

И.Ю. Полякова, А.П. Сухоруков

О НОВОМ ПОДХОДЕ К ЗАДАЧЕ МИНИМИЗАЦИИ НЕЛИНЕЙНОЙ РАСХОДИМОСТИ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ В АТМОСФЕРЕ

Предлагается новый подход к решению задачи минимизации угловой расходимости излучения, основанный на вычислении эффективной угловой расходимости по данным распределения амплитуды и фазы в поперечном сечении пучка непосредственно на выходе из нелинейного слоя (слоя атмосферы) без преобразований Фурье. Показано, что такой выбор критерия качества существенно упрощает задачу оптимизации. Расчеты оптимального начального профиля волнового фронта лазерного пучка, выполненные для дефокусирующей среды с керровской нелинейностью, хорошо согласуются с данными, полученными другими методами.

Как известно, мощное лазерное излучение при прохождении через атмосферу претерпевает сильные искажения [1]. Это относится и к случаю, когда слой атмосферы вносит в основном фазовые искажения, которые проявляются, в частности, в увеличении угловой расходимости лазерного излучения. Так как в дальнем поле угловое распределение интенсивности имеет сложную структуру из-за нелинейных aberrаций [2], то его диаграмма направленности характеризуется средними величинами: эффективной угловой расходимостью и положением центра тяжести пучка в дальнем поле, а также моментами более высокого порядка.

Для осуществления эффективной передачи мощного оптического излучения через атмосферу необходимо сохранить узкую направленность лазерного пучка, для чего следует уменьшить либо полностью скомпенсировать возникающие искажения волнового фронта. С этой целью осуществляется оптимальное управление характеристиками светового пучка, которое позволяет достигнуть наилучшего качества пучка в дальнем поле, в частности минимальной расходимости, или максимума интенсивности на оси [3–5].

В указанных выше работах далее поле вычислялось с помощью интегрального преобразования Фурье комплексной амплитуды лазерного излучения на выходе из нелинейной среды. Затем из углового спектра рассчитывался выбранный критерий качества, экстремум которого находился с помощью градиентного метода, стандартного алгоритма покоординатного спуска, метода регуляризации [6]. Такой подход приводил к достаточно сложному и трудоемкому алгоритму оптимизации начальной формы волнового фронта лазерного пучка [7,8].

В данной статье показано, что квадрат средней угловой расходимости лазерного пучка совпадает с одним из интегралов параболического уравнения, описывающего распространение светового пучка за нелинейным слоем атмосферы, в свободном пространстве. В силу сохранения интеграла движения его величину, а значит, и нелинейную расходимость можно рассчитать по данным поперечного распределения амплитуды и фазы пучка непосредственно на выходе из нелинейного слоя (слоя атмосферы), минуя трудоемкую процедуру преобразования Фурье. Оптимальная форма волнового фронта рассчитывается, как и прежде, с помощью градиентного метода управления [7].

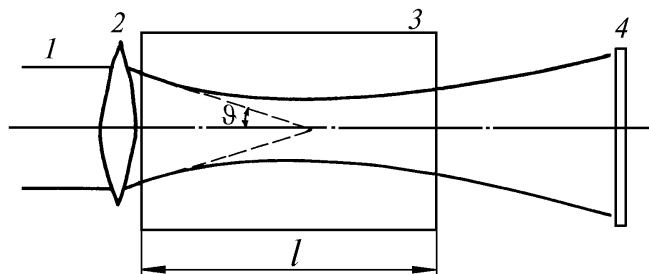


Рис. 1. Схема рассматриваемой задачи: 1 – лазерный пучок; 2 – управляемая линза; 3 – нелинейная среда; 4 – приемное устройство в дальнем поле

Проведем рассмотрение предложенного подхода на примере дефокусирующей среды с керровской нелинейностью. Пусть на входе в нелинейную среду расположен управляемый оптический элемент, позволяющий изменять начальный волновой фронт пучка, например линза. Лазерное излучение с гауссовым профилем амплитуды, имеющее начальный радиус a_0 , пройдя нелинейный слой, попадает в линейную среду, в дальней зоне которой формируется его диаграмма направленности (рис. 1).

В квазиоптическом приближении комплексная амплитуда пучка A в нелинейной среде удовлетворяет следующему уравнению в безразмерных переменных:

$$2i \frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_{\perp} A + \alpha |A|^2 A, \quad 0 < z \leq l \quad (1)$$

с граничным условием при $z = 0$:

$$A(z=0, x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right) \exp\left(i \frac{x^2 + y^2}{2} \vartheta\right). \quad (2)$$

Здесь x, y, z – соответственно поперечные и продольная координаты; α – параметр нелинейности; l – толщина нелинейного слоя; ϑ – нормированная начальная фокусировка пучка, равная отношению дифракционной длины $l_d = ka_0^2$ к фокусному расстоянию линзы F .

В свободном пространстве, за слоем нелинейной среды, уравнение (1) имеет вид

$$2i \partial A / \partial z = \Delta_{\perp} A, \quad l < z \leq z_0, \quad (3)$$

где $z_0 \gg l_d$, что соответствует дальней зоне.

Решение данного уравнения позволяет вычислить характеристики излучения в дальней зоне, в частности эффективную угловую расходимость пучка.

Градиентное управление волновым фронтом (начальной фокусировкой) пучка осуществляется следующим образом:

$$\vartheta_{N+1} = \vartheta_N - \gamma \operatorname{grad}_N J, \quad N = 0, 1, 2, \quad (4)$$

где N – номер итерации; γ – коэффициент управления, J – критерий качества излучения в дальнем поле, равный функционалу [7]:

$$J = \Theta^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (k_x^2 + k_y^2) |S(k_x, k_y, l)|^2 dk_x dk_y}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |S(k_x, k_y, l)|^2 dk_x dk_y}, \quad (5)$$

который имеет смысл квадрата средней угловой ширины диаграммы направленности лазерного пучка, прошедшего слой нелинейной среды толщиной l . Здесь $S(k_x, k_y, l)$ – Фурье-образ комплексной амплитуды пучка A , взятой в сечении $z = l$:

$$S(k_x, k_y, l) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(x, y, l) \exp(-ik_x x - ik_y y) dx dy. \quad (6)$$

Ясно, что вычисление функционала (5) и оптимизируемой фокусировки ϑ (4) осуществляется в различных сечениях среды: управление происходит в сечении $z = 0$, расположенном на входе в среду, а функционал задан в дальней зоне. Поэтому для решения поставленной задачи, вообще говоря, необходимо рассматривать системы сопряженных уравнений [7] как в нелинейном слое, так и в свободном пространстве, в котором формируется диаграмма направленности.

При этом, как отмечалось ранее [7], могут существовать два типа задач. Первый – минимизация угловой расходимости излучения за слоем нелинейной среды, в дальней зоне свободного пространства. Такие задачи часто возникают в атмосферной оптике, при использовании систем космической связи и локации. Второй тип задач характерен для лазерной технологии: минимизация угловой расходимости в этом случае осуществляется в фокальной плоскости линзы, расположенной на выходе из нелинейной среды.

Для решения подобных задач вводятся две системы сопряженных уравнений [7]. Первая состоит из уравнения (1), решаемого на отрезке нелинейной среды $0 < z \leq l$ и сопряженного уравнения, решаемого в противоположном направлении. Во вторую систему входит уравнение (3) для комплексной амплитуды пучка в свободном пространстве, которое решается либо на промежутке $l < z \leq z_0$ для первого типа задач, либо на промежутке $l < z \leq R_f$ (где R_f – фокусное расстояние линзы, расположенной на выходе из нелинейного слоя), а также соответствующее сопряженное уравнение, решаемое в противоположном направлении.

Видно, что при таком способе расчета критерия качества вычислительная процедура является достаточно трудоемкой и требует значительных затрат машинного времени.

В то же время можно показать, что критерий качества или целевая функция управления (5) является интегралом движения уравнения (1) и, следовательно, его можно вычислить не только в дальнем поле, но и в любом сечении, в том числе и на выходе из нелинейного слоя. Действительно, в знаменателе функционала (5) стоит полная мощность пучка, которая сохраняется в свободном пространстве:

$$P_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |S(k_x, k_y, l)|^2 dk_x dk_y = \text{const}. \quad (7)$$

Подставляя выражение для спектра (6) в числитель функционала (5), после интегрирования по частям находим

$$J = \Theta^2 = \frac{1}{P_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\left| \frac{\partial A(x, y, z)}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial A(x, y, z)}{\partial y} \right|^2 \right) dx dy. \quad (8)$$

Эта величина (8) является интегралом движения параболического уравнения (3), так как легко доказать, что $\partial J / \partial z = 0$ [9] (здесь z – координата в свободном пространстве при $\alpha = 0$).

Таким образом, квадрат средней угловой расходимости пучка равен с точностью до постоянного коэффициента интегралу движения (8), который мы и выберем как критерий качества.

Рассмотрим математический алгоритм для реализации расчетов оптимальной начальной фокусировки в этом случае. Сопряженное с (1) уравнение имеет вид

$$-2i \partial \psi / \partial z = \Delta_{\perp} \psi + 2\alpha |A|^2 \psi - \alpha A^{*2} \psi^*. \quad (9)$$

После вычисления вариации функционала (8) получим для него следующее граничное условие:

$$\psi(x, y, l) = - [\partial^2 A^*(x, y, l) / \partial x^2] - [\partial^2 A^*(x, y, l) / \partial y^2]. \quad (10)$$

Градиент функционала J вычисляется при этом, как и ранее [7], по формуле

$$\frac{dJ}{d\vartheta}(z=0) = \text{Re} \left[i \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x, y, 0) (x^2 + y^2) \exp(-(x^2 + y^2)/2) \exp(i(x^2 + y^2)\vartheta/2) dx dy \right]. \quad (11)$$

Оптимальная начальная фокусировка находится с помощью градиентного метода (4).

По данной схеме были проведены численные расчеты оптимальной начальной фокусировки для различных значений параметров излучения и среды. На рис. 2, 3 приведены приме-

ры зависимостей, полученных в ходе таких расчетов, для следующих значений параметров пучка и среды: $\alpha = -10$, $l = 0,25$. Из рис. 2 видно, что как при использовании алгоритма управления с преобразованием Фурье [7], так и нового вышеизложенного метода выход на оптимальный режим происходит примерно за одинаковое число итераций, которое определяется, конечно, и выбором начального значения фокусировки. Зависимости, представленные на рис. 3, позволяют проследить процесс минимизации целевой функции управления в ходе итерационного процесса. Результаты, получаемые с использованием двух разных методов, находятся, как и на рис. 2, в хорошем соответствии.

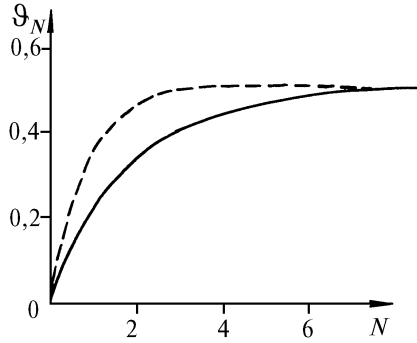


Рис. 2. Зависимость величины начальной фокусировки пучка от числа итераций при $\alpha = -10$, $l = 0,25$, $\vartheta_0 = 0$. Сплошная кривая – расчеты с помощью изложенного метода, штриховая – расчеты с использованием преобразования Фурье

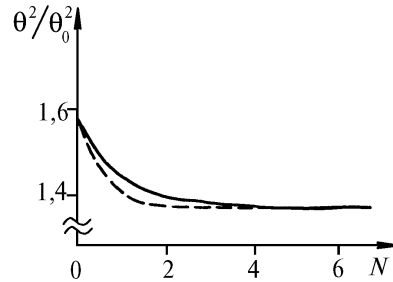


Рис. 3. Зависимость нормированного критерия качества от числа итераций при $\alpha = -10$, $l = 0,25$, $\vartheta_0 = 0$. Сплошная кривая – расчеты с помощью изложенного метода, штриховая – расчеты с использованием преобразования Фурье (Θ_0^2 – угловая расходимость в линейной среде)

Изложенный выше подход был применен и к расчетам, проводимым в безабберационном приближении. В этом приближении комплексная амплитуда гауссова пучка выражается следующим образом:

$$A(x, y, z) = \frac{A_0}{f(z)} \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{a_0^2 f^2} - \frac{ikx^2}{2f} \frac{df}{dz} - \frac{iky^2}{2f} \frac{df}{dz} + i\varphi(z) \right), \quad (12)$$

где A_0 – амплитуда на оси пучка; $\varphi(z)$ – набег фазы на оси пучка; $f(z)$ – безразмерная ширина пучка. Уравнение (1) преобразуется к виду

$$d^2 f / dz^2 = (1 + \alpha_{\text{нл}}) / f^3 \quad (13)$$

с граничными условиями при $z = 0$

$$f(0) = 1, \quad df(0)/dz = -\vartheta, \quad (14)$$

где $\alpha_{\text{нл}} = \alpha/4$ – параметр нелинейности.

Как указывалось в [4], полная угловая расходимость в дальней зоне (выбираемая, аналогично предыдущему рассмотрению, как критерий качества) может быть рассчитана в виде суммы нелинейной и дифракционной расходимостей на границе среды, при $z = l$:

$$J = \Theta^2 = \left(\frac{df}{dz} \right)^2 \Big|_{z=l} + \frac{1}{f^2} \Big|_{z=l}. \quad (15)$$

Покажем, что данная величина с точностью до постоянного коэффициента соответствует интегралу движения I_3 . Действительно, подставляя (12) в (8) и проводя интегрирование, получаем с точностью до постоянного коэффициента выражение (15) для полной угловой расходимости.

Для реализации алгоритма градиентного управления (4) получим сопряженное к (13) уравнение. Проварьируем уравнение (13) и граничные условия (14) по переменной ϑ , в результате получим

$$\frac{d^2(\delta f)}{dz^2} = (-3) \frac{1 + \alpha_{\text{нл}}}{f^4} \delta f; \quad (16)$$

$$\delta f(0) = 0, \quad \frac{d\delta f(0)}{dz} = -\delta \vartheta. \quad (17)$$

Вариация функционала (15) запишется следующим образом:

$$\delta J(z=l) = (-2) \left. \frac{\delta f}{f^3} \right|_{z=l} + 2 \left. \frac{df}{dz} \frac{d\delta f}{dz} \right|_{z=l}. \quad (18)$$

Умножив (16) на ψ , проинтегрировав по z от 0 до l и определив из сравнения с (18) граничные условия для нового уравнения, получим сопряженное уравнение

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} = (-3) \frac{1 + \alpha_{\text{нл}}}{f^4} \psi \quad (19)$$

с граничными условиями

$$\psi(l) = 2 \frac{df(l)}{dz}, \quad \frac{d\psi(l)}{dz} = \frac{2}{f^3(l)}. \quad (20)$$

Тогда производная функционала угловой расходимости излучения вычисляется из граничных условий для ψ

$$\frac{\delta J}{\delta \vartheta}(z=l) = -\psi(0). \quad (21)$$

Таким образом, решая уравнения (13), (19) с соответствующими граничными условиями численными методами и вычисляя градиент функционала (21), находим, используя (4), с помощью последовательных итераций оптимальное значение начальной фокусировки ϑ .

Уравнение (13), как известно, имеет аналитическое решение, и зависимость J от ϑ может быть представлена в явном виде [4]. Было показано, однако, что вычисление градиента приводит к уравнению 5-й степени относительно ϑ , для его решения также необходимо привлекать численные методы. С использованием изложенной выше схемы вычислений были проведены, как и в предыдущем случае, расчеты оптимальной начальной фокусировки для различных значений толщины нелинейного слоя l и параметра нелинейности α . Полученные результаты совпадают со значениями $\vartheta_{\text{опт}}$, полученными ранее при численном решении уравнения для оптимальной начальной фокусировки [4].

Итак, ясно, что предложенный выше подход, рассмотренный в квазиоптическом и безабберационном приближениях, приводит к более простому по сравнению с [7] математическому алгоритму оптимизации начальной фокусировки. Не требуется проводить трудоемкие вычисления критерия качества излучения в дальней зоне, а также решать прямое и сопряженное уравнения для комплексной амплитуды пучка в свободном пространстве. Таким образом, изложенный метод в два раза уменьшает количество численных расчетов, тем самым увеличивая быстродействие оптической системы управления и существенно упрощая задачу оптимизации.

Большей эффективности работы системы по минимизации нелинейной расходимости пучков можно, очевидно, добиться, применяя абберационную линзу (зеркало), создающую оптимальный волновой фронт более сложной формы. Соответствующий алгоритм не претерпевает больших изменений по сравнению с предложенным в данной статье.

1. Распространение лазерного пучка в атмосфере. / Под ред. Д. Стробена. М.: Мир, 1981. 343 с.
2. Wallace J. // J. Opt. Soc. Am. 1972. V. 62. №3. P. 373–378.
3. Высотина Н.В., Розанов Н.Н., Семенов В.Е., Смирнов В.А. // Известия вузов. Физика. 1985. №11. С. 42–50.
4. Полякова И.Ю., Сухоруков А.П. // Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. №7. С. 93–97.

5. Колосов В. В., Сысоев С. И. // Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. №1. С. 83–89.
6. Воронцов М. А., Шмальгаузен В. И. Принципы адаптивной оптики. // М.: Наука, 1985. 335 с.
7. Полякова И. Ю., Сухорукоев А. П., Трофимов В. А. // Квантовая электроника. 1992. Т. 19. №3. С. 241–245.
8. Чесноков С. С. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. №12. С. 1281–1283.
9. Карамзин Ю. Н., Сухорукоев А. П., Трофимов В. А. Математическое моделирование в нелинейной оптике. М.: Изд-во МГУ, 1989. 154 с.

Московский государственный
университет им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию
27 июля 1993 г.

I. Yu. Polyakova, A. P. Sukhorukov. New Approach to Minimization of Nonlinear Divergence of Laser Beams in the Atmosphere.

We propose a new approach to solving the problem on minimizing angular divergence of a radiation which is based on calculations of the effective angular beam divergence from the data on distributions of the beam intensity and phase over the beam cross section directly at the exit from a nonlinear medium (an atmospheric layer) avoiding the use of a Fourier transform. It is shown in the paper that such an approach to the selection of a quality criterion makes the optimizing much more easy. Calculations of the optimal initial profile of a laser beam wave front made for a defocusing medium with the Kerr-type nonlinearity well agree with the data obtained using other techniques.