

Ю.Н. Исаев, Е.В. Захарова

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА ПО ТЕМПЕРАТУРНОМУ ПОЛЮ ТОНКОЙ МИШЕНИ

Приводится алгоритм восстановления распределения интенсивности в поперечном сечении лазерного пучка по температурному полю тонкой мишени, анализируются причины неустойчивости решения и методы их устранения. Представлены результаты численного эксперимента по восстановлению для различных граничных условий.

При решении ряда атмосферных задач необходимо знать параметры распространяющегося в атмосфере лазерного пучка, которые непрерывно изменяются. При изучении закономерностей изменения этих параметров возникает проблема измерения интенсивности в поперечном сечении пучка. Одним из возможных методов измерения интенсивности является восстановление ее по температурному полю на поверхности мишени.

Авторами был опубликован ряд работ [1–3], в которых получены интегральные соотношения и алгоритмы, позволяющие восстанавливать интенсивность лазерного излучения по измерениям температуры на поверхности мишени для разных граничных условий и без ограничений на толщину мишени. В этих интегральных соотношениях есть особенности, для устранения которых приходилось вводить определенный тип регуляризации. В ряде экспериментов существенный интерес представляет случай тонкой мишени, который приводит к естественному упрощению этих соотношений [1–3].

В [1] на основе метода погружения были получены соотношения, связывающие температуру на поверхности мишени $T(\rho, t)$ с распределением интенсивности $I(\rho, t)$ падающего на нее лазерного излучения через восстановленный по этой температуре тепловой поток $q(\rho, t)$ (в пренебрежении тепловыми потерями $q(\rho, t) = (1 - R)I(\rho, t)$, R – коэффициент отражения). Для случая тонкой мишени (обобщенный теплофизический параметр Фурье $F_o = a^2 t/L^2 \gg 1$) при различных граничных режимах были получены следующие соотношения, для теплоизолированной и охлаждаемой мишеней соответственно:

$$q(\rho, t) = \frac{kL}{a^2} \left[\frac{\partial}{\partial t} T(\rho, t) - a^2 \Delta_{\perp} T(\rho, t) \right], \quad (1)$$

$$q(\rho, t) = \frac{k}{L} T(\rho, t) + \frac{kL}{3a^2} \left[\frac{\partial}{\partial t} T(\rho, t) - a^2 \Delta_{\perp} T(\rho, t) \right], \quad (2)$$

где a^2, k – коэффициенты температуро- и теплопроводности; L – толщина мишени; $\rho = \{x, y\}$ – поперечная координата; t – время; $\Delta_{\perp} = \partial/\partial x^2 + \partial/\partial y^2$ – поперечный лапласиан.

Целью данной статьи является численная реконструкция интенсивности с помощью соотношений (1) и (2), которые являются более простыми по сравнению с интегральными соотношениями [1–3], т.е. не содержат особенностей, но также подвержены влиянию шумов, присутствующих в исходных данных.

Для численной реализации уравнений (1) и (2) используем следующую разностную схему [4]. Считая, что мишень имеет форму прямоугольной пластины, положим $h = x_0/N = y_0/N$, $\tau = t_{\max}/M$, $x_k = kh$, $y_m = hm$, $t_m = v\tau$, $T_{km}^v = T(x_k, y_m, t_m)$. Введем операторы

$$\Lambda_1 T_{km}^v = - (T_{k-1m}^v - 2T_{km}^v + T_{k+1m}^v) / h^2, \quad (3)$$

$$\Lambda_2 T_{km}^v = - (T_{km-1}^v - 2T_{km}^v + T_{km+1}^v) / h^2, \quad (4)$$

$$\Lambda T_{km}^v = \Lambda_1 T_{km}^v + \Lambda_2 T_{km}^v, \quad (5)$$

где оператор Λ есть дискретный аналог оператора Лапласа. При таких обозначениях разностный аналог уравнений (1) и (2) можно записать следующим образом соответственно для теплоизолированной и охлаждаемой мишеней:

$$q_{km}^{v-1} = k L / a^2 [(T_{km}^v - T_{k+1m}^{v-1}) / \tau - a^2 \Lambda_1 T_{km}^{v-1}], \quad (6)$$

$$q_{km}^{v-1} = (k / L) T_{km}^{v-1} + [k L / 3 a^2] [(T_{km}^v - T_{k+1m}^{v-1}) / \tau - a^2 \Lambda_1 T_{km}^{v-1}], \quad (7)$$

где $k, m = 1, 2, \dots, N-1$; $v = 1, 2, \dots, M$.

Восстановление интенсивности для теплофизических ситуаций (1) и (2) моделировалось в численном эксперименте с использованием описанного выше алгоритма. При этом предполагалось, что измеренное распределение температуры по пространственным координатам $T(\rho, t)$ в фиксированный момент времени имеет случайную погрешность измерений

$$T_{km}^v = T(\rho_{km}, t_v) + \zeta_{km}^v,$$

где ζ_{km}^v имеет нормальный закон распределения с нулевым средним и дисперсией σ^2 . Область определения функций в эксперименте задавалась следующим образом: $t \in [0, 1]$ с; $x, y \in [-1, 1]$; $N = 40$. Частота регистрации тепловой картины равнялась $1/24$, что соответствует временному разрешению тепловизора. В качестве материала мишени использовался алюминий. В качестве моделей исходной интенсивности была выбрана следующая функция

$$q(\rho, t) = \exp \{-\alpha(x^2 + y^2)\} \Theta(\tau) f(\tau), \quad (8)$$

где

$$\Theta(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau \geq 0, \\ 0, & \tau < 0, \tau \geq 1, \end{cases}$$

а вид $f(\tau)$ задавался различным:

$$f_1(\tau) = 2,6 I_0 [\exp((\tau - 0,5)^2 \alpha_2) - 0,8 \exp((\tau - 0,5)^2 \alpha_3)] \quad (9)$$

для теплоизолированной мишени и

$$f_2(\tau) = I_0 \exp \left\{ -\frac{(\tau - 0,5)^2}{(0,5)^2 - (\tau - 0,5)^2} \right\} \quad (10)$$

для охлаждаемой; $I_0 = 1$ Вт/см², $\tau = t/t_0$, $t_0 = 1$ с. В обеих моделях были выбраны $\alpha = 4 \ln(10)$, $\alpha_2 = 20$, $\alpha_3 = 60$. Зависимость (8) приведена на рис. 1, а, 2, а соответственно в два различных момента времени $t_8 = 0,3$ и $t_{16} = 0,6$ (из всей совокупности временной дискретизации). Результаты восстановления при $\sigma = 0,02$ приведены на рис. 1, б, 2, б.

Приведем комментарии к полученным результатам. Графики наглядно свидетельствуют о неустойчивости разностной схемы в данной постановке. Ошибка вычисления l -й производной от температуры ($l=1, 2$) состоит из двух величин

$$\delta = \delta_R + \delta_r,$$

где $\delta_R \sim h^p$ – ошибка аппроксимации функции в окрестности точки разложения (p – порядок точности); $\delta_r \sim 1/h^l$ – неустранимая случайная погрешность, связанная с погрешностью измерения (l – порядок дифференцирования).

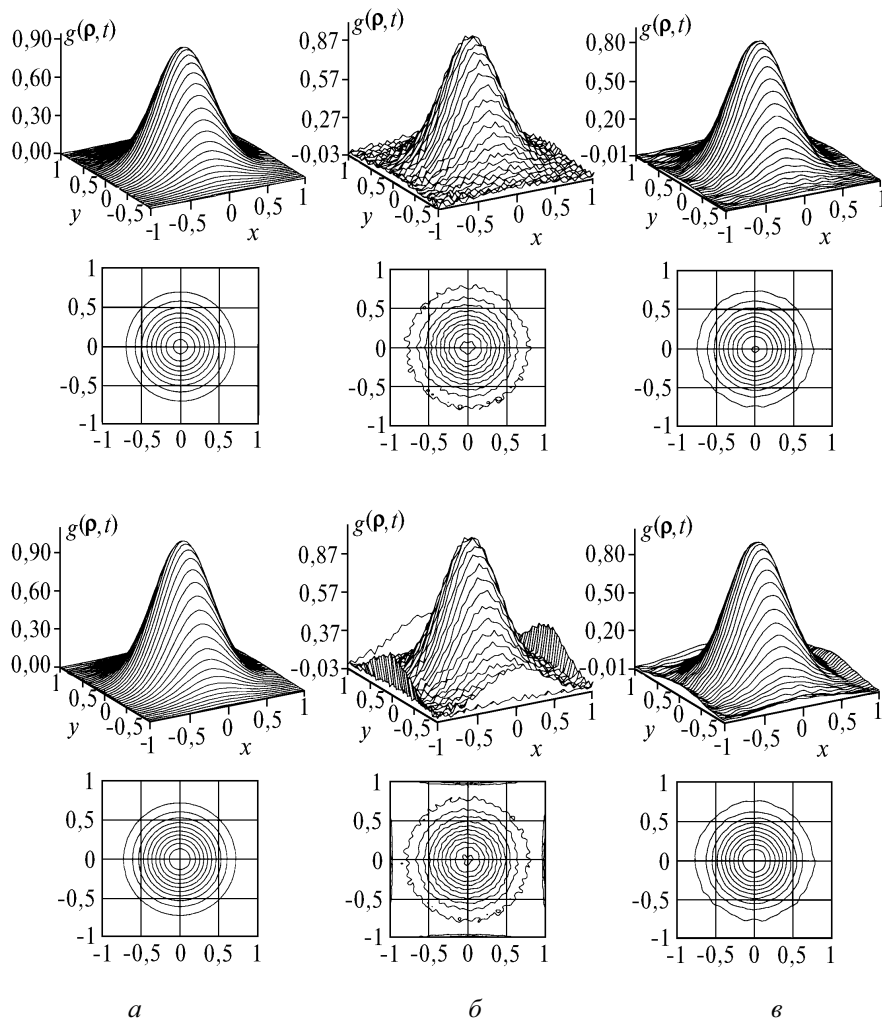


Рис. 1. Восстановление теплового потока [Вт/см²], формулы (8), (9) для теплоизолированной мишени: *а* – исходное модельное распределение; *б* – восстановленный тепловой поток; *в* – сглаженное решение. По осям координат отложены нормированные значения переменных

К задачам такого рода применяются методы регуляризации Тихонова [4] и сглаживающих сплайнов [5, 6], однако эти методы являются громоздкими, что усугубляется при решении трехмерной задачи. Выбор той или иной расчетной схемы определяется требуемой точностью. Поэтому при обработке экспериментальных данных желательно использовать методы более простые, но позволяющие достигнуть точности, достаточной для дальнейшей обработки.

Приведем характерный график зависимости погрешности решения от шага (рис. 3). Фактическая неустранимая погрешность будет нерегулярно зависеть от величины шага, беспорядочно осциллируя (штриховая линия на рис. 3) в границах, определяемых мажорантой (сплошная линия). Из графика видно, что регуляризация возможна при увеличении шага дискретизации, но при этом уменьшается разрешение алгоритма (ухудшается воспроизведение тонких структур). Поэтому, оставляя шаг дискретизации прежним, уменьшим влияние случайных погрешностей δ_r , для чего достаточно осуществить фильтрацию исходных данных. Простым и эффективным фильтром, который обладает удовлетворяющей нас точностью, является использование свертки исходных данных с некоторой стабилизирующей функцией [7,8]. В качестве стабилизирующего множителя мы выбрали $\text{sinc}(x)$ – функцию, которая выглядит следующим образом:

$$\text{sinc}(x) = \sin(\kappa_{\max} x) / (\pi x). \quad (11)$$

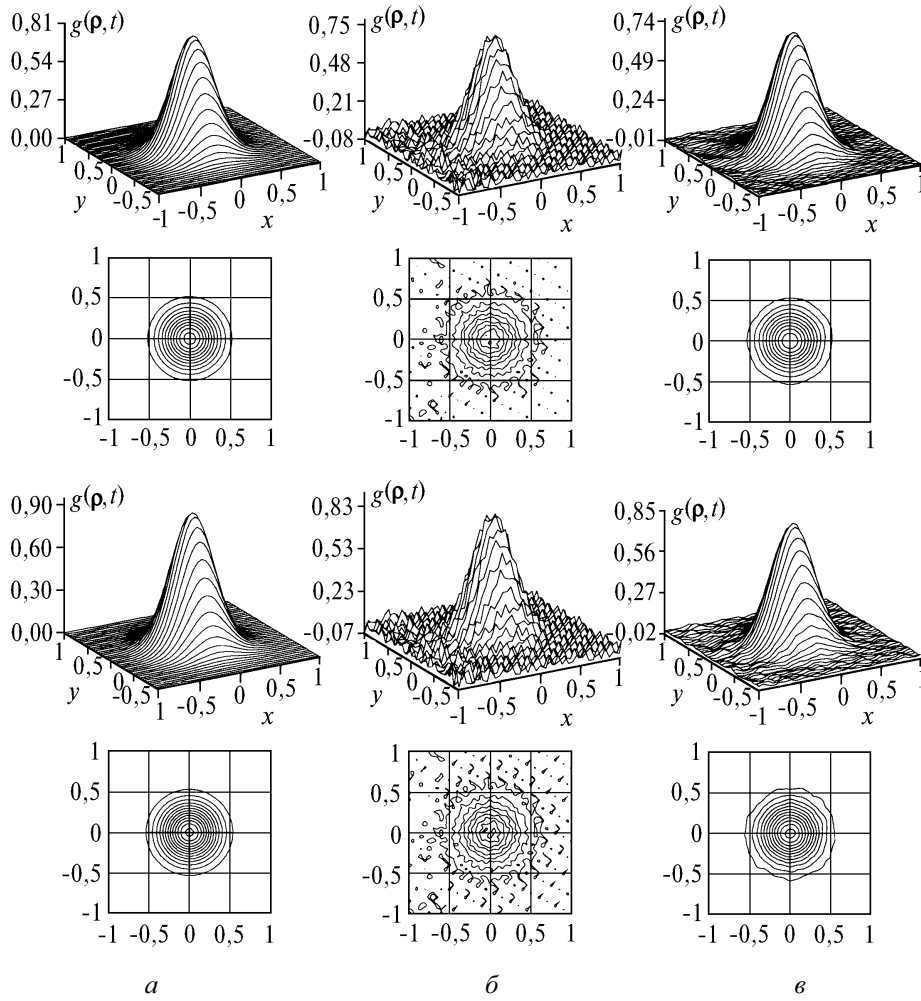


Рис. 2. Восстановление теплового потока [Вт/см²], формулы (8), (10) для охлаждаемой мишени: *a* - исходное модельное распределение; *б* - восстановленный тепловой поток; *в* - сглаженное решение

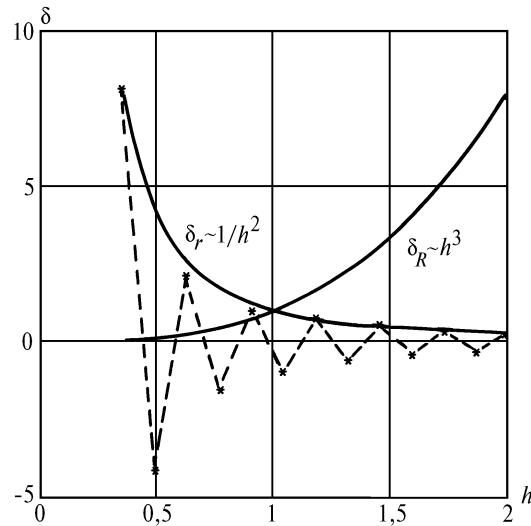


Рис. 3. Зависимость погрешности решения от шага: δ_R - ошибка аппроксимации функции; δ_r - оценочная мажоранта неустраимой случайной погрешности, связанной с погрешностью измерения функции; штриховая кривая - неустраимая погрешность, беспорядочно осциллирующая в границах, определенных мажорантой

Этот множитель накладывает ограничения на спектральную протяженность, отсекая все лишние высокочастотные шумовые составляющие. Параметр κ_{\max} в выражении (11) является максимальной пространственной частотой, которая выбирается в соответствии с теоремой Котельникова [7, 9]:

$$h = \pi / \kappa_{\max}.$$

Считая, что пространственное разрешение алгоритма ограничено разрешением прибора, находим параметр κ_{\max} . Очевидно, он будет определяться неравенством

$$\pi / (2h) < \kappa_{\max} < \pi / h.$$

В нашем случае $h = 0,05$ и $\kappa_{\max} \approx 30$. В силу линейности операторы свертки и дифференцирования коммутируют, поэтому процедуру сглаживания можно осуществить на последнем этапе алгоритма. Результат свертки полученного решения с функцией (11) приведен на рис. 1, в, 2, в. Максимальная ошибка восстановления при этом не превышала 10%. На наш взгляд, эти результаты являются удовлетворительными. Наличие артефактов на границах восстановленного потока обусловлено конечностью поперечных размеров мишени, что может быть устранено за счет увеличения размеров мишени.

В настоящей статье приводится алгоритм восстановления интенсивности по температурному полю тонкой мишени, анализируются причины неустойчивости решения и методы их устранения. Представленный алгоритм является частью программного комплекса, осуществляющего обработку экспериментальных данных: восстановление интенсивности лазерного пучка по температурному полю нагретой поверхности мишени с произвольными параметрами.

1. Аксенов В. П., Исаев Ю. Н. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. N 5. С. 509–516.
2. Аксенов В. П., Исаев Ю. Н., Захарова Е. В. // ИФЖ. 1994. Т. 67. N 3–4. С. 275–280.
3. Исаев Ю. Н. // Оптика атмосферы и океана. 1994. Т. 7. N 10. С. 1433–1436.
4. Калиткин Н. Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.
5. Воскобойников Ю. Е., Преображенский Н. Г., Сидельников А. И. Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике. Новосибирск: Наука, 1984. 239 с.
6. Вершинин В. В., Завьялов Ю. С., Павлов Н. Н. Экстремальные свойства сплайнов и задача сглаживания. Новосибирск: Наука, 1988. 102 с.
7. Василенко Г. И., Тараторин А. М. Восстановление изображений. М.: Радио и связь, 1986. 302 с.
8. Жакс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. М.: Мир, 1983. Т. 1. 311 с.
9. Хургин Я. И., Яковлев В. П. Финитные функции в физике и технике. М.: Наука, 1971. 408 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
13 декабря 1994 г.

Yu. N. Isaev, E. V. Zakharova. **Retrieving of Laser Beam Intensity from Temperature Field of Thin Target.**

An algorithm is presented in the paper for retrieving of intensity distribution over cross-sectioned laser beam from the temperature field of a thin target. The causes of the solution instability and methods for their elimination are analyzed. The results of numerical experiment are presented for various boundary conditions.