории Ми для модельного облака С1 [6] и длины волны 0,69 мкм. Для упрощения задачи будем пренебрегать взаимодействием видимой солнечной радиации с аэрозольногазовой атмосферой. Расчеты выполнены для  $0 \leq A_s \leq 0,8$ , но из-за ограничений на объем статьи приведены лишь результаты, полученные при  $A_s = 0$  и  $A_s = 0,315$ . Такие значения  $A_s$  приблизительно соответствуют альбедо океана и некоторых типов поверхности суши [7]. Очевидно, что среднее альбедо  $\bar{R}_{st}$  слоистых облаков, частично покрывающих небосвод, и его частную производную  $\partial \bar{R}_{st} / \partial N$  можно записать в виде

$$\bar{R}_{st} = (1 - N) A_s + N R_s, \quad \frac{\partial \bar{R}_{st}}{\partial N} = R_s - A_s, \quad (12)$$

где  $R_s$  — альбедо сплошного горизонтально однородного облачного слоя, расположенного над ламбертовской поверхностью. При  $\gamma = \frac{H}{D} \rightarrow 0$  формулы (12) нетрудно получить из уравнений (1)–(5)

для средней интенсивности радиации, модулированной разорванной облачности. Эти формулы без сколько-нибудь строгого обоснования и оценок точности используются для вычисления средних радиационных характеристик не только слоистой ( $\gamma \ll 1$ ), но и кучевой ( $\gamma \sim 1$ ) облачности. Следует отметить, что производная  $\partial \bar{R}_{st} / \partial N$  используется при оценке параметра чувствительности климата к вариациям количества облаков [8].

Анализ результатов расчетов показывает, что при малых баллах облачности ( $N \sim 0,1-0,3$ ) значительная часть отраженного от ПП излучения распространяется в просветах между облаками, роль многократных отражений между ПП и облачным полем в среднем невелика и зависимость среднего альбедо от  $A_s$  близка к линейной. При больших баллах облачности ( $N \gtrsim 0,6$ ) вклад многократных отражений в среднем возрастает, что является причиной относительно слабой нелинейной зависимо-

сти среднего альbedo от  $A_s$ . Вклад ПП в среднее альbedo системы доминирует при малых баллах облачности, например, для  $N = 0,1$  выполняется  $\bar{R}(A_s = 0,8) / \bar{R}(A_s = 0) \sim 20$ , и уменьшается с увеличением  $N$ , так как для  $N = 0,9$  последнее отношение не превышает 2.

Как и следовало ожидать, при любых значениях балла облачности  $\bar{R}$  и  $\bar{R}_{st}$  являются монотонно возрастающими функциями  $A_s$  (рис. 1). Видно, что среднее альbedo наиболее чувствительно к вариациям балла облачности при малых  $A_s$ , например, поле кучевых облаков над океаном. В случае, когда облака расположены над хорошо отражающей поверхностью, каковой является снежный покров, значения среднего альbedo как кучевой, так и слоистой облачности слабо зависят от  $N$  и близки к  $A_s$ . При малых зенитных углах Солнца с возрастанием  $A_s$  разность  $(\bar{R}_{st} - \bar{R})$  увеличивается, достигает максимальной величины при некотором значении  $\tilde{A}_s > 0$  и затем уменьшается до нуля при  $A_s \rightarrow 1$ . Это объясняется тем, что в случае кучевой облачности диффузное излучение, отраженное от ПП, может ослабляться и рассеиваться не только основаниями, но и боковыми сторонами большого числа отдельных кучевых облаков. Следовательно, доля прошедшего в просветах между облаками излучения в среднем будет меньше, а рассеянного назад к ПП в среднем будет больше при кучевой облачности и вклад отраженного от поверхности излучения в среднее альbedo системы будет меньше, чем при эквивалентной слоистой. Что касается производной  $\partial \bar{R} / \partial N$ , то при увеличении  $A_s$  ее значение существенно уменьшается особенно при малых баллах облачности. В соответствии с изложенным выше при увеличении  $A_s$  от 0 до  $A_s$  различие между  $\partial \bar{R} / \partial N$ , и  $\partial \bar{R}_{st} / \partial N$  усиливается, например, для  $N = 0,1$  и  $A_s = 0$  выполняется  $\frac{\partial \bar{R}_{st}}{\partial N} / \frac{\partial \bar{R}}{\partial N} \sim 1,3$  и для  $A_s = 0,315$  это отношение увеличивается до  $\sim 4$ .

При заданных параметрах задачи  $\partial \bar{R} / \partial N$  почти линейно зависит от  $N$ , поэтому среднее альbedo имеет близкую к квадратичной зависимость от балла облачности.

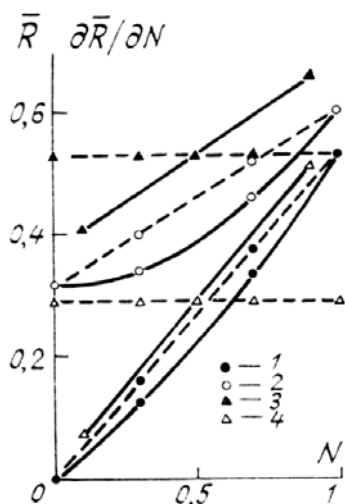


Рис. 1. Влияние балла облачности  $N$  на среднее альbedo  $\bar{R}$  и производную  $\partial \bar{R} / \partial N$ , при  $D = 0,25$  км;  $\xi_0 = 0$ ;  $\sigma = 30$  км $^{-1}$ . Здесь и на рис. 2, 3, 4:  $H = 0,5$  км, 1 —  $\bar{R}$  ( $A_s = 0$ ); 2 —  $\bar{R}$  ( $A_s = 0,315$ ); 3 —  $\partial \bar{R} / \partial N$ , ( $A_s = 0$ ); 4 —  $\partial \bar{R} / \partial N$ , ( $A_s = 0,315$ ), сплошные кривые — кучевые облака, пунктирные — слоистые

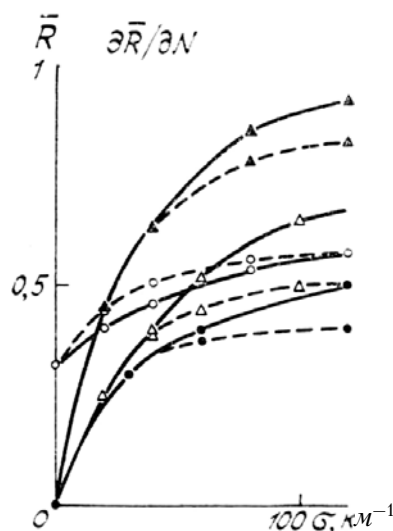


Рис. 2. Зависимость среднего альbedo  $\bar{R}$  и производной  $\partial \bar{R} / \partial N$  от коэффициента ослабления  $\sigma$  при  $D = 0,25$  км,  $\xi_0 = 30$ ,  $N = 0,5$

Среднее альbedo и его частная производная по  $N$  возрастают с увеличением оптической толщины  $\tau = \sigma H$  облаков (рис. 2). Если облачное поле находится над поверхностью с малым и средним значением  $A_s$ , то среднее альbedo наиболее чувствительно к изменениям оптической толщины в интервале  $0 \leq \tau \leq 20-30$ . С увеличением  $A_s$  уменьшается чувствительность средних потоков к вариациям  $\tau$ , например, при  $A_s \lesssim 0,8$  и  $5 \leq \tau \leq 60$   $\bar{R} \approx \bar{R}_{st} \approx 0,8$  и  $\frac{\partial \bar{R}}{\partial N} \approx \frac{\partial \bar{R}_{st}}{\partial N} \approx 0$ . Случайные по своей природе эффекты, связанные с конечными горизонтальными размерами кучевых облаков, являются причиной того, что при  $\tau \geq 20-30$   $\bar{R}$  более чувствительно к изменениям оптической толщины облаков, чем  $\bar{R}_{st}$ . Объяснение малых различий между  $\bar{R}$  и  $\bar{R}_{st}$  при  $A_s = 0$  и  $\tau \leq 20-30$  дано в [4]. Следует обратить

внимание на сильную изменчивость (особенно в случае облачного поля над океаном)  $\partial \bar{R} / \partial N$  и  $\partial \bar{R}_{st} / \partial N$  при больших вариациях  $\tau$ .

Поскольку подстилающая поверхность является ламбертовским источником, излучающим изотропно независимо от углового распределения пропущенной солнечной радиации, то с увеличением  $A_s$  зависимость среднего альbedo от  $\xi_0$  ослабевает (рис. 3). По этой причине среднее альbedo системы наиболее чувствительно к изменениям зенитного угла Солнца в областях малых  $A_s$ . При  $A_s = 0$  увеличение  $\xi_0$  от 0 до 60 приводит к возрастанию  $\bar{R}$  почти в 2 раза, тогда как при  $A_s = 0,8$  среднее альbedo увеличивается лишь на ~5%. Очевидно, что ослабление и рассеяние падающей солнечной радиации боковыми сторонами кучевых облаков в среднем возрастает с увеличением отношения  $\gamma = H/D$  (другие параметры задачи неизменны) и приводит к увеличению доли рассеянной радиации. Поэтому при больших зенитных углах Солнца среднее альbedo поля кучевых облаков может быть больше, чем слоистых (рис. 3, 4). Значение  $\xi_0$ , при котором неравенство  $\bar{R} < \bar{R}_{st}$  меняется на противоположное, зависит от  $A_s$  и уменьшается с увеличением  $\gamma$ .

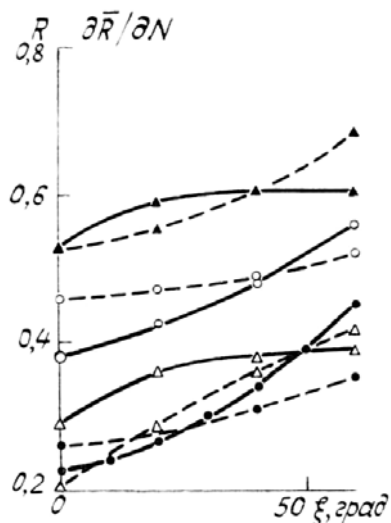


Рис. 3. Влияние зенитного угла Солнца  $\xi_0$  на среднее альbedo  $\bar{R}$  и производную  $\partial \bar{R} / \partial N$  при  $D = 0,25$  км;  $N = 0,5$ ;  $G = 30$  км<sup>-1</sup>

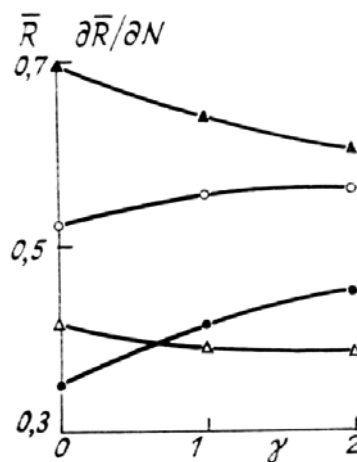


Рис. 4. Среднее альbedo  $\bar{R}$  и производная  $\partial \bar{R} / \partial N$  в зависимости от параметра  $\gamma = H/D$  при  $N = 0,5$ ;  $\sigma = 30$  км<sup>-1</sup>;  $\xi_0 = 60$

**Заключение.** На основе численных экспериментов установлено, что при малых и средних значениях  $A_s$  среднее альbedo поля кучевых облаков нелинейно зависит от балла облачности и существенно отличается от среднего альbedo эквивалентной слоистой облачности. Взаимодействие падающей солнечной радиации с боковыми сторонами кучевых облаков приводит к тому, что при больших зенитных углах Солнца среднее альbedo кучевой облачности может быть больше, чем слоистой. С увеличением  $A_s$  производные  $\partial \bar{R} / \partial N$  и  $\partial \bar{R}_{st} / \partial N$  уменьшаются, особенно чувствительной к вариациям  $A_s$  является  $\partial \bar{R} / \partial N$  при малых  $N$ . Эти особенности радиационного режима кучевой облачности необходимо учитывать в численных моделях прогноза погоды на основе уравнений мезометеорологии.

1. Титов Г. А. // Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 4. С. 3—18.
2. Журавлева Т. Б., Титов Г. А. // Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 10. С. 79—87.
3. Скоринин В. Н., Титов Г. А. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1984. Т. 20. № 3. С. 263—270.
4. Титов Г. А. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1987. Т. 23. № 8. С. 851—858.
5. Ермаков С. М., Михайлов Г. А. Курс статистического моделирования. Новосибирск: Наука, 1976. 319 с.
6. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. // М.: Мир, 1971. 290 с.
7. Кондратьев К. Я. Альbedo и угловые характеристики отражения подстилающей поверхности и облаков. Л.: Гидрометеоиздат, 1981. 232 с.
8. Марчук Г. И., Кондратьев К. Я., Козодеров В. В., Хворостьянов В. И. Облака и климат. Л.: Гидрометеоиздат, 1986. 512 с.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,  
г. Томск

Поступила в редакцию  
27 июня 1990 г.

**E.I. Kas'yanov, G.A. Titov. Average Value of Albedo of the System Broken Cloudness-Underlying Surface.**

The paper deals with a problem on solar radiation transfer in the system cumulus clouds field-underlying surface. An algorithm based on the Monte-Carlo method is developed in the paper for calculating mean fluxes and their partial derivatives with respect to the problem's parameters.

The influence of underlying surface albedo, optical and geometric parameters of cloud fields as well as of the solar zenith angle on the mean albedo of the system and on its partial derivative with respect to the cloudiness power.