

Ю.Н. Коломиец, С.С. Лебедев, Л.П. Семенов

**ВЛИЯНИЕ ВКР НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ
РАЗЛИЧНЫХ ПРОФИЛЕЙ В АТМОСФЕРЕ**

Методами численного моделирования исследуется задача о стационарном ВКР лазерного пучка. Рассмотрена двумерная по поперечным координатам задача, что позволило исследовать режим формирования как пространственно-когерентного, так и пространственно-некогерентного стоксовских пучков. Рассмотрены лазерные пучки с различными пространственными профилями.

Как показывают теоретические оценки и экспериментальные данные, явление вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) может играть существенную роль при распространении интенсивного лазерного излучения на длинных трассах в атмосфере [1, 10].

Задача о влиянии ВКР на характеристики пучка исследовалась многими авторами (например, [2, 3]), в том числе и для распространения пучка интенсивного лазерного излучения в атмосфере [4, 5]. В настоящей статье методами численного моделирования исследуется задача о стационарном ВКР без учета параметрического взаимодействия (что справедливо, например, для вращательного ВКР циркулярно-поляризованной накачки). Решалась двумерная по поперечным координатам задача, что позволило исследовать режим формирования как одномодового (пространственно когерентного), так и многомодового (пространственно некогерентного) стоксовского пучка. Методом статистических испытаний определялись средние характеристики рассеянного излучения. Рассмотрены исходные лазерные пучки различных профилей.

Пусть на нелинейную среду падает пучок лазерного излучения (пучок накачки), распространяющийся в направлении оси z . В приближении квазиоптики, в пренебрежении дисперсией среды процесс попутного ВКР описывается следующей системой уравнений для комплексных амплитуд лазерного и стоксовского излучения:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{2k_s} \Delta_{\perp}\right) A_s = \frac{1}{2} g A_l Q^* ; \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{2k_l} \Delta_{\perp}\right) A_l = -\frac{1}{2} g A_s \gamma Q ; \quad (2)$$

$$\left(T_2 \frac{\partial}{\partial t} + 1\right) Q = A_l A_s^* + N , \quad (3)$$

где A_l, A_s — комплексные амплитуды лазерного и стоксовского излучения, нормированные на интенсивность ($|A_l|^2 = I_l, |A_s|^2 = I_s$); $\omega_l, k_l, \omega_s, k_s$ — частоты, волновые векторы накачки и стоксовской волны; $\gamma = \omega_l/\omega_s$; $\vartheta = t - z/v_l, v = 1/v_l - 1/v_s$; v_l, v_s — групповые скорости накачки и стоксовской волны; Q — недиагональный элемент матрицы плотности; T_2 — время поперечной релаксации комбинационного перехода; g — коэффициент усиления стационарного ВКР; Δ_{\perp} — лапласиан по поперечным координатам; N — сторонний источник, характеризующий собственные шумы среды, который можно считать гауссовским случайным процессом с корреляционной функцией

$$\langle N(z, \mathbf{r}_{\perp}, t) N^*(z', \mathbf{r}'_{\perp}, t') \rangle = \left(\frac{2\pi}{k_s}\right)^2 \frac{4T_2}{\pi g} \left(\frac{ds}{d\Omega}\right) \delta(t - t') \delta(z - z') \delta(\mathbf{r}_{\perp} - \mathbf{r}'_{\perp}), \quad (4)$$

где $\left(\frac{ds}{d\Omega}\right)$ — сечение спонтанного рассеяния единицы / объема среды; $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака.

Для комплексной амплитуды лазерного поля примем

$$A_l(0, \mathbf{r}_{\perp}, t) = A_l^0(\mathbf{r}_{\perp}, t). \quad (5)$$

В качестве граничного условия для стоксовского излучения выбираем нулевые колебания вакуумного поля с корреляционной функцией:

$$\langle A_S(0, \mathbf{r}_\perp, t) A_S(0, \mathbf{r}'_\perp, t') \rangle = \chi^\delta(t - t') \delta(\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}'_\perp), \quad (6)$$

где

$$\chi = 8\pi \cdot \left(\frac{\hbar\omega_S}{2} + \hbar\omega_S \left[\exp\left(\frac{\hbar\omega_S}{2\pi k_B T}\right) - 1 \right]^{-1} \right),$$

k_B – постоянная Больцмана; T – температура среды. Уравнения (1–3) записаны в пренебрежении дисперсией, что справедливо, если интенсивность накачки превышает критическое значение $I_l > I_{кр} = \Delta\omega/g$, где $\Delta\omega$ – ширина частотного спектра накачки [6]. В дальнейшем рассмотрим случай, когда характерное время изменения интенсивности лазерного излучения намного больше времени релаксации T_2 . В этом случае реализуется стационарный режим ВКР. Для ВКР на вращательных переходах молекул азота $T_2 = 0,1$ нс при давлениях ~ 1 атм, стационарный режим ВКР реализуется для импульсов длительностью > 10 нс. Уравнения (1–3) приведем к безразмерному виду. Положим

$$\mathbf{x}_\parallel = z / (k_l a^2), \quad x_\perp = \mathbf{r}_\perp / a, \quad \xi_l = A_l / E_l^0, \quad \xi_s = A_s / E_l^0, \quad (7)$$

$$\tau = \theta / T_2, \quad q = Q / (|E_l^0|^2 T_2), \quad (8)$$

где a – характерный поперечный размер пучка накачки; E_l^0 – характерное значение модуля комплексной амплитуды накачки. Тогда из (1–3) получим:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_\perp} \xi_l + \frac{i}{2} \Delta_{x_\perp} \xi_l = \gamma B \xi_s q; \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_\parallel} \xi_s + \frac{1}{\alpha} \frac{i}{2} \Delta_{x_\perp} \xi_s = -B \xi_l q^*; \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} q + q = \xi_l \xi_s + f. \quad (11)$$

Здесь $B = \frac{1}{2} g l_0 k_l a^2$, $I_0 = |E_l^0|^2$ – характерное значение интенсивности накачки, $\alpha = k_l / k_s$,

$f = N / |E_l^0|^2$. Константа B имеет смысл инкремента усиления стоксовского излучения на дифракционной длине ka^2 лазерного пучка.

На начальном участке траектории истощением пучка накачки за счет ВКР можно пренебречь. Поэтому член в правой части (9) может быть отброшен. Произведем преобразование Фурье (10) и (11) по τ и исключим из уравнений (9–11) q . В результате система (9–11) преобразуется к виду

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_\perp} \xi_l + \frac{i}{2} \Delta_{x_\perp} \xi_l = 0; \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_\parallel} \xi_{s\beta} + \frac{1}{\alpha} \frac{i}{2} \Delta_{x_\perp} \xi_{s\beta} = \frac{B\alpha |\xi_l|^2}{1 + i\beta} \xi_{s\beta} + \frac{S}{1 + i\beta} \xi_l \tilde{n}, \quad (13)$$

где $\xi_{s\beta} = 1 / 2\pi \int e^{i\beta\tau} \xi_s(x_\parallel, x_\perp, \tau) d\tau$ – Фурье компонента ξ_s , \tilde{n} – случайный источник с корреляционной функцией

$$\langle \tilde{n}(\mathbf{x}_\parallel, \mathbf{x}_\perp, \beta) \tilde{n}^*(\mathbf{x}'_\parallel, \mathbf{x}'_\perp, \beta') \rangle = \delta(\mathbf{x}_\parallel - \mathbf{x}'_\parallel) \delta(\mathbf{x}_\perp - \mathbf{x}'_\perp) \delta(\beta - \beta'),$$

а $S = (4\pi(d\sigma/d\Omega) / k_s^{1/2})$. Граничное условие (6) преобразуется к виду

$$\langle \xi_{s\beta}(\mathbf{x}_\perp) \xi_{s\beta'}^*(\mathbf{x}'_\perp) \rangle = \chi / (I_0 T_2 a^2) \delta(\beta - \beta') \delta(\mathbf{x}_\perp - \mathbf{x}'_\perp).$$

Поскольку граничное условие для $\xi_{s\beta}$ и источник в уравнении (13) имеют гауссовскую статистику, то и решение линейного уравнения (13) представляет собой гауссовскую случайную функцию. Если мы интересуемся значением $\xi_s(x_\parallel, x_\perp, \tau)$ в некоторый фиксированный момент времени (например, $\tau = 0$), то,

очевидно, $\xi_s(x_{\parallel}, x_{\perp}, 0)$ будет представлять собой случайную функцию с гауссовской статистикой.

Представим член $\frac{|\xi_l|^2}{1+i\beta}$ входящий в (13), в виде $|\xi_l|^2 + |\xi_l^0|^2 \left(\frac{1}{1+i\beta} - 1 \right)$, который аппроксимирует

исходную функцию в области $\beta \approx 0$ всех x_{\parallel} и вблизи максимума $|\xi_l|^2$ для всех β , т.е. как раз в той области значений переменных β и x_{\perp} , где происходит наиболее существенное усиление стоковской волны. Тогда приближенное выражение для функции $\xi_s(x_{\parallel}, x_{\perp}, 0)$ можно представить в виде

$$\xi_s(x_{\parallel}, x_{\perp}, 0) = \left(\frac{S}{(2B)^{1/2}} + \frac{\chi}{E_0 T_2 a^2} \right) \left(\frac{\pi}{2B \int_0^{x_{\parallel}} |\xi_l^0|^2 dx} \right)^{1/4} \tilde{\xi}_s(x_{\parallel}, x_{\perp}), \quad (14)$$

где $\xi_l^0 = \max \xi_l$, а $\tilde{\xi}_s$ — решение уравнения

$$\frac{\partial}{\partial x_{\parallel}} \tilde{\xi}_s + \frac{1}{\alpha} \frac{i}{2} \Delta x_{\perp} \tilde{\xi}_s = B \alpha |\xi_l|^2 \tilde{\xi}_s \quad (15)$$

с граничным условием, представляющим собой гауссовскую случайную функцию, причем,

$$\langle \tilde{\xi}(x_{\perp}, 0) \tilde{\xi}^*(x'_{\perp}, 0) \rangle = \delta(x_{\perp} - x'_{\perp}). \quad (16)$$

Приближенное выражение (14) означает, что мы пренебрегаем эффектами, связанными с «переплетением» пространственных и временных переменных, например, с фокусировкой стоковского излучения «линзой», образованной пучком накачки.

Когда $|\xi_s|$ становится достаточно большим, членом, представляющим шумовой источник в правой части (11), можно пренебречь. В этом случае, исключая из уравнений (9–11) q , имеем

$$\frac{\partial}{\partial x_{\parallel}} \xi_l + \frac{i}{2} \Delta x_{\perp} \xi_l = -\gamma B \int_{-\infty}^0 \xi_s(\tau) \xi_s^*(\tau + \tau') \xi_l(\tau + \tau') e^{\tau} d\tau'; \quad (17)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_{\parallel}} \xi_s + \frac{i}{2\alpha} \Delta x_{\perp} \xi_s = B \int_{-\infty}^0 \xi_l(\tau) \xi_l^*(\tau + \tau') \xi_s(\tau + \tau') e^{\tau} d\tau'. \quad (18)$$

На начальном участке трассы, на котором можно пренебречь истощением накачки, происходит обужение линии стоковского излучения в $(M)^{1/2}$ раз (M — полный инкремент усиления стоковского излучения) [6]. Таким образом, в (17), (18) функции ξ_s , ξ_l в первом приближении можно считать медленно меняющимися функциями времени по сравнению с e^{τ} . В этом приближении уравнения (17–18) сводятся к уравнениям для ВКР-усиления монохроматического стоковского излучения в режиме истощения пучка накачки:

Соответственно решение задачи о ВКР-генерации сводится к решению уравнений (12) и (15) на начальном участке трассы, где реализуется ВКР в заданном поле накачки, и уравнений (19–20) в режиме истощения пучка накачки.

Поскольку уравнения (12, 15) и (19–20) совпадают с точностью до несущественного на начальном участке члена в правой части (19), решение (19–20) с учетом (14) дает решение задачи о ВКР как на начальном участке трассы, так и в режиме истощения пучка накачки.

Уравнения (19–20) решались численно методом расщепления по физическим факторам [7]. В качестве граничного условия для ξ_s при $x_{\parallel} = 0$ моделировалось 6-коррелированное поле (16). Проводилось усреднение по ансамблю реализаций граничных условий для ξ_s . Расчеты производились для исходного лазерного пучка гауссовской, супергауссовской ($I \sim \exp(-(r/a)^n)$ ($n = 4, 6, 8$), а также кольцевой формы. Пучки выбирались с одинаковыми значениями максимальной интенсивности и мощности. Значение параметра B изменялось от 50 до 300, что соответствовало режиму формирования и пространственно-когерентного (при малых B), и пространственно-некогерентного (при больших B) стоковских пучков.

На начальном участке трассы в поле лазерного излучения происходит формирование стоковской волны из шумовой затравки, обусловленной спонтанным излучением и вакуумными флуктуациями поля на границе среды. Далее, если длина трассы превышает некоторое пороговое значение $z_{\text{пор}}$, происходит

перекачка энергии из пучка накачки в стоксовский пучок. На рис. 1 приведены полученные в результате расчетов значения безразмерной длины трассы $x_{\text{пор}} = z_{\text{пор}}/ka^2$ для лазерных пучков различных профилей в зависимости от параметра $B = 1/2gI_0ka^2$. В качестве порогового выбиралось такое значение продольной координаты, при котором в стоксовский пучок перекачивалось $\approx 1\%$ энергии лазерного пучка.

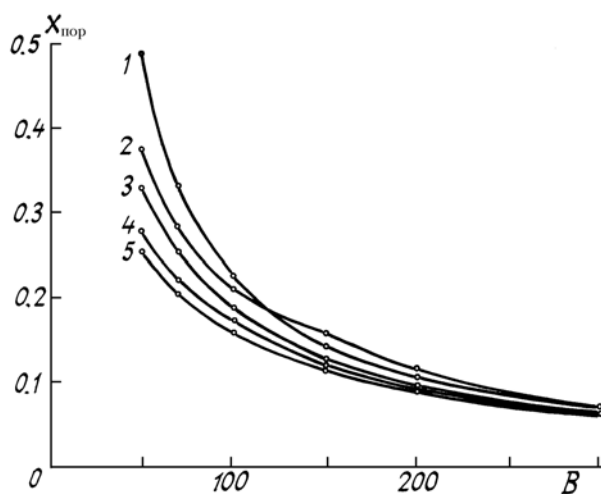


Рис. 1. Зависимость безразмерного значения пороговой длины трассы $x_{\text{пор}} = z_{\text{пор}}/ka^2$ от параметра $B = 1/2ka^2gI$ для исходных лазерных пучков различной формы: 1 – гауссовской, 2 – кольцевой, 3, 4, 5 – супергауссовской (3 – $n = 4$, 4 – $n = 6$, 5 – $n = 8$)

Помимо очевидного факта, что $x_{\text{пор}}$ уменьшается с ростом B , легко заметить, что для небольших значений B наблюдается существенная зависимость $x_{\text{пор}}$ от формы исходного лазерного пучка, причем с увеличением B эта зависимость становится менее заметной. Такое поведение $x_{\text{пор}}$ может быть обусловлено тем, что при небольших значениях B на начальном участке трассы существенно влияние френелевской дифракции лазерного пучка, при больших значениях B это влияние уменьшается. Кроме того, такое поведение порогового значения длины трассы может быть обусловлено зависимостью инкремента роста основных мод стоксовского излучения от формы падающего лазерного пучка и от параметра B [8, 9].

На участке трассы, где значение продольной координаты превышает пороговое значение $x_{\text{пор}}$, происходит перекачка энергии из лазерного в стоксовский пучок, (режим истощения пучка накачки). В этом режиме, вообще говоря, происходит некоторое увеличение расходимости стоксовского пучка. Наиболее заметно это увеличение для больших B . Так, для $B = 300$ расходимость увеличивается примерно в 3 раза. Для малых значений B это увеличение расходимости в режиме истощения пучка накачки становится менее существенным (например, для $B = 50$ оно практически не наблюдается). То же самое имеет место и для исходных лазерных пучков другой формы. Однако в этих случаях даже для больших значений B увеличение расходимости менее заметно.

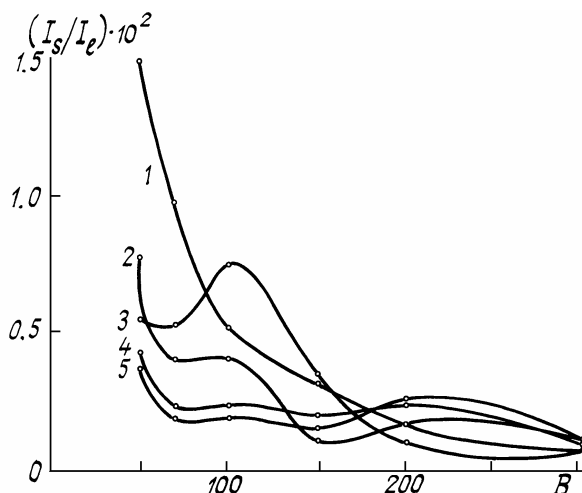


Рис. 2. Зависимость отношения интенсивности стоксовского излучения I_s при ВКР к интенсивности лазерного излучения I_l в отсутствие ВКР в дальней зоне от параметра $B = 1/2ka^2gI$ для исходных лазерных пучков различной формы: 1 – гауссовской, 2 – кольцевой, 3, 4, 5 – супергауссовской (3 – $n = 4$, 4 – $n = 6$, 5 – $n = 8$)

Поскольку результирующий стоксовский пучок имеет большую расходимость, он, после того как в него перекачивается энергия из пучка накачки, начинает расплываться, и его интенсивность уменьшается с ростом продольной координаты. На рис. 2 представлено отношение интенсивности стоксовского пучка на оси в дальней зоне к интенсивности лазерного пучка в дальней зоне в отсутствие ВКР в зависимости от параметра B для различных профилей исходного лазерного пучка. Видно, что для небольших значений B наблюдается существенная зависимость интенсивности прошедшего стоксовского пучка в дальней зоне от формы падающего пучка. С ростом B эта зависимость становится менее заметной. Кроме того, из рисунка видно, что зависимость интенсивности в дальней зоне от B (т.е. фиксированном радиусе пучка — от интенсивности падающего пучка) носит немонотонный характер.

При расчетах помимо средней интенсивности стоксовского пучка определялись также его дисперсия флуктуаций интенсивности, корреляционная функция и радиус корреляции. В табл. 1 представлены отношения радиуса стоксовского пучка r к его радиусу корреляции r_k в зависимости от B для гауссовского, кольцевого и супергауссовского ($n = 4$) исходных лазерных пучков.

Таблица 1

B	r/r_c		
	Пучки		
	гауссовский	супергауссовский	кольцевой
100	0,7	1,9	1,1
300	2,3	6,8	2,0
500	4,0	7,6	4,3

Таблица 2

B	$(\sigma_I)^{1/2}/I$		
	Пучки		
	гауссовский	супергауссовский	кольцевой
100	0,14	0,04	0,05
300	0,35	0,75	0,92
500	0,57	0,75	0,80

Квадрат этого отношения характеризует число неоднородностей пучка. Результаты приведены для значений продольной координаты, соответствующей почти полной ($\approx 80\%$) перекачке энергии в стоксовский пучок. По мере роста B это отношение увеличивается, что говорит о переходе к режиму формирования многомодового стоксовского пучка, причем этот переход для супергауссовских пучков осуществляется при меньших значениях B , чем для гауссовского и кольцевого. В табл. 2 представлены значения относительной дисперсии флуктуаций интенсивности стоксовской компоненты на оси пучка при тех же значениях продольной координаты, что и в табл. 1. Это отношение может характеризовать относительную глубину временной модуляции стоксовского пучка. Из таблицы видно, что с увеличением B глубина временной модуляции увеличивается. Приведенные результаты подтверждают необходимость использования для описаний ВКР при $B \geq 100$ двумерных по поперечным координатам параболических уравнений. Еще одним подтверждением этого служат приведенные на рис. 3 линии уровня интенсивности стоксовского излучения для одной реализации случайного стоксовского поля, которые могут иллюстрировать мгновенное распределение интенсивности в какой-то случайный момент времени. Линии уровня приведены для исходного лазерного пучка гауссовской формы и $B = 300$, при значении продольной координаты, соответствующей почти полной перекачке энергии в стоксовский пучок. Видно, что решение не является осесимметричным.

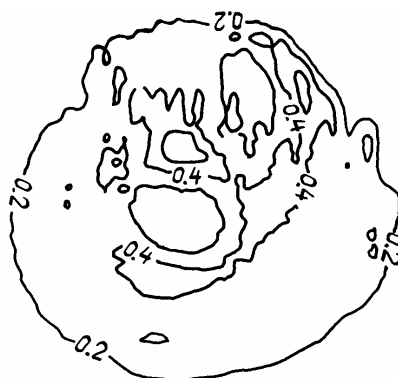


Рис. 3. Линии уровня интенсивности стоксовского пучка для одной реализации случайной стоксовской затравки. Исходный лазерный пучок гауссовской формы. $B = 300$

Проведенные расчеты позволяют сделать следующие выводы:

- 1). При небольших значениях мощности падающего пучка наблюдается сильная зависимость средней интенсивности прошедшего пучка от формы падающего (интенсивность изменяется в 3–4 раза).
- 2). При больших значениях мощности эта зависимость проявляется слабо.
- 3). Число неоднородностей прошедшего пучка зависит от формы падающего пучка во всем диапазоне мощностей падающего пучка.

1. Hennesian M.A., Swift C.D., Murray J.R. //Opt. Lett. 1985. V. 10. № 11. P. 565.
2. Бетин А.А., Пасманик А.Г. //Квантовая электроника. 1973. № 4 (16), С. 60.
3. Бетин А.А., Пасманик А.Г. //Квантовая электроника. 1975. Т. 2. № 11. С. 2403.
4. Садовников В.П., Стрелков Г.М., Шаляев М.Ф. //Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. №11. С. 1123.
5. Константинов К.К., Стародумов А.Н., Шленов С.А. //Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 12. С. 1291.
6. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука» 1981. С. 580.
7. Fleck J.A., Morris J.R., Feit M.D. //Appl. Phys. 1976. V. 10. P. 129.
8. Беспалов В.И., Пасманик Г.А. //ДАН, 1973. Т. 210. № 2. С. 309.
9. Коломиец Ю.Н., Лебедев С.С., Семенов Л.П. //Труды ИЭМ. 1990. Вып. 22 (144). С. 37.
10. Martin W.E., Wienfield R.J. //Appl. Opt. 1988. V. 27. № 3. P. 567.

Научно-производственное объединение «Тайфун»,
г. Обнинск

Поступила в редакцию
21 августа 1991 г.

Yu.N. Kolomiets, S.S. Lebedev, L.P. Semenov. Influence of SRS on the Propagation of Laser Beams of Various Profiles in the Atmosphere.

A problem on stationary stimulated Raman scattering of a laser beam is studied numerically. A two dimensional (cross-sectional) problem has been considered, which allowed formation of a spatially coherent and spatially noncoherent Stokes beams to be investigated. Laser beams of different spatial profiles were studied.