УДК 536.5:551.4

В.В. Ростовцева, А.П. Сухоруков

ОЦЕНКА ТЕПЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ОКЕАНА ПО ДАННЫМ МНОГОКАНАЛЬНОГО ИК-РАДИОМЕТРА

Предложен метод определения температурного градиента и средней температуры приповерхностного слоя воды по дистанционным двух-или трехспектральным измерениям его ИК-излучения. Описанные методики обработки данных не требуют сложной калибровки и являются эффективными для измерений с самолетов и спутников. Рассчитана необходимая точность измерений для заданной точности оценки параметров океана.

Как известно, определение вертикального распределения температуры в приповерхностном слое океана является чрезвычайно важным для решения задачи оценки энергообмена океана с атмосферой [1, 2]. Измерения температуры контактными методами позволили получить вид вертикальной температурной зависимости и оценить ее основные параметры [1]. Однако для решения задач метеорологии и других необходимо иметь информацию о температурном режиме океана по большим площадям, которую можно получить только неконтактными методами. По данным пассивного ИК-зондирования со спутников и самолетов была получена средняя температура поверхности океана [3 –6, 11], но этой информации еще не достаточно для решения уравнения теплового баланса океана и атмосферы. Предложенные методы определения температурного профиля с помощью ИК-радиометров [7 – 10] требуют либо довольно сложной системы калибровки, либо предусматривают перемешивание воды.

Используя подход, развитый в [12], в данной статье представлены разработанные методики определения средней температуры поверхности океана и градиента ее изменения в приповерхностном слое по данным пассивного дистанционного многоканального зондирования в ИК-диапозоне спектра, свободные от указанных недостатков. Рассмотрены возможности использования как двух-, так и трехканального радиометра. Получены оценки необходимой точности измерений и априорных данных для обеспечения требуемой точности оценки температурных параметров.

Постановка задачи и способ ее решения

Объект измерения представляет собой массу воды, неоднородно нагретую по вертикали. Градиенты температуры в поперечных направлениях малы, поэтому данные измерений могут усредняться по большим площадям. Как известно, в приповерхностном слое воды наблюдается резкое охлаждение, возникающее в основном в результате испарения. Температурная зависимость по вертикали в приповерхностном слое толщиной до 200 мкм может быть аппроксимирована прямой (рис. 1).

$$T(z) = T_0 + Gz , \tag{1}$$

где G – вертикальный градиент температуры; ось z направлена от поверхности вглубь океана вертикально; T₀ – температура слоя воды, граничащего с атмосферой.

Таким образом, для оценки теплового режима приповерхностного слоя океана толщиной до ~ 200 мкм, играющего наиболее существенную роль в процессе теплообмена океана и атмосферы, необходимо определить два неизвестных параметра: температуру поверхности T_0 и вертикальный градиент температуры G.

Для решения поставленной задачи используем сильную дисперсию поглощения инфракрасного излучения водой. Как известно, при увеличении длины волны от 2 до 12 мкм толщина слоя воды, эффективно поглощающего это излучение, уменьшается более чем на порядок (от 60 до 2 мкм). Проводя измерения излучения океана на разных длинах волн, мы как бы имеем дело с разными объектами: так, работая на длине волны 2,5 мкм, мы измеряем тепло-642 В.В. Ростовцева, А.П. Сухоруков вое излучение пленки толщиной 60 мкм, на длине волны 5 мкм – толщиной 20, а на длине волны 12 мкм – 2 мкм. Однако все эти объекты имеют одни и те же интересующие нас параметры: температуру поверхности T_0 и вертикальный градиент G. Это и позволяет оценить тепловые параметры океана по результатам многоканальных пассивных измерений.



Рис. 1. Температура воды в приповерхностном слое: T_0 – температура воды на границе вода – воздух, T_w – температура в толще воды

При вертикальном пассивном зондировании поверхности океана сигнал с *i*-го рабочего канала приемника излучения может быть описан следующим выражением:

$$P_{i} = \Omega_{i} \int_{\lambda_{i}}^{\lambda_{i} + \Delta\lambda_{i}} d\lambda \,\mu(\lambda) \,\eta(\lambda) \int_{0}^{\infty} dz \, \frac{B(\lambda, T(z))}{\overline{z}(\lambda)} \exp[-z/z(\lambda)] \,, \tag{2}$$

где Ω_i – приемная апертура *i*-го канала приемника, ср; λ_i ,..., $\lambda_i + \Delta \lambda_i$ – границы *i*-го спектрального диапазона приемника; $\eta(\lambda)$ – спектральная чувствительность приемника; $\mu(\lambda)$ – спектральный коэффициент пропускания атмосферы вдоль линии визирования; $B(\lambda, T) dz / \overline{z}(\lambda)$ – спектральная плотность энергетической яркости тонкой водяной пленки, имеющей температуру *T*; $\overline{z}(\lambda)$ – характерная глубина проникновения излучения на длине волны λ (или характерная толщина излучающего слоя). Излучение самой атмосферы считаем малым.

При решении задачи определения T₀ и G использовались следующие приближения:

1. Водяная пленка излучает как абсолютно черное тело, нагретое до температуры ~300°К. При этом в диапозоне от 2 до 12 мкм можно считать

$$B(\lambda, T) = \frac{c_1}{\lambda^5} \left(\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1 \right)^{-1} \simeq \frac{c_1}{\lambda^5} \exp\left(-\frac{c_2}{\lambda T}\right).$$
(3)

2. Изменение температуры в тонкой водяной пленке, дающей основной вклад в излучение, мало по сравнению с величиной средней температуры.

Действительно, величина градиента температуры составляет ~10⁻³ К/мкм, следовательно, изменение температуры на глубине даже 60 мкм будет всего

$$\frac{\Delta T}{T} \sim \frac{Gz}{T_0} \approx 2 \cdot 10^{-4} \ll 1 \ . \label{eq:deltaT}$$

В этом случае выражение под экспонентой в (3) легко разложить в ряд

$$\frac{c_2}{\lambda T(z)} = \frac{c_2}{\lambda T_0} \left(1 + \frac{Gz}{T_0} \right)^{-1} \left| \frac{c_2}{\lambda T_0} - \frac{c_2}{\lambda T_0} \frac{Gz}{T_0} \right|.$$
(4)

Необходимо отметить, что второе слагаемое в этом выражении также мало:

$$\frac{c_2}{\lambda T_0} \frac{Gz}{T_0} \approx 3.10^{-3} \,, \tag{5}$$

Оценка тепловых характеристик приповерхностного слоя

643

что будет использовано при расчете логарифма освещенности входного зрачка приемника.

Кроме того, для упрощения оценки эффективности предложенных методик определения теплового режима океана рабочие спектральные диапозоны приемника считались узкими. Тогда чувствительность приемника, коэффициент пропускания и характерная толщина пленки в каждом канале будут иметь свои значения (η, μ и z). Это ограничение может быть снято с использованием подхода, разработанного в [12] для определения температуры широкополосным радиометром.

С учетом всех этих допущений выражение для сигнала с *i*-го рабочего канала приемника принимает следующий вид:

$$P_{i} = \Omega_{i} \mu_{i} \eta_{i} \Delta \lambda_{i} \int_{0}^{\infty} B(\lambda_{i}, T(z)) e^{-z\overline{z}_{i}} \frac{dz}{\overline{z}_{i}} = \frac{\Omega_{i} \mu_{i} \eta_{i} \Delta \lambda_{i} c_{1}}{\lambda_{i}^{5}} \exp(-c_{2}/\lambda_{i} T_{0}) \left(1 - \frac{c_{2}}{\lambda T_{0}} \frac{G\overline{z}_{i}}{T_{0}}\right).$$
(6)

Таким образом, в явном виде получена зависимость измеряемой величины сигнала от интересующих нас характеристик поверхности океана (T_0 и G), параметров радиометра (λ_i , $\Delta\lambda_i$, Ω_i , и η_i), атмосферы (μ_i) и воды (z_i).

Двухканальный метод

Если все необходимые параметры радиометра, атмосферы и воды считаются известными с достаточной степенью точности, то определение температуры поверхности и градиента возможно по измерению освещенности входного зрачка радиометра в двух спектральных диапазонах. Используя (6), запишем систему уравнений:

$$\begin{cases} \ln P_1 - \ln \left(\Omega_1 \mu_1 \eta_1 \frac{c_1 \Delta \lambda_1}{\lambda_1^5} \right) = -\frac{c_2}{\lambda_1 T_0} - \ln \left(1 - \frac{c_2}{\lambda_1 T_0} \frac{G \overline{z}_1}{T_0} \right); \\ \ln P_2 - \ln \left(\Omega_2 \mu_2 \eta_2 \frac{c_1 \Delta \lambda_2}{\lambda_2^5} \right) = -\frac{c_2}{\lambda_2 T_0} - \ln \left(1 - \frac{c_2}{\lambda_2 T_0} \frac{G \overline{z}_2}{T_0} \right). \end{cases}$$
(7)

Переходя к безразмерным переменным

$$\zeta = \frac{c_2}{\lambda_1 T_0}; \quad \varphi = \frac{G \overline{z}_1}{T_0}$$
(8)

и безразмерным параметрам

$$H_{1} = -\ln P_{1} + \ln \left(\Omega_{1} \mu_{1} \eta_{1} \frac{c_{1} \Delta \lambda_{1}}{\lambda_{1}^{5}} \right); \quad H_{2} = -\ln P_{2} + \ln \left(\Omega_{2} \mu_{2} \eta_{2} \frac{c_{1} \Delta \lambda_{2}}{\lambda_{2}^{5}} \right)$$
(9)

и учитывая (5), преобразуем систему (7):

$$\begin{cases} \zeta - \zeta \varphi = H_1, \\ \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \zeta - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{\overline{z}_2}{\overline{z}_1} \zeta \varphi = H_2. \end{cases}$$
(10)

Решение такой системы уравнений нетрудно получить в явном виде

$$\zeta = \left(-\frac{z_2}{z_1}H_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}H_2\right) / \left(1 - \frac{z_2}{z_1}\right); \tag{11}$$

$$\varphi = \left(H_1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}H_2\right) / \left(\frac{z_2}{z_1}H_1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}H_2\right).$$
(12)

В.В. Ростовцева, А.П. Сухоруков

644

На рис. 2 приведен общий вид этих зависимостей для двух вариантов: рабочие диапазоны приемника $\lambda_1 = 2,5$ и $\lambda_2 = 5$ мкм ($\lambda_2/\lambda_1 = 2$), соответствующие этим диапазонам характерные толщины принимают значения 60 и 25 мкм ($z_2/z_1 = 0,4$); а также рабочие диапазоны 2,5 и 12,5 мкм ($\lambda_2/\lambda_1 = 5$), толщины 60 и 2 мкм ($z_2/z_1 = 0,03$). Положительные значения φ соответствуют возрастанию температуры вглубь, отрицательные описывают случай более теплой, чем основная масса воды, пленки. Видно, что функции $\zeta(H_1, H_2)$ и $\varphi(H_1, H_2)$ являются достаточно удобными для надежной оценки интересующих нас характеристик.



Рис. 2. Зависимости безразмерной величины ζ , обратно пропорциональной температуре воды на границе раздела вода – воздух $T_0(a)$, и величины φ , пропорциональной вертикальному градиенту температуры в приповерхностном слое воды $G(\delta)$, от параметра, пропорционального отношению синалов от двухканального радиометра

Следует отметить, что для пленки на поверхности океана $\varphi < 0,01$ и зависимость $\varphi(H_1/H_2)$ вырождается в прямую, наклон которой зависит от отношений z_2/z_1 и λ_2/λ_1 . Следовательно, и ошибка оценки φ является функцией этих отношений:

$$\boldsymbol{\sigma}_{\varphi} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left| 1 - \frac{z_2}{z_1} \right|^{-1} \boldsymbol{\sigma}_{H_2/H_1},$$

что нужно учитывать при выборе рабочих диапазонов радиометра.

Оценим погрешности определения непосредственно температуры и градиента температуры предложенным способом. Перейдя от безразмерных величин к размерным, получим:

$$\sigma_{T} = \frac{\lambda_{1}}{c_{2}} T^{2} \sigma_{\xi} = \frac{\lambda_{1} T^{2}}{c_{2} \left| 1 - z_{2} / z_{1} \right|} \sqrt{\left(\frac{z_{2}}{z_{1}}\right)^{2}} \delta_{p_{1}}^{2} + \left(\frac{\lambda_{2}}{\lambda_{1}}\right)^{2} \delta_{p_{2}}^{2} + \left(\frac{\lambda_{2}}{\lambda_{1}} - \frac{z_{2}}{z_{1}}\right)^{2} U + \left(\frac{z_{2}}{z_{1}}\right)^{2} U_{1} + \left(\frac{\lambda_{2}}{\lambda_{1}}\right)^{2} U_{2}.$$
(13)

где $U = \left(\delta_{\mu}^{2} + \delta_{\eta}^{2}\right), U_{1} = \left(\delta_{\mu 1}^{2} + \delta_{\eta 1}^{2}\right), U_{2} = \left(\delta_{\mu 2}^{2} + \delta_{\eta 2}^{2}\right).$

Оценка тепловых характеристик приповерхностного слоя

$$\sigma_T = \frac{T_0}{z_1} \sqrt{\Delta \phi^2} = \frac{\lambda_1 T_0^2}{c_2 z_1 \left| 1 - (z_2 / z_1) \right|} \sqrt{\delta_{p_1}^2 + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2 \delta_{p_2}^2 + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - 1\right)^2 U + U_1 + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2 U_2}.$$
(14)

Здесь δ_{p1} и δ_{p2} – относительные погрешности определения освещенности входного зрачка в рабочих каналах приемника; δ_{η} , $\delta_{\eta1}$, $\delta_{\eta2}$ – относительные погрешности калибровки чувствительности каналов, характеризующие общий для обоих каналов сдвиг и независимые отклонения в каждом канале; δ_{μ} , $\delta_{\mu1}$, $\delta_{\mu2}$ – аналогичные величины, характеризующие погрешность оценки коэффициента пропускания атмосферы. Значения температуры и градиента температуры колеблются около 300 К и 10⁻³ К/мкм соответственно. Изменение температуры в рассматриваемом слое составляет ~0,1 К. Если, исходя из этих данных, задать требуемую точность определения температуры поверхности и градиента температуры $\sigma_T = 2 \cdot 10^{-2}$ К и $\sigma_G = 5 \cdot 10^{-4}$ К/мкм, то относительная погрешность измерения освещенности в каждом канале при $z_2/z_1 = 0,5$ не должна превышать $2 \cdot 10^{-4}$. При этом считалось, что погрешности из-за незнания параметров атмосферы и аппаратурные ошибки пренебрежимо малы. В реальных условиях это, как правило, не выполняется, поэтому для уменьшения указанных погрешностей было предложено использовать трехканальный ИК-радиометр.

Трехканальный метод

Так как измерения относительных величин, как правило, позволяют получать результаты с большей точностью, рассмотрим возможность оценки температуры поверхности и градиента температуры океана по измерениям относительных величин. Для этого необходим приемник с тремя рабочими диапазонами (λ_1 , λ_2 , λ_3 – соответствующие им длины волн, z_1 , z_2 , z_3 – характерные толщины водяной пленки). Основными измеряемыми величинами будут отношения освещенностей в двух спектральных диапазонах P_2/P_1 и P_3/P_1 . Используя (5) и (6), запишем систему уравнений:

$$\begin{cases} \ln \frac{P_2}{P_1} - \ln \frac{\Omega_2 \mu_2 \eta_2 \Delta \lambda_2 z_2 \lambda_1^5}{\Omega_1 \mu_1 \eta_1 \Delta \lambda_1 z_1 \lambda_2^5} = \frac{c_2}{T_0} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) - \frac{c_2 G}{T_0^2} \left(\frac{z_1}{\lambda_1} - \frac{z_2}{\lambda_2} \right), \\ \ln \frac{P_3}{P_1} - \ln \frac{\Omega_3 \mu_3 \eta_3 \Delta \lambda_3 z_3 \lambda_1^5}{\Omega_1 \mu_1 \eta_1 \Delta \lambda_1 z_1 \lambda_3^5} = \frac{c_2}{T_0} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_3} \right) - \frac{c_2 G}{T_0^2} \left(\frac{z_1}{\lambda_1} - \frac{z_3}{\lambda_3} \right). \end{cases}$$
(15)

Переходя к безразмерным переменным ζ и φ и обозначив

$$A_{21} = \ln \frac{P_2}{P_1} - \ln \frac{\Omega_2 \mu_2 \eta_2 \Delta \lambda_2 z_2 \lambda_1^5}{\Omega_1 \mu_1 \eta_1 \Delta \lambda_1 z_1 \lambda_2^5}, \quad A_{31} = \ln \frac{P_3}{P_1} - \ln \frac{\Omega_3 \mu_3 \eta_3 \Delta \lambda_3 z_3 \lambda_1^5}{\Omega_1 \mu_1 \eta_1 \Delta \lambda_1 z_1 \lambda_3^5}, \quad (16)$$

Получим

$$\begin{cases} \zeta \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) - \zeta \varphi \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{z_2}{z_1} \right) = A_{21} ,\\ \zeta \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \right) - \zeta \varphi \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \frac{z_3}{z_1} \right) = A_{31} . \end{cases}$$
(17)

В явном виде решение этой системы подобно (11) и (12):

$$\zeta = \frac{A_{21} \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \frac{z_3}{z_1} \right) - A_{31} \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{z_2}{z_1} \right)}{\left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \frac{z_3}{z_1} \right) - \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \right) \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{z_2}{z_1} \right)};$$
(18)

В.В. Ростовцева, А.П. Сухоруков

$$\varphi = \frac{A_{21} \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \right) - A_{31} \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)}{A_{21} \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \frac{z_3}{z_1} \right) - A_{31} \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{z_2}{z_1} \right)}.$$
(19)

Зависимости ζ/A_{21} и φ от A_{31}/A_{21} , представленные, например, для радиометра, работающего на длинах волн 2,5; 5; 12 мкм, аналогичны соответствующим зависимостям в двухканальном методе и также дают возможность достаточно точной оценки ζ и φ .

Считая, что отношения $\Omega_1/\Omega_{2,3}$, $\mu_1/\mu_{2,3}$, $\eta_1/\eta_{2,3}$, $\Delta\lambda_1/\Delta\lambda_{2,3}$, $z_1/z_{2,3}$ могут быть получены с достаточной степенью точности, запишем выражения для погрешности определения температуры и ее градиента:

$$\sigma_{T} = \frac{\lambda_{1}}{c_{2}} T^{2} \left| \left(1 - \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{2}} \right) \left(1 - \frac{\lambda_{1}z_{3}}{\lambda_{3}z_{1}} \right) - \left(1 - \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{3}} \right) \left(1 - \frac{\lambda_{1}z_{2}}{\lambda_{2}z_{1}} \right) \right|^{-1} \sqrt{\delta_{p_{1}}^{2} \left[\left(1 - \frac{\lambda_{1}z_{2}}{\lambda_{2}z_{1}} \right) - \left(1 - \frac{\lambda_{1}z_{3}}{\lambda_{3}z_{1}} \right) \right]^{2} + \delta_{p_{2}}^{2} \left(1 - \frac{\lambda_{1}z_{3}}{\lambda_{3}z_{1}} \right)^{2} + \delta_{p_{3}}^{2} \left(1 - \frac{\lambda_{1}z_{2}}{\lambda_{2}z_{1}} \right)^{2}} \right]^{2} \left(1 - \frac{\lambda_{1}z_{3}}{\lambda_{3}z_{1}} \right)^{2} + \delta_{p_{3}}^{2} \left(1 - \frac{\lambda_{1}z_{2}}{\lambda_{2}z_{1}} \right)^{2} \right)^{2} \left(1 - \frac{\lambda_{1}z_{3}}{\lambda_{3}z_{1}} \right)^{2} + \delta_{p_{3}}^{2} \left(1 - \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{3}} \right)^{2} + \delta_{p_{3}}^$$

Интересно отметить, что вклад погрешностей от каждого канала зависит от соотношения длин волн и эффективных толщин. Так, для рассмотренных выше рабочих диапазонов приемника вклады в общую дисперсию σ_T^2 в результате ошибок измерения в каждом канале соотносятся как 0,04 δ_{p1}^2 : δ_{p2}^2 : 0,64 δ_{p3}^2 . Видно, что наиболее жесткие требования по точности должны быть предъявлены ко второму и третьему каналам.

Таким образом, предложенные методы оценки температуры и температурного градиента приповерхностного слоя океана двух- и трехканальным ИК-радиометрами являются эффективными, несложными в обработке и могут широко использоваться для пассивного контроля поверхности океана с самолетов или спутников.

Кроме того, предложенный выше способ оценки температуры и температурного градиента может быть использован не только для оценки состояния водной поверхности, но и других сред, обладающих достаточной дисперсией поглощения излучения в ИК-области спектра.

2. M a m m e n T. C., Von Bosse N. // J. Atmos. Ocean. Technol. (USA). 1990. V. 7. N 2. P. 312 – 322.

3. Breaker L. C. // J. Geophys. Res. (USA). 1990. V. 95. N C6. P. 9701 – 9711.

4. Barton I.J., Cechet R.P. J. Atmos. Ocean. Technol. (USA). 1989. V. 6. N 6. P. 1083 – 1089.

5. Reynolds R. W., Folland C. K., Parker D. E. // Nature (UK). 1989. V. 341. N 6244. P. 728 - 731.

6. Malkevich M.S., Gorodetsky A.K. Remote Sens. Rev. (UK). 1988. V. 3. N 3. P. 137 – 161.

8. M c A lister E.D., M c L eish W. // Appl. Opt. 1970. V. 9. N 12. P. 2697 – 2705.

9. МсАlister E.D., McLeish W., Gorduan E.A. // J. Geophys. Res. (USA). 1971. V. 76. N 18. P. 4172 – 4180. 10. Мельников Г.С., Минеев Е.Н. // Оптические методы изучения океанов и внутренних водоемов. Новосибирск: Наука, 1979. С. 212 – 219.

11. Ш и ф р и н К.С. // Дистанционные методы изучения океана. Горький, 1987. С. 126 – 155.

12. Краснов К.В., Осипов Г.И., Ростовцева В.В. // Измерительная техника. 1987. Т. З. С. 10 – 14.

Московский госуниверситет им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию 16 июня 1993 г.

V.V. Rostovtseva, A.P. Sukhorukov. Determination of the Ocean Skinlayer Thermal Characteristics by Multiband IR-radiometer.

The temperature gradient and the average temperature of the water surface are proposed to be estimated by means of the remote two-or three-band detection of the IR-radiation. The suggested methods of data processing imply rather simple calibration and are effective for airborne and satellite measurements. The necessary measurement accuracy is calculated for the required accuracy of the determination of the ocean parameters.

Оценка тепловых характеристик приповерхностного слоя

^{1.} Андреев Б.Г., Хунджуа Г.Г. Теплообмен и термическая структура пограничных слоев в системе море – атмосфера в процессе мелкомасштабного взаимодействия.// Вестник МГУ. Сер. Физ. астроном. 1975. N 1. C. 54 – 59.

^{7.} McAlister E.D. // Appl. Opt. 1964. V. 3. N 5. P. 609 – 612.