<Оптика атмосферы и океана>, **6**, №11 (1993)

РАССЕЯНИЕ И ПЕРЕНОС ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

УДК 535.361:535.317.1

А.Н. Валентюк

АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕОРИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В МАКРОНЕОДНОРОДНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ РАССЕИВАЮЩИХ СРЕДАХ

Описаны основные идеи двух новых методов решения стохастического уравнения переноса [приближения локальной однородности и линейного (квадратического) приближения]. В малоугловом приближении представлены выражения для моментов коэффициента пропускания стохастической среды. Обсуждены вопросы анализа переноса оптического изображения через стохастическую рассеивающую среду.

В последнее время общепризнано, что для наиболее полного описания распространения излучения через атмосферу Земли необходимо привлекать статистические методы анализа физических процессов. Применение этих методов позволяет построить наиболее адекватные математические модели земной атмосферы, учитывающие стохастическое изменение ее параметров в пространстве и времени, а также дать статистическое описание распространения оптического излучения через эту среду [1]. Основная задача этого подхода состоит в установлении взаимосвязи между статистическими характеристиками параметров рассеяния среды (например, плотностями вероятности, средними значениями и дисперсиями) и аналогичными характеристиками полей излучения.

Для практического применения наибольший интерес представляют два типа статистических моделей атмосферы – одно- и трехмерные. В рамках одномерной стохастической модели параметры атмосферы моделируются одномерными случайными функциями высоты, в рамках трехмерной эти параметры являются случайными функциями трех пространственных координат (случайными полями). При этом более простая одномерная модель является хорошим приближением для моделирования распространения света в безоблачной атмосфере и сплошной облачности, а более сложная трехмерная модель позволяет описать влияние пространственных флуктуаций параметров среды, имеющих место как для безоблачных условий, так и для тумана [2].

Наиболее ярким примером среды с трехмерными случайными флуктуациями параметров рассеяния является атмосфера с кучевой облачностью.

Уровень пространственных флуктуаций параметров рассеяния атмосферы удобно характеризовать безразмерной величиной $S = M\{\varepsilon\} l_\varepsilon$. Здесь и далее $M\{\varepsilon\}$ определяет среднее значение случайной величины ε, l_ε – пространственный масштаб флуктуаций показателя ослабления ε. При $S < 1$ флуктуации показателя ослабления можно считать слабыми, при $S > 1$ – сильными. Для реальных природных условий характерны следующие значения S: для безоблачных условий $S \simeq 10^{-2} \div 10^{-1}$, для туманов $S \simeq 10^{-1} \div 10^{1}$, для кучевой облачности $S \simeq 10^{1} \div 10^{2}$.

В настоящее время теория переноса излучения в макронеоднородных стохастических средах лишь начинает развиваться. В ее основе лежат численные и аналитические методы решения стохастического уравнения переноса, в котором параметры рассеяния рассматриваются как трехмерно-неоднородные случайные функции. Наибольшее продвижение в разработке численных методов решения этого уравнения достигнуто при описании распространения солнечного излучения в кучевой облачности методом Монте-Карло [3, 4]. Первые аналитические решения стохастического уравнения переноса были получены в [5, 6] в предельном случае $S \ll 1$.

В последние годы разработаны гораздо более эффективные методы аналитического решения стохастического уравнения переноса, справедливые для призвольных значений параметра S и основанные на малоугловом приближении уравнения переноса – линейное (квадратическое) и локальной однородности приближения.

В настоящей статье дается обзор основных идей этих методов и намечаются некоторые дальнейшие пути развития аналитической теории.

Приближение локальной однородности

В рамках теории переноса световые поля от различных излучателей удобно находить зная функцию Грина $G_0(\mathbf{\rho}_0; \mathbf{r}; \Omega_0; \mathbf{\Omega})$, которая описывает световое поле, создаваемое в точке $\mathbf{r}$ в направлении $\mathbf{\Omega}$ точечным мононаправленным излучателем, находящимся в плоскости $z = 0$ в точке, определяемой радиусом-вектором $\mathbf{\rho}_0$ и излучающим в направлении $\mathbf{\Omega}_0$. Для горизонтально-однородной среды функция Грина пространственно инвариантна и имеет вид

$$G_0(\mathbf{\rho}_0; \mathbf{r}; \mathbf{\Omega}_0; \mathbf{\Omega}) = G_0(\mathbf{\rho} - \mathbf{\rho}_0 - z\,\mathbf{\Omega}_\perp / \Omega_z; z; \mathbf{\Omega}_0; \mathbf{\Omega}), \tag{1}$$

где $\mathbf{\rho}$ и $\mathbf{\Omega}_\perp$ – проекции векторов $\mathbf{r}$ и $\mathbf{\Omega}$ на плоскость $z = 0$; Ω_z – направляющий косинус единичного вектора $\mathbf{\Omega}$ с координатной осью z. Трехмерно-неоднородную стохастичную среду можно приближенно считать горизонтально однородной лишь в пределах малой области, размеры которой меньше горизонтального масштаба флуктуаций параметров рассеяния среды $l_\perp$. Поэтому если поперечная ширина функции Грина $R_\perp < l_\perp$, то можно считать, что функция Грина в пределах этой зоны также пространственно инвариантна и ее вид определяется только законом изменения параметров рассеяния по оси пучка. Основываясь на этих соображениях, для функции Грина G трехмерно-неоднородного стохастического слоя имеем

$$G_0(\mathbf{\rho}_0; \mathbf{r}; \mathbf{\Omega}_0; \mathbf{\Omega}) \approx G_0(\mathbf{\rho}_0; \mathbf{\rho} - \mathbf{\rho}_0; z; \mathbf{\Omega}_0; \mathbf{\Omega}), \tag{2}$$

где G_0 – функция Грина для горизонтально-однородной среды, имеющей в направлении $\mathbf{\Omega}_0$ характеристики рассеяния, аналогичные характеристикам рассеяния трехмерно-неоднородного слоя вдоль оси функции Грина. Кроме того, так как мы предполагаем, что в горизонтальном направлении в пределах ширины функции Грина $R_\perp$ параметры рассеяния не меняются, функция Грина G_0 будет примерно равна функции Грина G_0', определенной для горизонтально-однородной среды, имеющей характеристики рассеяния, совпадающие с характеристиками рассеяния трехмерно-неоднородного слоя в направлении единичного вектора $\mathbf{\Omega}$, расположенного в точке $\mathbf{r}$:

$$G_0(\mathbf{\rho}_0; \mathbf{r}; \mathbf{\Omega}_0; \mathbf{\Omega}) \approx G_0'(\mathbf{\rho}; \mathbf{\rho} - \mathbf{\rho}_0; z; \mathbf{\Omega}_0; \mathbf{\Omega}). \tag{3}$$

Соотношения (2)–(3) составляют основу приближения локальной однородности. В рамках этого приближения задача нахождения функции Грина трехмерно-неоднородной стохастической среды, по сути дела, сводится к гораздо более простой задаче нахождения функции Грина одномерной стохастической среды. Стохастические реализации яркости световых полей $I(\mathbf{r}; \mathbf{\Omega})$ от произвольных источников радиации с пространственно-угловым распределением яркости $I_0(\mathbf{r}; \mathbf{\Omega})$ в этом случае могут быть найдены по формулам:

$$I_0(\mathbf{r};\mathbf{\Omega}) = \int\!\!\int d\mathbf{\rho}_0\, d\mathbf{\Omega}_0\, I_0(\mathbf{r}_0;\mathbf{\Omega}_0)\, G_0(\mathbf{\rho}_0;\mathbf{\rho}-\mathbf{\rho}_0;z;\mathbf{\Omega}_0;\mathbf{\Omega}) \approx \int\!\!\int d\mathbf{\rho}_0\, d\mathbf{\Omega}_0\, I_0(\mathbf{r}_0;\mathbf{\Omega}_0)\, G_0'(\mathbf{\rho}_0;\mathbf{\rho}-\mathbf{\rho}_0;z;\mathbf{\Omega}_0;\mathbf{\Omega}), \tag{4}$$

а статистические параметры световых полей – путем статистического усреднения этих выражений.

При практическом применении формул (4) функции Грина G_0 и G_0' могут быть найдены любым удобным способом. Однако в настоящее время методы моделирования световых полей развиты лишь при использовании малоуглового приближения уравнения переноса. Это связано с тем, что в рамках этого приближения задача сводится к хорошо развитым разделам теории случайных полей – теории характеристических функций и функционалов [7, 8]. Используя результаты этих разделов, в [1, 10, 11] был предложен ряд моделей стохастических сред, которые позволяют достаточно просто описывать перенос оптического излучения. В рамках этих моделей оказалось возможным находить не только средние значения распространяющихся полей, но и в ряде случаев моменты произвольного порядка и плотности вероятности. Расчетную схему в этом случае продемонстрируем на примере нахождения статистических характеристик коэффициента пропускания стохастического слоя при солнечном освещении на основе гауссовой модели слоя. В этом случае $I_0(\rho; \mathbf{\Omega}) = I_0\delta(\mathbf{\Omega} - \mathbf{\Omega}_0)$, где δ – дельта-функция; I_0 – интенсивность падающего пучка, и в малоугловом приближении [12] коэффициент пропускания

$$T_0(\mathbf{r}; \mathbf{\Omega}_0) = \exp\left\{ \int_0^{z_0} k^*(\mathbf{r}'_u)\, d\,u/\mu_0 \right\}, \tag{5}$$

где z_0 – толщина слоя; k^* – эффективный коэффициент поглощения среды [12], $\{\mathbf{r}'_u\} = \{\rho - \mathbf{b}(z_0 - u); u\}$, $\mathbf{b} = \mathbf{\Omega}_{0\perp}/\mathbf{\Omega}_{0z}$, $\mathbf{r}'_u$ – радиус-вектор, определяющий прямую линию, проходящую через точку ρ в направлении $\mathbf{\Omega}_0$, $\mu_0 = \Omega_{0z}$. Моменты порядка n коэффициента пропускания тогда равны

$$M_{nt} = M\{T_0^n(\mathbf{r}; \mathbf{\Omega}_0)\}, \tag{6}$$

или

$$M_{nt} = M\{\exp[-n \int_0^{z_0} k^*(\mathbf{r}'_u)\, d\,u/\mu_0]\}. \tag{7}$$

По определению [7] характеристический функционал случайного процесса $k^*(\mathbf{r}'_u)$

$$\Phi_k(v) = M\left\{\exp\left[-i \int_0^{z_0} k^*(\mathbf{r}'_u)\, v(u)\, d\,u\right]\right\}, \tag{8}$$

где $v(u)$ – произвольная функция; i – мнимая единица. Тогда нетрудно видеть, что

$$M_{nt} = \Phi_k[-i\, n/\mu_0]. \tag{9}$$

Для гауссовой модели стохастической среды предполагается, что

$$\tau_s = \int_0^{z_0} k^*(\bar{\mathbf{r}}'_u)\, d\,u/\mu_0$$

является гауссовой случайной величиной. Тогда моменты M_{nt} равны

$$M_{nt} = \exp[-n\, M\{\tau_s\} + n^2 D\{\tau_s\}/2], \tag{10}$$

где

$$M\{\tau_s\} = \int_0^{z_0} M\,\{k^*(\mathbf{r}'_u\}\, d\,u/\mu_0, \tag{11}$$

дисперсия τ_s

$$D\{\tau_s\} = \int_0^{z}\int_0^{z} R\,(\mathbf{r}_{u1}; \mathbf{r}_{u2})\, d\,u_1\, d\,u_2\,/\mu_0^2, \tag{12}$$

$$R(\mathbf{r}'_u; \mathbf{r}''_u) = M\{[k^*(\mathbf{r}'_u) - M\,\{k^*(\mathbf{r}'_u)\}][k^*(\mathbf{r}''_u) - M\,\{k^*(\mathbf{r}''_u)\}]\}$$

представляет собой корреляционную функцию трехмерного случайного процесса $k^*(\overline{\mathbf{r}})$,

$$\{\mathbf{r}_{u1}\} = \{\boldsymbol{\rho} - \mathbf{b}(z_0 - u_1);\, u_1\},\quad \{\mathbf{r}_{u2}\} = \{\boldsymbol{\rho} - \mathbf{b}(z_0 - u_2);\, u_2\}.$$

Плотность вероятности коэффициента пропускания стохастического слоя для гауссовой модели имеет логарифмически нормальный вид. Гауссова модель справедлива, если $M\{\tau_s\} > n\, D\{\tau_s\}/2$.

Другие модели стохастической среды и световые поля в них описаны в [1, 9, 13]. Выполненное в [1, 13] сопоставление расчетов с численными данными, полученными методом Монте-Карло, и данными натурных исследований показало хорошее соответствие результатов для оптически не очень толстых облаков. Для достаточно большой оптической толщи облаков соответствие результатов ухудшается и расчеты, выполненные в малоугловом приближении, становятся неприменимыми. В связи с этим представляет интерес получение достаточно удобных математических выражений усредненных функций Грина G_0 и G_0', справедливых и при больших оптических толщинах. Опыт развития классической (детерминированной) теории переноса показывает, что по-видимому, это можно сделать, используя малоугловое диффузионное и диффузионное приближения уравнения переноса.

Перенос оптического изображения через стохастический рассеивающий слой

Рассмотрим случай наблюдения через стохастический рассеивающий слой гармонического плоского тест-объекта, имеющего распределение яркости

$$B(\rho) = B_0[1 + k_0 \exp(-\, i\, \omega_0\, \rho)], \tag{13}$$

где B_0 – средняя яркость объекта; k_0 – его контраст; ω_0 – пространственная частота. Подставляя (13) в нижнее равенство (4), получим

$$I(\mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega}) = B_0\, T(\mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega})\big[1 + \tau(\omega_0; \rho; \boldsymbol{\Omega})\, k_0 \exp(-\, i\, \omega_0\, \rho)\big], \tag{14}$$

где

$$\tau(\omega_0; \rho; \boldsymbol{\Omega}) = T(\omega_0; \rho; \boldsymbol{\Omega})/\, T(\mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega}),\ \ T(\mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega}) = T(\omega = 0; \mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega}),$$

$$T(\omega; \mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega}) = \int\!\!\int d\xi\, d\,\boldsymbol{\Omega}_0\, G_0'\,(\rho; \xi; z; \boldsymbol{\Omega}_0; \boldsymbol{\Omega})\exp(-\, i\, \omega\, \xi)$$

– преобразование Фурье стохастической функции Грина для диффузных излучателей, $\xi = \rho - \rho_0$.

Выражение (14) подобно выражению, описывающему изображение гармонического плоского объекта, передаваемого через детерминированный рассеивающий слой. Отличие состоит лишь в том, что в данном случае функции $\tau(\omega_0; \rho; \boldsymbol{\Omega})$ и $T(\omega_0; \mathbf{r}; \Omega)$ являются случайными и зависят от пространственной координаты $\mathbf{r}$. Как и в случае детерминированного слоя, функция $\tau(\omega_0; \rho; \boldsymbol{\Omega})$ определяет контраст изображения, который, однако, для стохастического слоя будет случайным и будет зависеть от пространственной координаты $\mathbf{r}$. Исходя из этих соображений, в [1] было предложено называть функцию $T(\omega_0; \mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega})$ ненормированной локальной оптической передаточной функцией (ОПФ) стохастического слоя, а функцию $\tau(\omega_0; \rho; \boldsymbol{\Omega})$ – нормированной локальной ОПФ.

Статистические характеристики контраста изображения самосветящихся и отражающих объектов при солнечном освещении изучены в [1, 10, 13, 14].

Линейное и квадратическое приближения

Еще один метод решения стохастического уравнения переноса предложен в [15]. Суть этого метода наиболее просто можно объяснить с помощью операторных методов. В операторном виде уравнение переноса имеет вид $LG = 0$, где L – стохастический оператор уравнения переноса; $G(0)$ – его стохастическая функция Грина. Эта функция представляется в виде суммы функций Грина для нерассеянного $G_{н}$ и многократно рассеянного G^* света. Уравнение для функции G^* имеет следующий вид: $LG^* = Q$, где Q – функционал, описывающий однократно рассеянное излучение. Стохастические оператор L и функционал Q представляются в виде суперпозиции детерминированных L_0 и Q_0 и случайных V и F частей, а вместо уравнения $LG^* = Q$ рассматривается эквивалентная система уравнений

$$L_0\, G_0^* = Q_0 - M\{V\,\tilde{G}^*\}, \tag{15}$$

$$L_0\, \tilde{G}^* = F + \mathrm{M}\,\{V\,\tilde{G}^*\} - V\,G_0^* - \tilde{G}^*,$$

где G_0^* и $\tilde{G}^*$ – детерминированные и случайные части функции G^*. Вместо системы (15) удобнее рассматривать другую систему, отличающуюся лишь безразмерным параметром s:

$$L_0\, G_0 = Q_0 - s\,M\,\{V\,\tilde{G}^*\}, \tag{16}$$

$$L_0\, \tilde{G}^* = F + s\,M\,\{V\,\tilde{G}^*\} - s\,V\,G_0^* - s\,V\,\tilde{G}^*.$$

Математический анализ задачи показывает, что в этой системе действие оператора V можно считать малым по сравнению с действием оператора F. Физически это соответствует тому, что в произвольной точке среды флуктуации излучения, обусловленные однократно рассеянным светом, считаются много меньшими флуктуаций излучения, обусловленных многократно рассеянным светом. В результате этого решение уравнения (16) удобно искать в виде ряда по параметру s. При этом если в разложении регулярной части ограничиться лишь линейными по s членами, то будем иметь линейное приближение, если квадратичными членами – квадратичное [15]. В линейном приближении для регулярной и переменной составляющих функции Грина G_1^* и $\tilde{G}_1^*$ будем иметь следующие уравнения:

$$L_0\, G_1^* = Q_0\,,\; L_0\, \tilde{G}_1^* = F. \tag{17}$$

В квадратическом приближении для регулярной и переменной составляющих функции Грина G_2^* и $\tilde{G}_2^*$ получим следующие уравнения:

$$\{L_0 - M\,\{V\,L_0^{-1}\,V\}\}\; G_2^* = Q_0 - M\,\{V\,L_0^{-1}\,F\} - M\,\{V\,L_0^{-1}\,V\,L^{-1}\,F\,\},$$

$$L_0\, \tilde{G}_2^* = F + M\,\{V\,L_0^{-1}\,F\} - V\,G_2^* - V\,L_0^{-1}\,F. \tag{18}$$

где L_0^{-1} – оператор, обратный L_0.

В [15] найдены решения систем (17) и (18) для средних полей в малоугловом приближении уравнения переноса излучения. Эти решения находятся в хорошем соответствии с численными данными, полученными методом Монте-Карло.

В настоящее время линейное и квадратичное приближения разработаны гораздо слабее, чем приближение локальной однородности. Поскольку физическая и математическая трактовка этих приближений не так наглядна, как в приближениях локальной однородности, требуются дополнительные исследования условий сходимости используемых при решении рядов. Представляет также интерес получение решений уравнений (17) и (18) в области больших оптических толщин.

1. Валентюк А.Н., Предко К.Г. Оптическое изображение при дистанционном наблюдении. Минск: Наука и техника, 1991. 360 с.
2. Креков Г.М., Кавкянов С.И., Крекова М.М. Интерпретация сигналов оптического зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1987. 185 с.
3. Каргин Б.А. Статистическое моделирование поля солнечной радиации в атмосфере. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1984. 206 с.

4. Т и т о в Г . А . Статистическое описание переноса оптического излучения в облаках. Автореф. дис. ... докт. физ.-мат. наук. Томск: ТГУ, 1989. 33 с.
5. Д о л и н Л . С . //ДАН СССР. 1984. Т. 227.N 1. С. 77–80.
6. Кацев И.Л. //Изв. АН СССР. Сер.ФАО. 1983. Т. 19. N 11. С. 1172–1179.
7. Р ы т о в С . И ., К р а в ц о в Ю . А ., Т а т а р с к и й В . И . Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. М.: Наука, 1978. 464 с.
8. Л е в и н Б . Р ., Ш в а р ц В . Вероятностные модели и методы в системах связи и управления. М.: Радио и связь, 1985. 312 с.
9. В а л е н т ю к А . Н . // ДАН БССР. 1987. Т. 31. N 12. С. 1085–1088.
10. В а л е н т ю к А . Н . //Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. N 1. С. 103–105.
11. В а л е н т ю к А . Н . //Перенос изображения в земной атмосфере. Томск: Томский филиал СО АН СССР. 1976. С. 11–18.
12. В а л е н т ю к А . Н . //Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1987. Т. 23. N 8. С. 839–850.
13. В а л е н т ю к А . Н . Статистическая теория распространения излучения и видения через атмосферу Земли. Автореф. дис. ... докт. физ.-мат. наук. Минск: Институт физики АНБ, 1992. 34 с.
14. В а л е н т ю к А . Н . //Исследование Земли из космоса. 1987. N 3. С. 91–99.
15. В а л е н т ю к А . Н . //Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. N 7. С. 659–666.

Институт прикладной оптики АНБ,
г. Могилев

Поступила в редакцию
27 июля 1993 г.

A . N . V a l e n t y u k . **The Analytical Methods in Theory of Optical Propagation in Macro- Inhomogeneous Stochastic Scattering Media.**

Principal ideas of two new methods of transfer equation solution (local uniformity approximation and linear (square) approximation) are described. The expressions for moments of stochastic medium transmissivity by using small-angle approximation are represented. Optical image transfer through stochastic scattering medium is discussed.