

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 522.617 : 535.3.087

В.Н. Лексина, А.Д. Ряхин

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ШУМОВ РЕГИСТРАЦИИ НА ТОЧНОСТЬ МЕТОДОВ ПЯТЕННОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

Проведен сравнительный анализ двух вариантов восстановления оценки фазы Фурье спектра изображения по серии его коротко-экспозиционных искаженных версии с точки зрения устойчивости к шумам регистрации. Показано, что на практике можно ограничиваться только одним из этих вариантов.

Одним из наиболее простых подходов к решению проблемы видения через турбулентную атмосферу Земли является последетекторная обработка серии короткоэкспозиционных изображений (КИ) наблюдаемого объекта с целью получения оценки его неискаженного изображения. К настоящему времени теоретическая разработка этих методов, известных в астрономии под общим условным названием пятенной интерферометрии, в основном завершена [1], и на повестке дня стоит задача исследования их устойчивости к различного рода дополнительным (по отношению к атмосферным) искажениям КИ [2, 3]. В данной статье рассматривается влияние некоторых подобных искажений, возникающих, например, при регистрации КИ на фотонегативах.

С математической точки зрения оптимальная обработка КИ сводится к Фурье преобразованию их распределений интенсивности  $J(\mathbf{x})$ , формированию средних по серии корреляционных характеристик полученных Фурье спектров  $J(\mathbf{f})$  как

$$Z(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2) = \langle J(\mathbf{f}_1)J^*(\mathbf{f}_2) \rangle - S(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2),$$

и оценке модуля и фазы  $\varphi(\mathbf{f})$  Фурье спектра  $O(\mathbf{f})$  неискаженного (искомого) изображения объекта  $O(\mathbf{x})$  путем решения уравнений

$$Z(\mathbf{f}_0, \mathbf{f}_0) |O(\mathbf{f}_0)|^2 \sigma_H^2(\mathbf{f}_0),$$

$$\varphi(\mathbf{f}_0) = \arg \sum_p b(\mathbf{f}_0, \mathbf{f}_p) \exp\{i [\Psi(\mathbf{f}_0, \mathbf{f}_p) + \varphi(\mathbf{f}_p)]\}$$

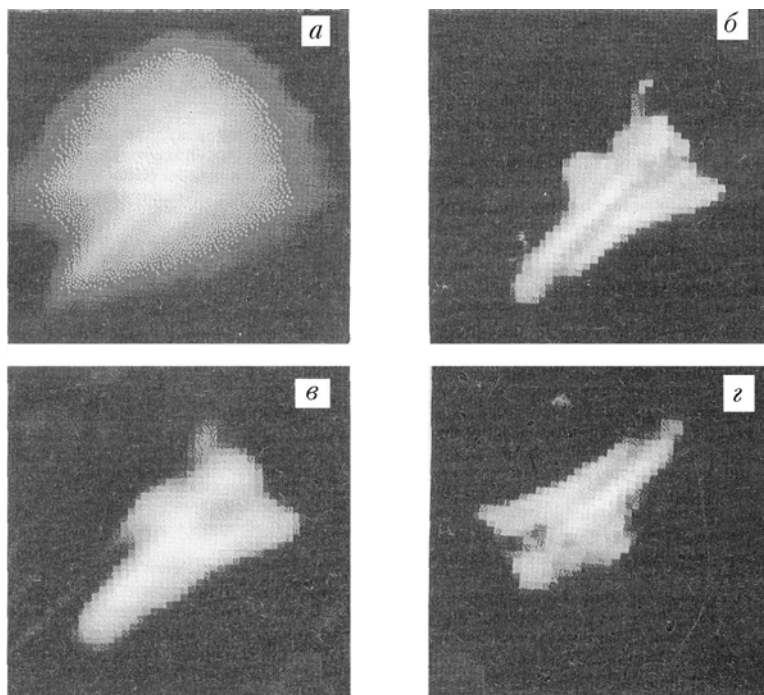
Здесь  $\langle \cdot \rangle$  — символ усреднения по серии;  $S(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2)$  — априорно известная корреляционная функция Фурье спектров шумов регистрации;  $\sigma_H^2(\mathbf{f})$  — априорно известный средний квадрат модуля оптической передаточной функции системы «атмосфера — телескоп»,  $\tilde{q}(\mathbf{f}) = Z(\mathbf{f}, \mathbf{f}) / S(\mathbf{f}, \mathbf{f})$  — таким образом экспериментально оцениваемое среднее отношение сигнал-шум на частоте  $\mathbf{f}$ ;  $\mathbf{f}_p$  — ближайшие к  $\mathbf{f}_0$  Фурье частоты, заданные, например, алгоритмом дискретного Фурье преобразования;  $b(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2) = q(\mathbf{f}_1) \tilde{q}(\mathbf{f}_2) / (1 + \tilde{q}(\mathbf{f}_1)\tilde{q}(\mathbf{f}_2))$  — весовой множитель, характеризующий относительную точность  $\Psi$ . Что касается экспериментально получаемой оценки разности фаз  $\Psi(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2)$ , то при малом отношении сигнал-шум, когда  $\tilde{q}(\mathbf{f}_1)\tilde{q}(\mathbf{f}_2) < 1$ , она определяется как  $\arg Z(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2)$ , а при большом отношении  $\tilde{q}(\mathbf{f}_1)\tilde{q}(\mathbf{f}_2) > 1$  более точно [4] ее определять как  $\arg \langle \exp\{i \arg J(\mathbf{f}_1)J^*(\mathbf{f}_2)\} \rangle$ . К сожалению, точную границу перехода от одного варианта к другому теоретически найти не удастся. Кроме того, на практике расчет распределения отношения  $\mathbf{q}(\mathbf{f})$  также затруднен. В связи с этим представляет интерес рабочая формула, основанная на анализе собственно распределений  $J(\mathbf{x})$  исходных КИ, позволяющая делать указанный выбор. Для ее получения было проведено математическое моделирование, заключающееся в наигрывании 40 случайных реализаций КИ (при фиксированном  $O(\mathbf{x})$ , зашумлении их распределений  $I(\mathbf{x})$  как  $J(\mathbf{x}) = I(\mathbf{x}) + n(\mathbf{x})$ , где  $n(\mathbf{x})$ , нормальный «белый» шум с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_n^2$ , восстановлении по ним оценок  $O_b(\mathbf{x})$  изображения при обоих вариантах определения фаз  $\Psi$ , расчете нормированных ошибок восстановления как

$$E = \frac{\int d\mathbf{x} [O(\mathbf{x}) - O_b(\mathbf{x})]^2}{\int d\mathbf{x} O^2(\mathbf{x})}$$

и построении зависимостей  $E$  от отношения сигнал-шум  $Q = \langle I \rangle / \sigma_n$ . Некоторые значения полученных зависимостей представлены в табл. 1, где нижний индекс 1 при  $E$  соответствует первому варианту оценки  $\Psi$  (по  $\arg Z$ ), а индекс 2 – второму варианту. Отметим, что в силу случайности выборок 40 КИ из статистического ансамбля возможных реализаций эти значения также случайны. Однако дополнительное моделирование показало, что разброс представленных значений не превышает 10%. При анализе этих зависимостей необходимо учитывать, что информация о тонкой структуре изображения закодирована в распределениях флуктуаций интенсивности КИ относительно среднего распределения  $\langle I \rangle$ , а методы пятенной интерферометрии сводятся к извлечению информации из средних характеристик этих флуктуаций. Контраст флуктуаций  $K$ , определяемый как отношение их дисперсии  $\sigma_I^2$  к  $\langle I \rangle^2$ , аппроксимируется выражением [5]  $K = K_\lambda \cdot K_\tau \cdot K_0$ , где

$$K_\lambda = \frac{\Delta\lambda_k}{\Delta\lambda_k + \Delta\lambda}, K_\tau = \frac{T_k}{T_k + T}, K_0 = \frac{S_\tau}{S_0 + S_\tau} \left( \frac{S_a}{S_a + S_0} \right)^{-1}$$

соответственно спектральная, временная и пространственная компоненты контраста. Здесь  $\Delta\lambda$  – ширина используемого при регистрации КИ спектрального диапазона светового излучения;  $T$  – время экспозиции КИ,  $\Delta\lambda_k$  и  $T_k$  – спектральный и временной интервалы корреляции атмосферных искажений;  $S_0$  – угловая площадь наблюдаемого объекта;  $S_\tau = (\lambda/D)^2$  – разрешение используемого телескопа диаметром  $D$ ;  $S_a = (\lambda/r_0)^2$  – среднее разрешение атмосферы;  $\lambda$  – длина волны;  $r_0$  – параметр Фрида. С точки зрения пятенной интерферометрии отношение сигнал-шум  $q$  естественно определять как  $q = \sigma_I^2 / \sigma_n^2 = KQ^2$ . Полезно отметить, что средние по изображению и по спектру величины  $q$  и  $\tilde{q}$  сравнимы. Моделирование проводилось при  $K_\tau = K_\lambda = 1$ ,  $K = K_0 \approx 1/70$ . Оказалось, что первый вариант предпочтительнее второго только при  $q \leq 3$ .



Результаты обработки 40 искажённых  $J(\mathbf{x}) = I^C(\mathbf{x}) + n(\mathbf{x})$  короткоэкспозиционных изображений  $I(\mathbf{x})$ :  $a$  – характерное исходное изображение  $I(\mathbf{x})$ ,  $б, в, г$  – восстановленные при  $(Q = 100, C = 1)$ ;  $(Q = 10, C = 1)$ ;  $(Q = 100, C = 0,7)$ , где  $Q = \langle I \rangle / \sigma_n$

Таблица 1

Нормированная дисперсия  $E$  ошибки восстановления по 40 искажённым изображениям  $J(\mathbf{x}) = I(\mathbf{x}) + n(\mathbf{x})$  при различных значениях отношения сигнал-шум  $Q$  ( $Q = \langle I \rangle / \sigma_n$ )

$q$	$\infty$	100	20	10	5
$E_1$	0,088	0,094	0,165	0,197	0,279
$E_2$	0,088	0,094	0,151	0,209	0,281

Дополнительно было проведено исследование чувствительности обоих вариантов к нелинейным искажениям вида  $J(\mathbf{x}) = Ic(\mathbf{x})$ . Подобные искажения могут возникать при преобразовании распределений оптических плотностей фотонегативов КИ в соответствующие распределения интенсивности из-за неточного знания коэффициента контрастности. Представленные в табл. 2 результаты показывают, что при  $1,3 \geq C \geq 0,7$  второй вариант предпочтительнее первого. На рисунке для иллюстрации представлены типичные результаты восстановления.

Таблица 2

Нормированная дисперсия  $E$  ошибки восстановления по 40 искаженным изображениям  $J(\mathbf{x}) = I^C(\mathbf{x})$  при различных величинах степени  $C$

$C$	0,5	0,7	0,9	1,0	1,1	1,3	1,5	2,0
$E_1$	0,441	0,240	0,116	0,088	0,098	0,118	0,169	0,842
$E_2$	0,534	0,162	0,103	0,088	0,089	0,118	0,258	0,906

В заключение необходимо подчеркнуть, что на практике обычно  $Q \leq 30$ ,  $K_T \approx K_\lambda \approx 0,5$ ,  $S_0 > S_a \gg S_T$ , и  $K_0 \approx (r_0/D)^2 \approx 0,01$ . В результате оказывается  $q \approx 3$ , что приводит к выводу о необходимости использования традиционной оценки разности фаз по средним корреляционным произведениям Фурье спектров изображений.

1. Бакут П.А., Ряхин А.Д., Свиридов К.Н. //Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. № 7. С. 1446–1452.
2. Бакут П.А., Ряхин А.Д., Свиридов К.Н. //Оптика и спектроскопия. 1987. Т. 63. № 5. С. 1159–1162.
3. Бакут П.А., Лексина В.Н., Ряхин А.Д. //Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 2. С. 209–211.
4. Бакут П.А., Куклин Е.Н., Ряхин А.Д. и др. //Оптика и спектроскопия. 1985. Т. 58. № 6. С. 1314–1317.
5. Бакут П.А., Ряхин А.Д., Свиридов К.Н., Устинов Н.Д. //Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 3. С. 274–280.

Научно-производственное объединение «Астрофизика»,  
Москва

Поступило в редакцию  
16 октября 1990 г.

**V. N. Leksina, A. D. Ryakhin. Investigation of the Influence of the Recording Channel Noise on the Precision of Speckle Interferometry Methods.**

A comparative analysis of the two methods of reconstruction of estimation of the image Fourier-spectrum phase from a series of its short-exposure distorted versions from the point of view of its stability with respect to the recording channel noises has been carried out. It is shown that in practice the use of only one of these methods can be quite sufficient.