

МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ  
ОБРАБОТКА ДАННЫХ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

УДК 551.521+551.576

Е.А. Бабич, Г.А. Титов

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАЗОРВАННОЙ ОБЛАЧНОСТИ  
СО СЛУЧАЙНОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ ОТДЕЛЬНЫХ ОБЛАКОВ

Рассматриваются новые математические модели стохастически неоднородных облачных полей, учитывающие случайную геометрию отдельных облаков. Эти модели строятся на основе суммы независимых гауссовых случайных полей с убывающими дисперсиями и радиусами корреляции, что по сути весьма близко к так называемым каскадным процессам, используемым для моделирования фрактальных облаков. Наиболее близкими к реальным являются облачные поля, моделируемые на основе пуассоновского и суммы нормальных случайных полей. В рамках метода численного моделирования полей облачности и радиации разработаны алгоритмы метода Монте-Карло для вычисления линейных функционалов от средней интенсивности и оценено влияние случайной геометрии отдельных облаков на средние потоки видимой солнечной радиации.

В настоящее время общепризнанна необходимость учета стохастической геометрической структуры поля кучевых облаков при вычислении лучистых потоков и полей яркости системы «атмосфера — подстилающая поверхность». В существующих математических моделях кучевой облачности отдельные облака аппроксимируются простейшими геометрическими телами (цилиндры, параллелепипеды, усеченные параболоиды вращения и т. д.), тогда как форма реальных кучевых облаков является чрезвычайно изменчивой и нерегулярной в широком диапазоне масштабов. Геометрические объекты такой структуры принято называть фракталами, а для их описания используется математический аппарат теории меры множеств нецелой (фрактальной) Хаусдорфовой размерности [1, 2]. Описание некоторых способов моделирования фрактальных поверхностей можно найти в [3].

В [4, 5] для моделирования облачного поля предлагается использовать  $n$ -шаговые каскадные процессы. Несомненным достоинством каскадов является возможность построения облаков заданной фрактальной размерности, оценки которой для реальных облаков получены на основе анализа спутниковых данных [6–8]. Однако огромная трудоемкость моделирования каскадных процессов требует очень больших затрат машинного времени современных компьютеров при численном построении облачных полей даже в относительно небольших пространственных областях, что делает практически невозможным вычисление статистических характеристик поля излучения путем усреднения решения стохастического уравнения переноса по ансамблю реализаций таких полей.

В данной статье более простые, идейно близкие к каскадным математические модели кучевой облачности, учитывающие случайную геометрию отдельного облака, предлагается строить на основе суммы однородных изотропных гауссовых полей с заданными корреляционными функциями. В рамках метода численного моделирования полей облачности и радиации оценено влияние случайной геометрии отдельного кучевого облака на средние потоки видимой солнечной радиации.

1. Гауссовская модель кучевой облачности

Для цельности изложения дадим краткое описание гауссовой модели кучевой облачности [9], на основе которой далее будем строить математические модели, учитывающие нерегулярную случайную геометрию отдельных облаков.

В этой модели предполагается, что нижней границей облачности является плоскость  $z = h_0$ , а верхняя граница  $z = w(x, y)$  задается выражением

$$w(x, y) = h_0 + \max(|v(x, y)| - c, 0), \quad c > 0, \quad (1)$$

где  $v(x, y)$  — однородное гауссовское поле с нулевым средним, корреляционной функцией  $K(x, y)$  и дисперсией  $\sigma^2 = K(0, 0)$ . Входные параметры модели ( $c$ ,  $\sigma$  и корреляционная функция  $K(x, y)$ ) можно связать с экспериментально определяемыми величинами: баллом облачности  $N$ , средним горизонтальным  $D$  и вертикальным  $H$  размерами облаков.

Нетрудно показать, что балл облачности определяется из соотношения

$$N = 2(1 - \Phi(c/\sigma)), \quad (2)$$

где  $\Phi(x)$  — функция стандартного нормального распределения. Средний диаметр находится из соотношения, полученного на основании формулы(45) — (51) из [10]:

$$D = \sigma \frac{4\sqrt{2\pi} N(c/\sigma)^{-1} \exp(c^2/2\sigma^2)}{\sqrt{k_{20} k_{02} - k_{11}^2}}, \quad (3)$$

где  $k_{ij} = -\left. \frac{\partial K(x, y)}{\partial x^i \partial y^j} \right|_{x=y=0}$ .

Допустим, что известна функция средней высоты облаков  $\hat{H}(d)$  от параметра  $d$  для вспомогательной модели

$$\hat{w}(x, y) = h_0 + \max(|\hat{v}(x, y)| - d, 0),$$

где  $\hat{v}(x, y)$  — однородное гауссовское поле с той же нормированной корреляционной функцией, что и у  $v(x, y)$ , но с единичной дисперсией. Тогда для средней высоты облаков очевидно равенство

$$H(c) = \sigma \hat{H}(c/\sigma). \quad (4)$$

Далее повсюду будем предполагать изотропность облачных полей. Это разумно по двум причинам: во-первых — неизотропные структуры легко получаются из изотропных путем изменения масштаба по одной из осей координат, а во-вторых — облегчается алгоритм вычислений. В этом случае в [11] для  $\hat{H}(d)$  используется выражение

$$\hat{H}(d) = \int_d^\infty (h - d) p(h) dh / \int_d^\infty p(h) dh, \quad (5)$$

где плотность вероятности значений локальных максимумов  $p(h)$  на основании [12] имеет вид

$$p(h) = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \left\{ \exp\left(\frac{-\alpha h^2}{2\alpha - 3}\right) h \sqrt{\frac{3(2\alpha - 3)}{\alpha^2}} + \frac{3\sqrt{2\pi}}{2\alpha} \exp(-h^2/2) (h^2 - 1) (1 + \operatorname{erf}(\beta)) + \right. \\ \left. + \sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{3(\alpha - 1)}} \exp\left(\frac{-\alpha h^2}{2(\alpha - 1)}\right) (1 + \operatorname{erf}(\gamma)) \right\}, \quad (6)$$

$$\beta = h \sqrt{\frac{3}{2(2\alpha - 3)}}, \quad \gamma = h \sqrt{\frac{\alpha}{(2\alpha - 2)(2\alpha - 3)}},$$

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt, \quad \alpha = -\sigma^2 k_{40} / k_{20}^2.$$

Задача численного построения модели сводится к моделированию однородного изотропного гауссовского поля с заданной корреляционной функцией, для приближенного моделирования которого в [9] предлагается использовать метод рандомизации спектра [13], модифицированный для изотропных полей. Спектральная мера изотропного поля на плоскости обладает круговой симметрией, а корреляционная функция имеет вид

$$K(x, y) = K(r) = \sigma^2 \int_0^\infty J_0(\rho r) \mu(d\rho),$$

где  $r^2 = x^2 + y^2$ ;  $J_0(z)$  — функция Бесселя первого рода с нулевым индексом;  $\mu(d\rho)$  — радиальная спектральная мера на  $[0; +\infty)$ .

Спектральное пространство разбивается на секторы и концентрические кольца, точки рандомизированного спектра располагаются на окружностях, а приближенное моделирование гауссовского поля проводится по формуле

$$v(x, y) = \frac{\sigma}{\sqrt{I}} \sum_{j=1}^J a_j \sum_{i=1}^I \sqrt{-\ln(\hat{\alpha}_{ij})} \cos((x_{pj} \cos \omega_i + y_{pj} \sin \omega_i) + 2\pi \hat{\beta}_{ij}), \quad (7)$$

где  $\rho_j, w_i$  — полярные координаты точек спектра;  $a_j$  — коэффициенты, связанные с разбиением спектрального пространства;  $\hat{\alpha}_{ij}, \hat{\beta}_{ij}$  — независимые случайные величины, равномерно распределенные на  $[0, 1)$ .

Пусть спектральная мера сосредоточена на окружности с радиусом  $\rho$ , тогда для корреляционной функции получаем  $K(r) = \sigma^2 J_0(\rho r)$  и соотношение (7) записывается в виде

$$v(x, y) = \frac{\sigma}{\sqrt{I}} \sum_{i=1}^I V^{-\ln(\hat{\alpha}_i)} \cos((x\rho \cos w_i + y\rho \sin w_i) + 2\pi\hat{\beta}_i). \quad (8)$$

Для заданной спектральной меры  $\kappa_{20} = 1/2\sigma^2\rho^2$ ,  $\kappa_{40} = -3/8\sigma^2\rho^4$ ,  $\alpha = 1,5$  и из (6) следует

$$p(h) = \frac{2\sqrt{3}}{2\pi} (h^2 - 1 + e^{-h^2}) e^{-h^2/2}, \quad h \geq 0. \quad (9)$$

При задании входных параметров модели используются формулы (2)–(5) с учетом (9) и соответствующих значений  $\kappa_{ij}$ , величина  $\hat{H}(d)$  оценивается численно.

Для удобства рассмотренную выше модель облачного поля будем называть  $G_1$ -моделью. Горизонтальные и вертикальные сечения выборочных реализаций облачности, построенные на основе гауссовской и пуассоновской [14] моделей, приведены на рис. 1 и 2. Из рисунков видно, что вертикальные сечения облаков  $G_1$ -модели хорошо аппроксимируются вертикальными сечениями усеченных параболоидов. В отличие от пуассоновской в  $G_1$ -модели пространственная структура облачного поля выглядит менее реалистично, поскольку является более упорядоченной (см. рис. 1, а и 2, а).

Нерегулярная причудливая форма реальных облаков обусловлена тем, что в атмосфере присутствуют хаотические движения различных масштабов. Рассмотренная выше модель облачности может лишь более или менее корректно описать влияние достаточно крупномасштабных атмосферных движений на формирование геометрии облаков. По этой причине модель описывает лишь общие очертания отдельных облаков и не может воспроизвести детали геометрической структуры.

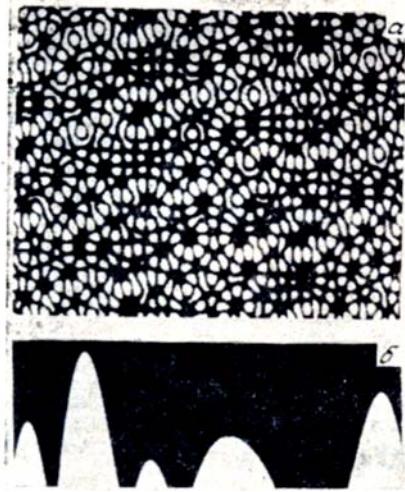


Рис. 1. Случайная реализация облачного поля для  $G_1$ -модели; а — горизонтальное сечение плоскостью  $z = h_0$  (область  $25 \times 25$  км); б — вертикальное сечение (длина реализации 3 км)

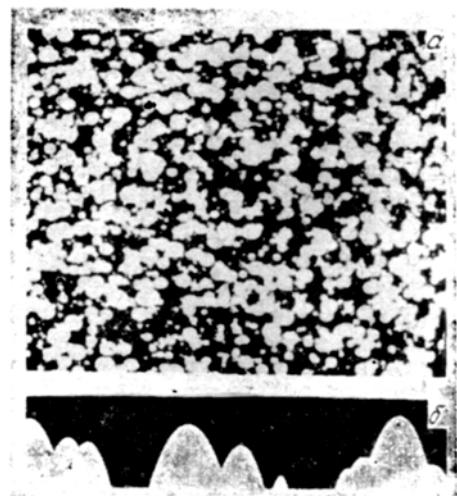


Рис. 2. Случайная реализация облачного поля для пуассоновской модели: а — горизонтальное сечение плоскостью  $z = h_0$  (область  $25 \times 25$  км); б — вертикальное сечение (длина реализации 5 км)

Этот недостаток можно устранить, если суммировать и независимых гауссовских полей с уменьшающимися дисперсиями и радиусами корреляции ( $G_n$ -модель), что позволит в какой-то степени учесть влияние атмосферных движений различного масштаба на геометрическую форму моделируемых облаков.

Пусть в модели (1)  $v(x, y) = \sum_{i=1}^n v_i(x, y)$ . Здесь  $v_i(x, y)$  — независимые однородные изотропные гауссовские поля с нулевыми средними и корреляционными функциями  $K_i(r) = \sigma_i^2 J_0(\rho_i r)$ , где  $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ , а  $\sigma_i$  и  $\rho_i$  удовлетворяют неравенствам

$$\begin{cases} \sigma_{i+1} < \sigma_i, \\ 1/\rho_{i+1} < 1/\rho_i, \end{cases} \quad i = 1, \dots, n-1.$$

Поскольку суммируемые поля являются независимыми, то для дисперсии и корреляционной функции результирующего поля имеем следующие выражения:

$$\sigma_v^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2; K_v(r) = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 J_0(\rho_i r).$$

Заметим, что в силу устойчивости гауссовских распределений поле  $v(x, y)$  также будет гауссовским, а значит, для настройки параметров модели по известным значениями  $N, D$  и  $H$  можно использовать соотношения (2)–(6). Однако система является неполной, поэтому однозначно можно определить лишь 3 параметра модели, например,  $\sigma_1, \rho_1$  и  $c$ , а остальные  $\sigma_2, \dots, \sigma_n, \rho_2, \dots, \rho_n$  считать известными. Вместо последних параметров удобно использовать  $\lambda_2, \dots, \lambda_n$  и  $\mu_2, \dots, \mu_n$ , которые задаются априори и связывают дисперсии и радиусы корреляции следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_i = \lambda_i \sigma_1, \\ 1/\rho_i = \mu_i / \rho_1, \end{cases} \quad i = 2, \dots, n. \quad (10)$$

Полученную модель назовем  $G_n$ -моделью (индекс указывает на количество суммируемых полей).

Численный алгоритм моделирования полей облачности  $G_n$ -модели очевиден: по формуле (8) независимо моделируются  $n$  гауссовских полей, а затем берется их сумма. Изображения облачности, построенной суммированием двух гауссовских случайных полей ( $G_2$ -модель), приведены на рис. 3.

В отличие от  $G_1$ -модели отдельные облака имеют более нерегулярную форму очертаний, которая, вообще говоря, еще значительно отличается от геометрической формы реальных облаков.



Рис. 3. Случайная реализация облачного поля для  $G_2$ -модели ( $\lambda = 0,05, \mu = 0,1$ ;  $N = 0,5; D = H = 0,25$  км):  $a$  — горизонтальное сечение плоскостью  $z = h_0$  (область  $1 \times 1$  км);  $b$  — вертикальное сечение (длина реализации 1 км)

## 2. Пуассон-гауссовская модель кучевой облачности

Как уже отмечалось, в отличие от пуассоновских гауссовские случайные поля являются более упорядоченными, но в принципе позволяют моделировать облака случайной геометрической формы. Преимущества обеих моделей можно объединить, если строить облачность на совокупности пуассоновского индикаторного поля ( $P$ -модель) и  $G_n$ -модели.

Пусть  $v(x, y)$  — сумма  $n$  независимых гауссовских полей с уменьшающимися радиусами корреляций и дисперсиями из  $G_n$ -модели. Наряду с  $v(x, y)$  рассмотрим пуассоновское индикаторное поле, образованное совокупностью усеченных параболоидов вращения фиксированного диаметра  $D_0$  и высоты  $H_0$ . Центры облаков  $r_{01}, \dots, r_{0m}$ , за которые примем геометрические центры фигур, расположены в одной плоскости  $z = h_0$ . Напомним, что случайное число  $m$  облаков моделируется в соответствии с распределением Пуассона, а координаты центров равномерно распределены в пространстве.

Пусть  $\mathbf{n}(r_{pj}) = (n_x(r_{pj}), n_y(r_{pj}), n_z(r_{pj}))$  — вектор внешней нормали в точке  $\mathbf{r}_{pj} = (x_{pj}, y_{pj}, z_{pj})$  к параболоиду с центром в точке  $\mathbf{r}_{0j}$ , где  $j = 1, \dots, m$ . Определим взаимно однозначное отображение  $L$ :  $\mathbf{r}_{pj} = (x_{pj}, y_{pj}, z_{pj}) \rightarrow \mathbf{r}_j = (x_j, y_j, z_j)$  по правилу

$$\begin{cases} x_j = x_{pj} + n_x(\mathbf{r}_{pj}) |v(x_{pj}, y_{pj})| \\ y_j = y_{pj} + n_y(\mathbf{r}_{pj}) |v(x_{pj}, y_{pj})| \\ z_j = z_{pj} + n_z(\mathbf{r}_{pj}) |v(x_{pj}, y_{pj})| \end{cases} \quad j = 1, \dots, m.$$

Такое отображение, фактически представляющее собой «натягивание» модуля суммы гауссовых полей на параболоиды в направлении внешней нормали, переведет гладкие параболоиды в некоторые случайные геометрические тела. Ограничиваая эти фигуры снизу плоскостью  $z = h_0$ , получим математическую модель кучевой облачности, в которой отдельные облака имеют случайную геометрию.

Очевидно, что результирующее поле не будет гауссовским, поэтому математический вопрос о вероятностных свойствах такого поля остается открытым. Из-за использования нелинейной процедуры  $L$  решение этого вопроса представляет собой достаточно сложную задачу, в частности, совсем не тривиальным является вывод аналитических выражений даже для таких сравнительно простых статистических характеристик, как математическое ожидание и корреляционная функция. На первом этапе исследований целесообразно прежде всего оценить влияние стохастической геометрии отдельных облаков на радиационные характеристики облачного поля. Если это влияние окажется существенным, то затем перейти к более детальному физическому обоснованию и подробному исследованию вероятностных свойств предлагаемой математической модели разорванной облачности.

В данной модели, которую будем называть  $PG_n$ -моделью, используются 3 группы входных параметров:

1) параметры  $P$ -модели (без «натянутой» на параболоиды суммы гауссовых полей): диаметр  $D_0$  и высота  $H_0$  параболоидов, а также балл облачности  $N_0$  (назовем его для удобства «начальным»), определяющий среднее число  $v$  центров облаков на единицу площади;

2)  $\sigma_1, \rho_1$ , которые целесообразно выбирать в соответствии с заданными значениями  $D_0$  и  $H_0$ ;  
3) параметры  $\lambda_i, \mu_i, i = 2, \dots, n$ , которые задаются самым простым способом:  $\lambda_i = 1/2^{i-1}$ ,  $\mu_i = 1/2^{i-1}$ .

Поскольку количество центров облаков фиксировано, а их средние горизонтальные размеры при добавлении модуля гауссовых полей увеличиваются, то реальный балл облачности  $N$  больше или равен  $N_0$  и рассчитывается численно. Средняя высота облаков находится по формуле  $\langle H \rangle = H_0 + H_g$ , где  $H_g = \sigma_v / \sqrt{2\pi}$  — среднее увеличение высоты облаков за счет добавления гауссового поля  $v(x, y)$ . Значение  $\langle D^2 \rangle$  рассчитывается исходя из следующих соображений. Среднее число  $v$  центров облаков на единицу площади определяется следующим выражением [14]:

$$v = \frac{4 \ln(1 - N_0)}{\pi D_0^2} = \frac{4 \ln(1 - N)}{\pi \langle D^2 \rangle}.$$

Следовательно,

$$\langle D^2 \rangle = \frac{\ln(1 - N) D_0^2}{\ln(1 - N_0)}.$$

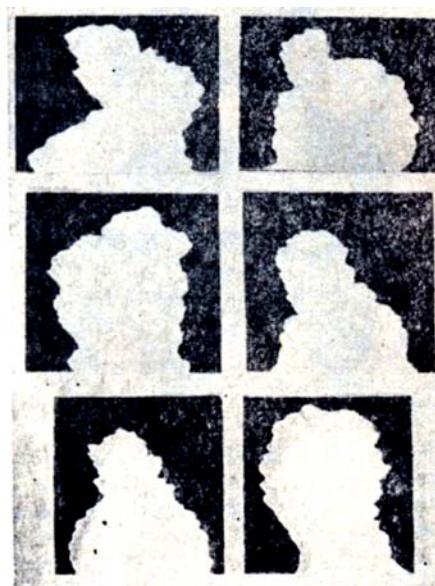


Рис. 4. Вертикальные сечения случайных реализаций отдельных облаков для  $PG_n$ -модели

Задача численного построения  $PG_n$ -модели сводится к независимому моделированию двух случайных полей. Алгоритм моделирования однородного изотропного гауссовского поля с заданной корреляционной функцией был изложен выше. Алгоритм моделирования пуассоновского индикаторного поля можно найти в [14]. На рис. 4 приведены изображения реализаций облаков для  $PG_n$ -модели. Как видно, получаются чрезвычайно интересные картины, достаточно близкие к наблюдаемым кучевым облакам.

### 3. Вычисление радиационных характеристик кучевой облачности

Расчеты средних потоков ( $\langle A \rangle$  – альбедо,  $\langle S \rangle$  и  $\langle Q_s \rangle$  – прямое и пропущенное рассеянное излучение) кучевой облачности проводились для излучения с длиной волны  $\Lambda = 0,69$  мкм. Рассеяние и поглощение в безоблачной атмосфере не учитывались. Предполагалось, что облака являются рассеивающей средой с  $\Sigma = 30 \text{ км}^{-1}$ . Траектории фотонов моделировались с использованием метода максимального сечения. Расчеты проводились для  $PG_1$ -модели при следующих входных параметрах:  $N_0 = 0,1, 0,3, 0,5; D_0 = 1,0 \text{ км}; H_0 = 1,0 \text{ км}, \sigma = 0,075 \text{ км}; \rho = 30 \text{ км}^{-1}$ . При заданных параметрах модели балл облачности  $N = 0,13; 0,373; 0,593$ ; средняя высота и среднеквадратический горизонтальный размер облаков равны  $\langle H \rangle = 1,06 \text{ км}, \langle D^2 \rangle^{1/2} = 1,143 \text{ км}$ . Для оценки влияния случайной геометрии кучевых облаков на средние потоки видимой солнечной радиации параллельно рассчитывались соответствующие радиационные характеристики для  $P$ -модели при тех же самых баллах облачности  $N$ , горизонтальном размере  $\langle D^2 \rangle^{1/2} = 1,143 \text{ км}$  и высоте  $\langle H \rangle = 1,06 \text{ км}$  облаков, аппроксимируемых параболоидами вращения. Сравнительные результаты расчетов приведены в таблице.

$\xi_\odot^*$	$N$	$\langle S \rangle$		$\langle G_S \rangle$		$\langle A \rangle$	
		$P$	$PG_1$	$P$	$PG_1$	$P$	$PG_1$
0	0,130	0,879	0,880	0,069	0,075	0,052	0,046
	0,373	0,633	0,641	0,200	0,204	0,167	0,156
	0,593	0,411	0,403	0,307	0,304	0,281	0,294
30	0,130	0,860	0,854	0,077	0,084	0,063	0,062
	0,373	0,611	0,586	0,208	0,225	0,181	0,189
	0,593	0,388	0,354	0,302	0,330	0,309	0,316
60	0,130	0,769	0,684	0,118	0,181	0,113	0,135
	0,373	0,415	0,281	0,265	0,364	0,320	0,354
	0,593	0,195	0,086	0,336	0,398	0,469	0,516
80	0,130	0,482	0,453	0,225	0,257	0,293	0,290
	0,373	0,085	0,076	0,339	0,335	0,576	0,589

$\xi_\odot$  – зенитный угол Солнца.

Различия между средними потоками прямой  $\langle S \rangle$  и рассеянной пропущенной радиации  $\langle Q_s \rangle$ , рассчитанными в  $P$ - и  $PG_1$ -моделях, достигают существенных значений (особенно в области средних зенитных углов Солнца, где максимальны отличия между соответствующими вероятностями закрытости Солнца облаками). Этот результат представляется важным, если учесть то обстоятельство, что реальные подстилающие поверхности не являются ламбертовскими и их коэффициенты отражения зависят от углового распределения солнечной радиации на уровне этой поверхности. Можно надеяться, что при использовании  $PG_n$ -моделей с  $n \approx 5-6$  случайная геометрическая форма облаков может существенно отличаться от параболоидов (см. рис. 5) и указанные выше различия будут еще более существенными не только для средних потоков пропущенного излучения, но и для средних альбедо.

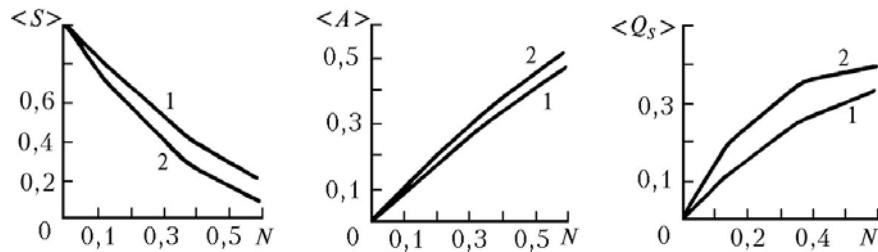


Рис. 5. Зависимость средних потоков  $\langle S \rangle$ ,  $\langle A \rangle$  и  $\langle Q_s \rangle$  от случайной геометрии отдельных облаков при  $\xi_\odot = 60^\circ$ ,  $\Sigma = 30 \text{ км}^{-1}$ ,  $\langle H \rangle = 1,06 \text{ км}$ ,  $\langle D^2 \rangle^{1/2} = 1,143 \text{ км}$  (кривая 1 – расчеты для пуассоновской, 2 – для пуассоно-гауссовой  $PG_1$ -модели)

Результаты сравнения позволяют сделать предварительный вывод о том, что из-за нелинейной зависимости радиационного поля от характеристик облаков случайная геометрическая форма отдельных кучевых облаков может оказывать существенное влияние на перенос солнечного излучения в кучевой облачности.

1. Mandelbrot B. B. *The fractal geometry of nature*. New York. W. H. Freeman and Co. 1982. 465 p.
2. Falconer K. I. *The geometry of fractal sets*. Cambridge: Cambridge university press, 1985. 162 p.
3. Федер Е. *Фракталы*. М.: Мир, 1991. 254 с.
4. Mandelbrot B. B. // *Fluid Mechanics*. 1974. V. 62. P. 331–358.
5. Shertzer D.. Lovejoi S. // *Fractals: the physical origin and consequences*/ Edit. by L. Pietronero. Plenum press. 1990. P. 49–79.
6. Lovejoi S. // *Science*. 1982. V. 216. P. 185–187.
7. Rhys F. S., Waldvogel A. // *Phys. Rev. Lett.* 1986. V. 56. № 7. P. 784–787.
8. Cahalan R. F., Joseph J. H. // *Monthly weather review*. 1989. V. 117. P. 261–272.
9. Каргин Б. А., Пригарин С. М. Моделирование стохастических полей кучевой облачности и исследование их радиационных свойств методом Монте-Карло. Новосибирск, 1988. 18 с. (Препринт/ВЦ СО АН СССР. № 817).
10. Свешников А. А. *Прикладные методы теории случайных функций*. М.: Наука, 1968. 252 с.
11. Пригарин С. М. Моделирование случайных полей и решение некоторых стохастических задач атмосферной оптики методом Монте-Карло: Дис. канд. физ.-мат. наук (01.01.07). Новосибирск ВЦ СО АН СССР, 1990. 125 с.
12. Тихонов В. И. Нелинейные преобразования случайных процессов. М.: Радио и связь, 1986. 296 с.
13. Михайлов Г. А. // *Докл. АН СССР*. 1978. Т. 238. № 4. С. 793–795.
14. Титов Г. А. // *Оптика атмосферы*. 1988. Т. 1. № 4. С. 3–18.

Институт оптики атмосферы СО РАН,  
Томск

Поступила в редакцию  
10 января 1992 г.

E. A. Babich, G. A. Titov. **Mathematical Models of a Broken Cloud Field with a Random Geometry of Individual Clouds.**

Some new mathematical models of stochastically inhomogeneous cloud fields, allowing for a random geometry of an individual cloud are considered. These models are constructed using a sum of independent Gaussian random field with decreasing variances and radii of correlation that, in fact, are very close to so-called cascade processes used for modeling fractal clouds. The cloud field models constructed based on the use of a Poisson and a sum of normal random fields are most close to actual cloud fields. Within the frameworks of numerical simulation methods for modeling the cloud fields radiation some algorithms of the Monte-Carlo method have been constructed for calculating linear functional of mean intensity. Influence of random geometry of individual clouds on the mean fluxes of solar radiation in the visible region is estimated.