

Р.Ф. Рахимов, Д.Н. Ромашов

МОДЕЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ ПОЛИДИСПЕРСНОЙ И ПОЛИОРИЕНТИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ

Обсуждается методика моделирования параметров аэрозольного светорассеяния с учетом факторов несферичности и полиориентированности частиц. Представлены результаты модельных оценок изменчивости элементов матрицы рассеяния полидисперсной системы цилиндрических частиц конечной длины в зависимости от угла преимущественной ориентации.

Специфика формирования фазового состава облаков верхнего яруса предполагает наличие в них кристаллических аэрозольных структур и как следствие анизотропию оптических свойств. В связи с этим ряд оптических эффектов светорассеяния, возникающих при взаимодействии электромагнитного излучения с перистыми облаками, не могут быть интерпретированы в рамках моделей, основанных на теории Ми. Постановка вопроса об изменчивости светорассеивающих свойств дисперсной фазы вне гипотезы сферической симметрии формы или диэлектрических характеристик ведет к резкому расширению списка исходных параметров задачи. Например, анализ оптико-локационных свойств перистых облаков в приближении конечных цилиндрических частиц ведет к необходимости анализа влияния не только полидисперсности (кстати сказать, по двум параметрам — длине и толщине), но и ориентации.

В данной статье на основе известного [1–4] обобщения точного решения задачи светорассеяния на бесконечном цилиндре к конечному (с использованием принципа Гюйгенса в формулировке Френеля) рассмотрены некоторые особенности формирования оптико-локационных характеристик дисперсной фазы сходной по микроструктуре с перистыми облаками.

В декартовой системе координат с осью z' , совпадающей с осью цилиндра конечной длины l , и радиусом r выражение для амплитудных функций рассеянного электромагнитного излучения имеет вид

$$S_i(\varphi', \theta', \beta, r, l) = \frac{kl}{\pi} E\left(\frac{kl}{2}(\cos\theta' - \cos\beta)\right) T_i(\varphi', \beta, r) \quad (i=1, 2, 3, 4), \quad (1)$$

где $T_i(\varphi', \beta, r)$ — амплитудные функции для бесконечного цилиндра [2]; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; β — угол между падающим излучением и осью цилиндра (в дальнейшем он совпадает со вторым углом Эйлера); φ', θ' — сферические координаты; $E(x) = \frac{\sin x}{x}$ — функция Котельникова.

Ориентацию цилиндров в системе координат с осью z , закрепленной по направлению распространения излучения, будем определять через два угла Эйлера $0 \leq \alpha \leq 2\pi$; и $0 \leq \beta \leq \pi$ [5].

Связь между сферическими координатами, заданными в первой системе, с аналогичными во второй системе определяется соотношениями [5]

$$\begin{aligned} \cos\theta' &= \cos\theta\cos\beta + \sin\theta\sin\beta\cos(\varphi - \alpha); \\ \operatorname{ctg}\varphi' &= \operatorname{ctg}(\varphi - \alpha)\cos\beta - \operatorname{ctg}\theta\sin\beta/\sin(\varphi - \alpha). \end{aligned} \quad (2)$$

С учетом (2)) выражение для амплитудных функций рассеянного произвольно ориентированным цилиндром поля может быть записано в виде

$$\begin{aligned} S_i(\theta, \varphi, \alpha, \beta, r, l) &= \frac{kl}{\pi} E\left(\frac{kl}{2}(\cos\theta\cos\beta + \sin\theta\sin\beta\cos(\varphi - \alpha) - \cos\beta)\right) \cdot T_i\left(\operatorname{arccctg}\left(\operatorname{ctg}(\varphi - \alpha)\cos\beta - \frac{\operatorname{ctg}\theta\sin\beta}{\sin(\varphi - \alpha)}\right), \beta, r\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Для полидисперсного ансамбля конечных цилиндров с плотностью распределения по дайнам $g(l)$, радиусам $n(r)$ и двум углам ориентации $q(\alpha, \beta)$ элементы матрицы рассеяния, используя статистическое усреднение можно записать в виде

$$\langle S_{ij}(\theta, \varphi) \rangle = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{\pi} \int_{l_1}^{l_2} q(\alpha, \beta) n(r) g(l) S_{ij}(\theta, \varphi, \alpha, \beta, r, l) d\alpha d\beta dr dl. \quad (4)$$

В предлагаемых модельных оценках ограничимся анализом оптических свойств полидисперсного ансамбля с азимутальной симметрией распределения осей цилиндров:

$$q(\alpha, \beta) = f(\beta)/2\pi. \quad (5)$$

Для таких систем матрица рассеяния $\hat{S}_{ij}(\theta, \varphi)$ будет независимой от угла φ , т.е.

$$\hat{S}_{ij}(\theta, \varphi_1) = \hat{S}_{ij}(\theta, \varphi_2). \quad (6)$$

Оценка многократного интеграла (4) с использованием кубатурных формул предполагает значительные затраты вычислительного времени на ЭВМ, поэтому статистическое усреднение оптических характеристик проводилось с использованием метода Монте-Карло. Применяемый метод позволяет существенно расширить типологическое многообразие анализируемых состояний дисперсной фазы, рассмотреть не только ситуации с хаотической ориентацией частиц [4], т.е. с равномерным распределением по направлениям.

Вопрос о сходимости применяемого метода анализировался на основе численных оценок. Расчеты показывают, что по мере роста характерного размера частиц и расширения спектра отклонений оси цилиндра от характерного угла ориентации необходимый для устойчивости получаемых оценок объем статистического усреднения N_c может возрасти от 15 до 45 тысяч реализаций.

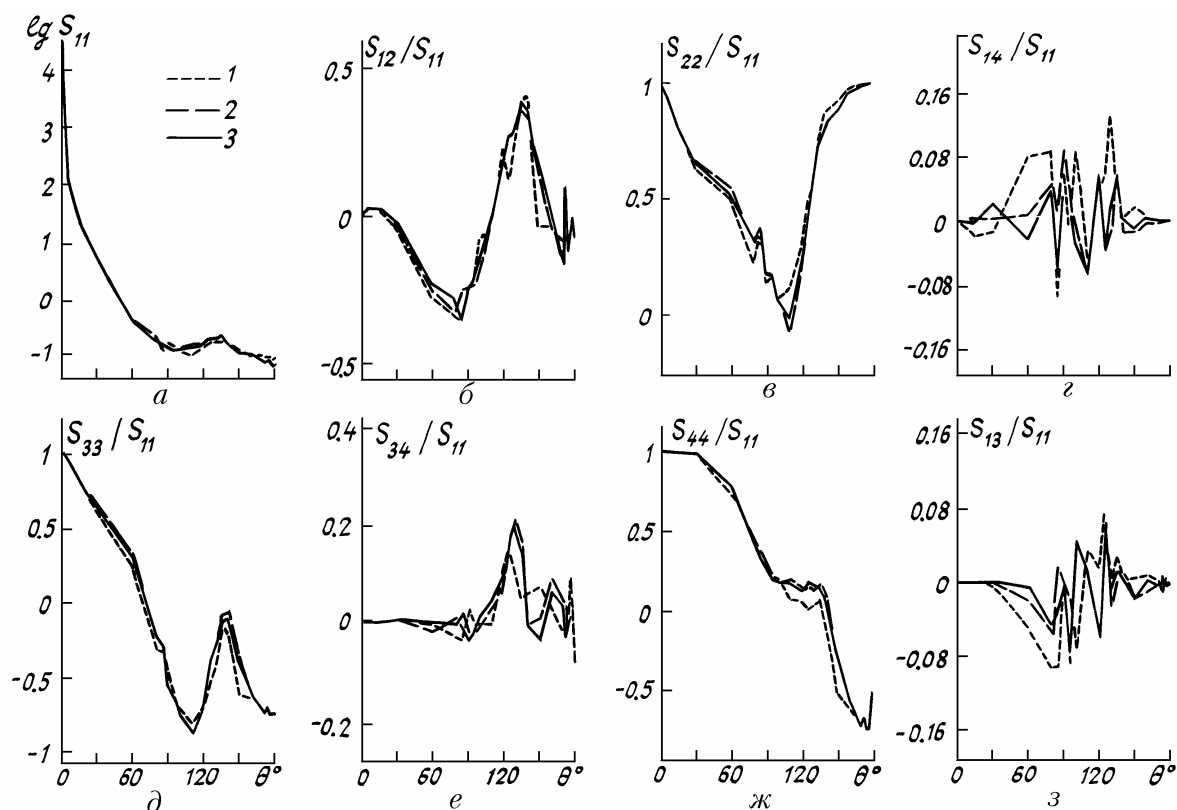


Рис. 1. Приведенные значения элементов матрицы рассеяния для цилиндрических ледяных частиц в зависимости от объема статистического усреднения: 1 — $N_c = 1,5 \cdot 10^4$; 2 — $N_c = 3,0 \cdot 10^4$; 3 — $N_c = 4,5 \cdot 10^4$ реализаций

На рис. 1, $a - z$ представлены угловые функции аэрозольного светорассеяния, рассчитанные для полидисперсного ансамбля цилиндрических частиц с логнормальным распределением по радиусу поперечного сечения, равномерным (в интервале от 3 до 5) по фактору вытянутости $j = l/r$ и нормальным по углу ориентации β . Для всех элементов матрицы рассеяния с ростом объема статистического усреднения характерна стабилизация формы угловых зависимостей, причем достаточная для выявления тонкой

структуры, такой как, например, локальный максимум в интервале $\theta \sim 170-180^\circ$ (рис. 1, а, б, д, е). Что касается осцилляций $S_{13}(\theta)$ и $S_{14}(\theta)$, то они обусловлены прежде всего малостью абсолютных значений, вследствие хаотичности ориентаций цилиндров по азимутальному углу φ , и погрешностью вычисления по ограниченной разрядной сетке ЭВМ. Например, отношения $S_{14}(\theta)/S_{11}(\theta)$, рассчитанные для отдельных состояний ориентации цилиндра, варьируются в интервале значений от $-0,8$ до $0,8$, а при сложении вкладов от хаотически ориентированных взаимно компенсируются. Угловая зависимость вследствие конечности и дискретности статистики усреднения приобретает вид случайной функции в окрестности θ .

На основе предлагаемой методики численно рассмотрено изменение угловых функций светорассеяния в зависимости от микрофизических параметров дисперсной системы полиориентированных частиц.

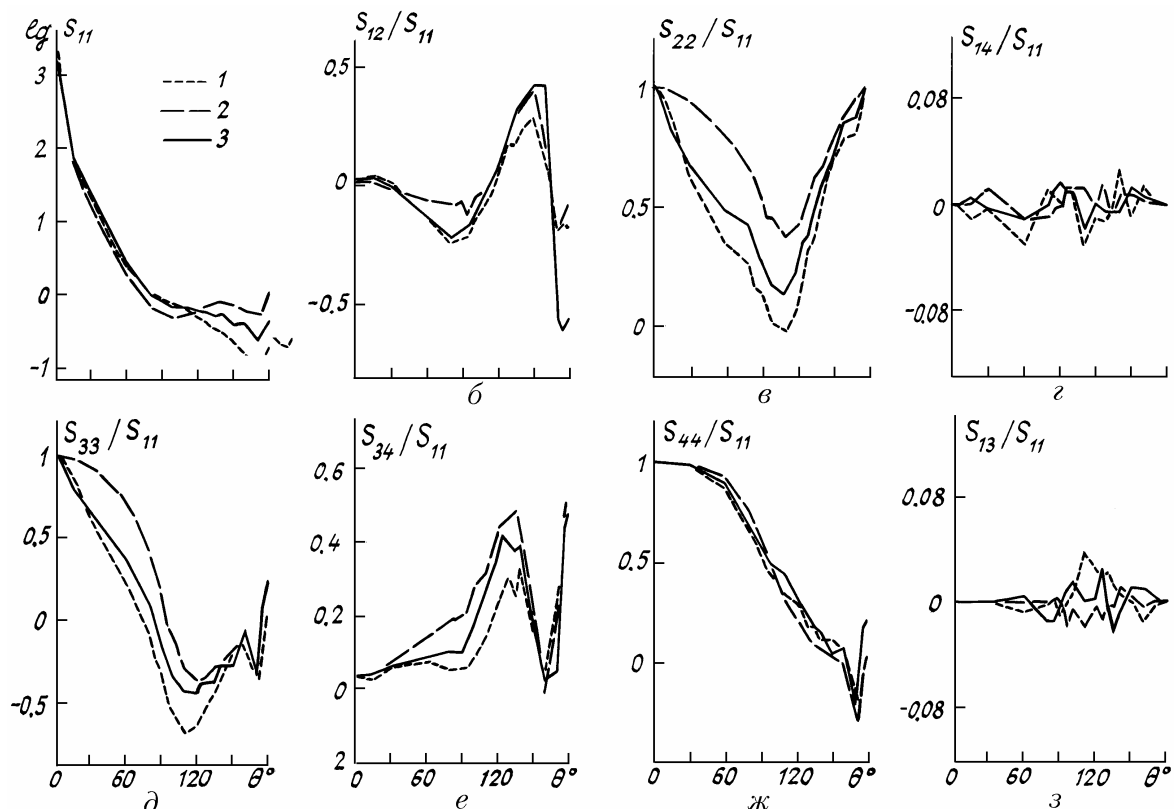


Рис. 2. Приведенные значения элементов матрицы рассеяния ледяных частиц в зависимости от характерного угла наклона осей цилиндров к падающему излучению при $r_m = 1,0$ мкм; $\lambda = 0,6943$ мкм; 1 – нормальное распределение с $\beta_m = \pi/4$; 2 – нормальное распределение с $\beta_m = \pi/2$; 3 – $q(\beta)$ – равномерное (хаотическое) распределение

На рис. 2, а–з представлены расчетные данные, иллюстрирующие изменение элементов матрицы рассеяния в зависимости от особенностей ориентации частиц, распределенных по логнормальному закону в окрестности $r_m = 1,0$ мкм и $\sigma = 0,5$. Сплошные кривые соответствуют случаю, когда оси цилиндров хаотически ориентированы сразу по обоим углам α и β . Штрихпунктирная и штриховая кривые рассчитаны для частиц с нормальным распределением осей цилиндра со средним углом наклона соответственно $\beta_m = 45$ и 90° . Величина стандартного отклонения в обоих случаях полагалась $\sigma = 30^\circ$. Аналогичные данные представлены на рис. 3, а–з для более крупных цилиндров с $r_m = 10,0$ мкм.

Независимо от размера частиц и диэлектрических постоянных (расчеты выполнены для двух длин волн $\lambda = 0,6943$ мкм с показателем преломления для льда $m = 1,308 - 0,0001 i$ и $\lambda = 1,06$ мкм с $m = 1,296 - 0,0001 i$) прослеживается единообразная тенденция изменения угловых функций светорассеяния. Расчеты показывают, что если для сферических частиц угловые зависимости элементов матрицы рассеяния $S_{22}(\theta)$ и $S_{11}(\theta)$ идентичны (см. соотношение (4,77) [1]), то для цилиндрических частиц (в зависимости от ориентации) характерно существенное расхождение указанных зависимостей практически во всех углах рассеяния за исключением направлений вперед $\theta = 0^\circ$ и назад $\theta = 180^\circ$. Особенно в случае когда $\theta = 45^\circ$.

Необходимо также отметить для крупных частиц (рис. 3, а, б, (3)) наличие пиков в интервале углов рассеяния $\theta 125-140^\circ$, известном как область радуг в случае жидкокапельных облаков. Эффективность же локационного рассеяния (рис. 2, а, 3, а) существенно зависит от угла преимущественной ориентации частиц. Индикатриса рассеяния назад уменьшается одновременно с уменьшением угла наклона оси цилиндра к падающему излучению.

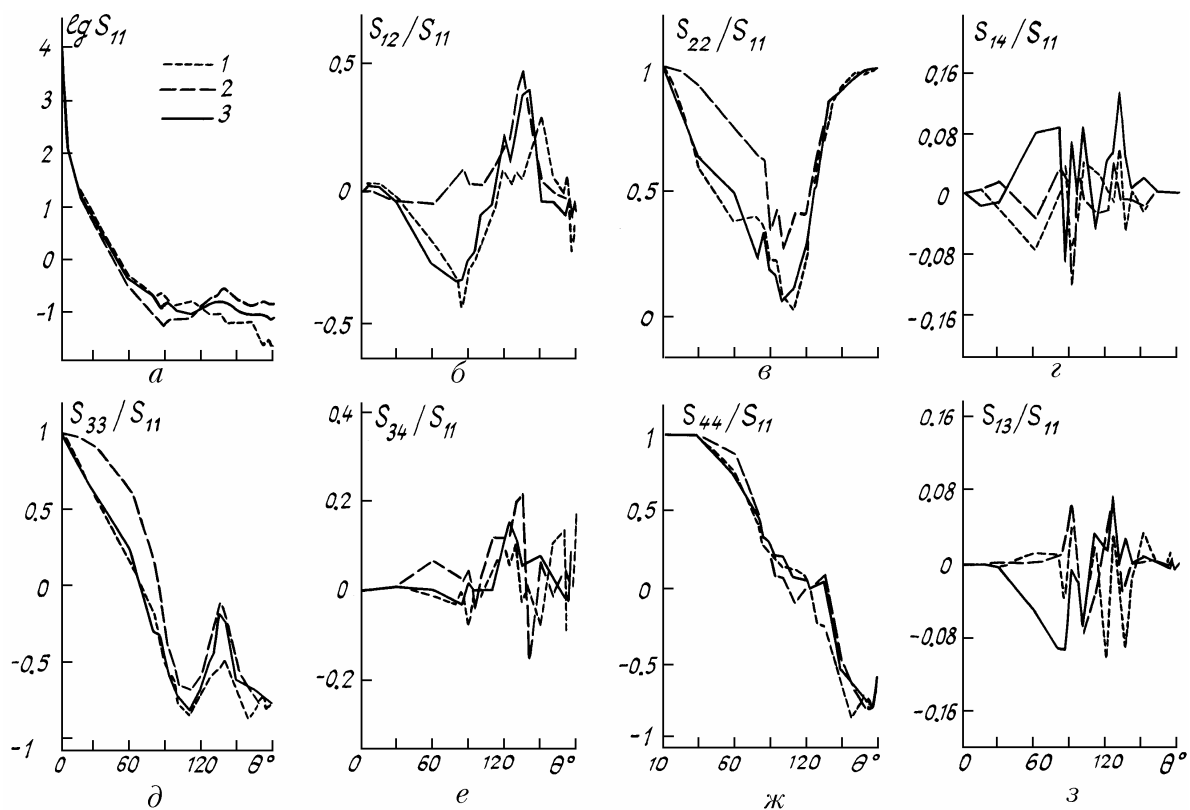


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, но только для $r_m = 10,0$ мкм и $\lambda = 1,06$ мкм

Заметно различаются между собой и угловые зависимости отношений $S_{33}(\theta)/S_{11}(\theta)$ и $S_{44}(\theta)/S_{11}(\theta)$, которые для сфер также совпадают, а для угла рассеяния $\theta = \pi$ равны -1 . В нашем случае указанные отношения не равны между собой, отличаются по значению от -1 и варьируются в зависимости от характерного размера частиц и угла преимущественной ориентации. Аналогичные отличия от сферических частиц проявляются для локационных углов рассеяния в случае отношений $S_{12}(\pi)/S_{11}(\pi)$ (степени поляризации) и $S_{34}(\pi)/S_{11}(\pi)$. Два последних результата являются принципиальными и убеждают в необходимости проведения детального исследования, поскольку содержат в себе характерные признаки несферичности светорассеивающих частиц и, как видно из сопоставления данных рис. 2 и рис. 3, существенно зависят от их размера.

1. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 662 с.
2. Куо-Нап-Лиу // Appl. Opt. 1972. V. 11. № 3. P. 667–674.
3. Глазов Г.Н., Креков Г.М., Рахимов Р.Ф. // П Всесоюз. симпозиум по распространению лазерного излучения в атмосфере. (Тезисы докл.). Томск: ИОА СО АН СССР, 1973. С. 72–73.
4. Волковицкий О.А., Павлова Л.Н., Петрушин А.Г. Оптические свойства кристаллических облаков. Л.: Гидрометеониздат, 1984. 200 с.
5. Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975. 340 с.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
Томск

Поступила в редакцию
28 февраля 1991 г.

R. F. Rakhimov, D. N. Romashov. **Model Estimations of the Scattering Matrix of a Polydisperse Ensemble of Arbitrarily Oriented Cylindrical Particles.**

The paper discusses a technique for modeling the aerosol light scattering with the account for particles nonsphericity and multiorientation. Some results of modeling the variability of the scattering matrix elements of a polydisperse system of cylindrical particles of a finite length depending on the angle of preferred orientation are presented.