

В.Ф. Рапута, А.И. Крылова

ЗАДАЧА ОЦЕНИВАНИЯ СУММАРНОЙ МОЩНОСТИ ИСТОЧНИКОВ ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ

Рассмотрены оптимизационные модели оценивания суммарной мощности выбросов примеси по данным измерений как наземной концентрации, так и концентрации на высоте. Верхняя и нижняя границы мощности выброса для отдельных источников, области характерного загрязнения, типичные метеоусловия, особенности системы наблюдений являются необходимой дополнительной информацией для решения рассматриваемых обратных задач.

На примере промплощадки комбината химического волокна (КХВ) г. Барнаула проведены численные эксперименты по оцениванию верхней и нижней границ мощности выброса сероводорода для различных вариантов системы наблюдений и метеорологических условий. Анализ результатов численного моделирования показал вполне удовлетворительное соответствие оценок с заданной суммарной мощностью для условий неустойчивой стратификации атмосферы.

При математическом моделировании процессов переноса примеси в атмосфере важное значение имеют обратные задачи, связанные с оценкой параметров источников загрязнения. Развитие этого направления представляют теоретические и прикладные исследования, посвященные обоснованию постановок задач и численным методам их решения [1–3]. Использование математической модели переноса примеси и априорной информации о параметрах источников, структуре и точности наблюдений позволяет решать задачу об оценивании интенсивности выбросов от совокупности источников.

В статье рассмотрены оптимизационные модели оценивания суммарной мощности выбросов примеси по данным измерений как наземной концентрации, так и на высоте. В качестве целевой функции используется суммарная мощность источников выброса. Основными ограничениями в задаче оценивания полагаются модели переноса примеси и пограничного слоя атмосферы (ПСА). Дополнительной информацией при решении рассматриваемых обратных задач являются: верхняя и нижняя границы мощности выброса для отдельных источников, области характерного загрязнения, типичные метеоусловия, особенности системы наблюдений.

На примере промплощадки комбината химического волокна (КХВ) г. Барнаула проведены численные эксперименты по оцениванию верхней и нижней границ суммарной мощности выброса сероводорода для различных вариантов системы наблюдений и метеорологических условий. Анализ результатов численного моделирования показал вполне удовлетворительное соответствие оценок с заданной суммарной мощностью для условий неустойчивой стратификации атмосферы. Построены гистограммы оценок верхней и нижней границ суммарного выброса в зависимости от расстояния до промплощадки.

1. Модели планетарного пограничного слоя атмосферы и переноса примеси

Для расчета вертикальных профилей средней скорости ветра и коэффициента вертикального турбулентного обмена, которые являются входными параметрами для модели атмосферной диффузии, используется модель температурно-стратифицированного ПСА, предложенная в [4].

Модель, описывающая стационарные, горизонтально-однородные течения в пограничном слое, включает в себя систему уравнений гидродинамики турбулентной атмосферы в виде

$$\frac{d}{dz} k \frac{du}{dz} + f(v - v_g) = 0,$$

$$\frac{d}{dz} k \frac{dv}{dz} - f(u - u_g) = 0, \tag{1}$$

$$k \left[\left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 \right] + \frac{g}{T} \frac{P(z)}{c_p \rho} + \alpha_b \frac{d}{dz} k \frac{db}{dz} - \varepsilon = 0,$$

$$k \left[\left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 \right] + \alpha_1 \frac{g}{T} \frac{P(z)}{c_p \rho} + \alpha_2 \frac{b}{e} \frac{d}{dz} k \frac{de}{dz} - \alpha_3 \varepsilon = 0, \quad (2)$$

$$k = \alpha_\varepsilon \frac{b^2}{e},$$

где $\alpha_b, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_\varepsilon$ – эмпирические константы; $P(z)$ – турбулентный приток тепла; \overline{T} – средняя в пределах ПСА температура; b – кинетическая энергия турбулентности; ε – скорость диссипации турбулентной энергии в тепло.

Граничные условия:

$$u = v = 0, \quad b = b_0, \quad \varepsilon = \varepsilon_0 \quad \text{при } z = z_0;$$

на верхней границе ($z = h$)

$$u \rightarrow u_g, \quad v \rightarrow v_g, \quad b \rightarrow 0, \quad \varepsilon \rightarrow 0.$$

На основании асимптотической формулы для градиента потенциальной температуры в ПСА [5] турбулентный поток тепла $P(z)$ рассчитывается следующим образом:

$$P(z) = k \left[\frac{P_0}{\kappa v_* z} - \rho c_p (\gamma_a - \gamma_h) \left(\frac{z}{h} \right)^m \right], \quad (3)$$

где $\gamma_n = 0,6 \text{ } ^\circ\text{C}/100 \text{ м}$ – градиент температуры в свободной атмосфере; v_* – динамическая скорость; P_0 – поток тепла у земной поверхности; h – высота ПСА; κ – постоянная Кармана.

Переход к безразмерным переменным

$$u_n = \kappa u/v_*, \quad v_n = \kappa v/v_*, \quad \eta_n = \eta/v_*^2, \quad \sigma_n = \sigma/v_*^2,$$

$$z_n = z/L_1, \quad L_1 = \kappa v_*/f, \quad \theta = \theta/\theta_*, \quad \theta_* = -P_0/(c_p \rho v_*),$$

$$k_n = k/(\kappa v_* L_1), \quad b_n = b/(\alpha_\varepsilon^{-1/2} v_*^2), \quad \varepsilon_n = \varepsilon/(v_*^3/\kappa L_1),$$

$$\mu = \mu_0 k_n \frac{d\theta_n}{dz_n} = \mu_0 \left(k \frac{d\theta}{dz} \right) / (P_0/(c_p \rho)),$$

$$z_{0n} = z_0/L_1, \quad z_{0n} = (\kappa^2 \chi \text{Ro})^{-1}$$

позволяет записать исходную систему в зависимости только от одного параметра $\mu_0 = L_1/L$, где $L = -v_*^3/(\kappa (g/\overline{T}) P_0/(c_p \rho))$ – масштаб длины Монина–Обухова; $\chi = v_*/\kappa c_g$ – геострофический коэффициент трения; $\text{Ro} = c_g/(f z_0)$ – число Россби.

В безразмерном виде замкнутая система уравнений ПСА (1) – (2) принимает вид

$$\frac{d^2 \eta_n}{dz_n^2} + \frac{\sigma_n}{k_n} = 0,$$

$$\frac{d^2 \sigma_n}{dz_n^2} - \frac{\eta_n}{k_n} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\eta_n^2 + \sigma_n^2}{k_n} - \mu + \beta_1 \frac{d}{dz_n} k_n \frac{db_n}{dz_n} - \varepsilon_n = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\eta_n^2 + \sigma_n^2}{k_n} - A_3 \mu + A_1 \frac{k_n}{b_n} \frac{d}{dz_n} k_n \frac{de_n}{dz_n} - A_2 \varepsilon_n = 0, \quad (6)$$

$$k_n = b_n^2 / \varepsilon_n,$$

$$\mu = \frac{k_n}{z_n} \left(\mu_0 + \frac{\kappa^4 (\gamma_a - \gamma_h) g z_n^2}{f^2 T h} \right), \quad (7)$$

$$\mu_0 = - \frac{\kappa^2 g P_0}{f \rho c_p T v_*^2}.$$

Граничные условия:

$$\eta_n = 1, \quad \sigma_n = 0, \quad b_n = 1, \quad \varepsilon_n = \kappa^2 \chi \text{Ro}, \quad u_n = v_n = 0$$

$$\text{при } z_n = (\kappa^2 \chi \text{Ro})^{-1}; \quad (8)$$

$$\eta_n \rightarrow 0, \quad \sigma_n \rightarrow 0, \quad b_n \rightarrow 0, \quad \varepsilon \rightarrow 0 \quad \text{при } z_n \rightarrow \infty.$$

В качестве оптимальных значений констант β_1, A_1, A_2, A_3 были выбраны величины $\beta_1 = 0,41, A_1 = 0,31, A_2 = 1,31, A_3 = 0,70$, полученные в работе [4] на основе анализа влияния числовых констант на характеристики ПСА.

Решение системы (4) – (6) строится путем разделения ее на подсистему (4) и уравнения (5), (6). Система алгебраических уравнений, полученная в результате конечно-разностной аппроксимации уравнений движения (4) на неравномерной сетке, решается методом матричной прогонки. В результате рассчитывается вертикальный профиль составляющих касательного напряжения η_n, σ_n . Численное решение уравнений (5), (6) методом прогонки позволяет определить b_n, ε_n .

Для описания процесса распространения примеси от непрерывного источника, расположенного в трехмерной ограниченной области $\Omega = \Gamma \times [0, h]$, воспользуемся стационарным полуэмпирическим уравнением турбулентной диффузии [6]

$$Lq \equiv \mathbf{u} \nabla q + \alpha q - \frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial q}{\partial z} - \text{div}_s v \nabla_s q = \theta \varphi(\mathbf{x}) \quad (9)$$

с граничными условиями

$$k_z \frac{\partial q}{\partial z} + \beta q \Big|_{z=z_0} = 0, \quad \frac{\partial q}{\partial z} \Big|_{z=h} = 0,$$

$$q|_{\Gamma} = F, \quad q|_{x=0} = q_0(y, z), \quad (10)$$

где $q(\mathbf{x})$ – концентрация примеси в точке $\mathbf{x} = (x, y, z)$; $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ – скорость ветра; v, k_z – коэффициенты горизонтального и вертикального турбулентного обмена; α, β, q_0 – известные функции координат; F – значение концентрации на боковой границе Γ области Ω ; div_s, ∇_s – операторы дивергенции и градиента в горизонтальном направлении; $\varphi(\mathbf{x})$ – функция, описывающая расположение источника в области Ω ; θ – мощность источника.

2. Постановка задачи оценивания

Пусть в области Ω находится M источников. Тогда процесс переноса примеси от рассматриваемых источников описывается уравнением

$$Lq = \sum_{m=1}^M \theta_m \varphi_m(\mathbf{x}) \quad (11)$$

с граничными условиями (10). Здесь $q(\mathbf{x})$ – суммарная концентрация в точке \mathbf{x} ; $\varphi_m(\mathbf{x})$ – функция, описывающая расположение m -го источника в области Ω , а θ_m – его мощность.

В силу принципа суперпозиции решение задачи (11) – (10) можно определить следующим образом:

$$q(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) = \Phi(\mathbf{x}) + \sum_{m=1}^M \theta_m \psi_m(\mathbf{x}), \quad (12)$$

где ψ_m – решение, отвечающее m -му источнику единичной мощности и нулевым граничным условиям (10); $\Phi(\mathbf{x})$ – фоновое значение концентрации.

Для определения неизвестных коэффициентов θ_m , $m = \overline{1, M}$ необходимо располагать информацией о полях концентрации внутри области Ω и на ее границе. Предположим, что измерения концентрации проводятся в точках $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N \in \Omega$:

$$y_n = q(\mathbf{x}_n, \boldsymbol{\theta}) + \xi_n,$$

$$E[\xi_n] = 0, E[\xi_n \xi_{n'}] = \delta_{nn'} \sigma_n^2, n, n' = \overline{1, N}, \quad (13)$$

где ξ_n – погрешность измерения.

Если принять в качестве целевой функции среднеквадратичное отклонение вычисленных и измеренных концентраций примеси, то при определенных условиях можно получить оценку мощностей источников [3, 7]

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = C^{-1} Y, \quad (14)$$

где $\boldsymbol{\theta}^T = (\theta_1, \dots, \theta_M)$; C – информационная матрица Фишера; Y – вектор размерности M ,

$$C = \sum_{i=1}^N \sigma_i^{-2} \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}_i) \boldsymbol{\psi}^T(\mathbf{x}_i),$$

$$Y = \sum_{i=1}^N \sigma_i^{-2} \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}_i) [y_n - \Phi(\mathbf{x})],$$

$\boldsymbol{\psi}^T = (\psi_1, \dots, \psi_M)$. Оценка (14) возможна, если матрица C невырожденная. Для этого необходимо, чтобы число точек наблюдений N было не меньше числа источников M , что не всегда имеет место. Кроме того, необходимо оптимальное размещение системы наблюдений для получения устойчивых оценок вектора $\boldsymbol{\theta}$.

В ряде случаев использование формулы (14) невозможно, например при $N < M$. В связи с этим значительный интерес представляет собой оценка нижней и верхней границы суммарного выброса примеси по данным измерений концентрации в атмосфере.

Рассмотрим следующую задачу определения нижней границы суммарного выброса.

Задача 1. Найти вектор $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_M)^T$ такой, что

$$R(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{m=1}^M \theta_m \rightarrow \max_{\boldsymbol{\theta} \in D} \quad (15)$$

при ограничениях

$$q(\mathbf{x}_n, \boldsymbol{\theta}) \leq y_n, \quad n = \overline{1, N}.$$

Здесь

$$D = \{\boldsymbol{\theta}_m : 0 \leq A_m \leq \theta_m \leq B_m, m = \overline{1, M}\};$$

A_m, B_m – границы допустимых значений выброса для m -го источника. Аналогично формулируется задача оценивания верхней границы.

Задача 2. Определить вектор $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_M)^T$ такой, что

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{m=1}^M \theta_m \rightarrow \min_{\boldsymbol{\theta} \in D} \quad (16)$$

при ограничениях

$$q(\mathbf{x}_n, \boldsymbol{\theta}) \geq y_n, \quad n = \overline{1, N}.$$

С учетом (12) задачи 1, 2 сводятся к задачам линейного программирования, которые численно реализуются с помощью стандартных программ.

3. Численные эксперименты

Расчеты оценок суммарного выброса примеси от совокупности источников проводились с использованием модели переноса примеси, где в качестве решения рассматривалась интегральная концентрация

$$\bar{C}_y = \int_{-\infty}^{\infty} q(x, y, z) dy. \quad (17)$$

Использование (17) позволяет решать задачи (15), (16) без учета поперечной диффузии. Такое упрощение приводит к более простой структуре наблюдений.

Аналогом промплощадки для численных экспериментов была выбрана территория КХВ г. Барнаула, на которой расположено 17 источников выброса сероводорода. На рис. 1 в масштабе 1:250 м и в основной системе координат, ориентированной на части света, представлена схема промплощадки с расположенными на ней источниками. Данные о параметрах источников взяты из экологического паспорта данного предприятия, согласно которому высоты источников варьируются от 20 до 125 м. Средний ветер задавался в юго-западном направлении.

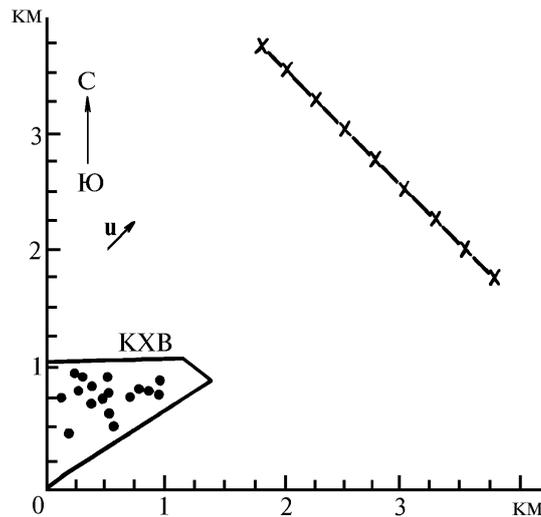


Рис. 1. Схема расположения комбината химического волокна, источников примеси и маршрутных наблюдений

Задача о суммарном выбросе решалась при различных турбулентных режимах ПСА, которые характеризовались безразмерным значением параметра Монина–Казанского μ_0 в диапазоне от 10 до – 30. Соответственно этим значениям были рассчитаны по модели стационарного ПСА вертикальные профили средней скорости ветра и коэффициента турбулентной диффузии. Решение задачи проводилось на модельных значениях интегральной концентрации, создаваемой совокупностью источников. Маршруты наблюдений выбирались в поперечном к ветру направлении на расстояниях от начала координат 1,5; 3, 6, 12, 18 км. Дальнейшее удаление от источников не имеет смысла, т.к. согласно [8, 9] при выполнении условия

$$2\sigma_z(x) + (h + \Delta h) > z_i,$$

которое имеет место обычно для больших расстояний, интегральная концентрация становится слабо зависимой от координаты x :

$$\bar{C}_y \approx Q/(u z_i). \quad (18)$$

Здесь h – геометрическая высота источника; Δh – высота, обусловленная тепловым и динамическим подъемом факела; z_i – высота слоя перемешивания; $\sigma_z^2(x)$ – дисперсия вертикального рассеивания примеси.

Результаты численных экспериментов представлены на рис. 2, 3. Из проведенных расчетов непосредственно вытекает, что при удалении от промплощадки оценки Q_{\max} , Q_{\min} стремятся соответственно сверху и снизу к одной и той же величине, а именно к заданной суммарной мощности (95 г/с) рассматриваемых источников.

Анализ поведения оценок суммарного выброса позволяет отметить следующую особенность диффузии примеси от совокупности источников на основе модели (9)–(10): вблизи промплощадки до расстояний 1,5 км для наземных наблюдений оценки Q_{\max} слишком завышены; для высоты наблюдений ~ 200 м такая тенденция сохраняется до 6 км. Следует отметить превышение оценок Q_{\max} , Q_{\min} в случае устойчиво стратифицированного ПСА по сравнению с конвективным, что связано с уменьшением вертикального турбулентного обмена для устойчивых условий.

Проведенные численные эксперименты позволяют сделать следующие выводы:

- на основе моделей стационарного ПСА и переноса примеси получены численные решения оптимизационных задач, представляющие верхнюю и нижнюю границы суммарного выброса от совокупности источников;
- характер поведения оценок верхней и нижней границ с удалением от промплощадки отражает качественное поведение решений уравнений переноса примеси, соответствующее условиям однородного распределения интегральной концентрации по высоте;
- качество оценок указывает на пригодность данных постановок оптимизационных задач для расчета границ суммарного выброса;
- при рассмотренных условиях применимости вышеуказанных моделей ПСА и переноса примеси соответствие оценок с заданной суммарной мощностью является вполне удовлетворительным для неустойчивой стратификации.

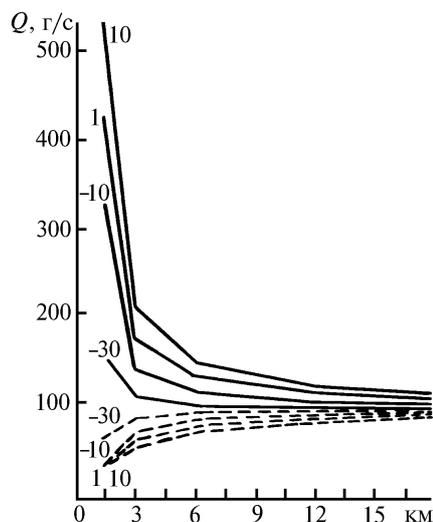


Рис. 2. Поведение оценок верхней Q_{\max} и нижней Q_{\min} границ суммарного выброса при $\mu_0 = 10$; 1; –10; –30 и в зависимости от расстояния x (для приземного уровня). Сплошная линия – Q_{\max} , пунктирная линия – Q_{\min}

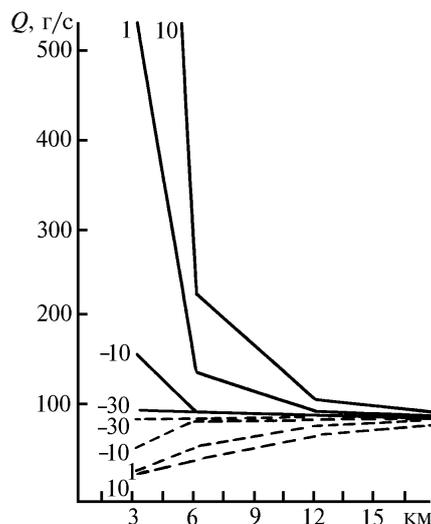


Рис. 3. Поведение оценок Q_{\max} и Q_{\min} при $\mu_0 = 10$; 1; –10; –30 и в зависимости от расстояния x (для высоты ~ 200 м). Сплошная линия – Q_{\max} , пунктирная линия – Q_{\min}

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 95–05–15575).

1. Седунов Ю. С. и др. // Метеорология и гидрология. 1989. № 9. С. 5–10.
2. Ясенский А. Н. и др. // Труды ГГО. 1987. Вып. 492. С. 13–23.
3. Пененко В. В., Рапуга В. Ф., Быков А. В. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1985. Т. 21. № 9. С. 913–920.
4. Гарнопольский А. Г., Шнайдман В. А. // Метеорология и гидрология. 1979. № 10. С. 14–22.
5. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя. Л.: Гидрометеиздат, 1970. 341 с.

6. Берлянд М. Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1975. 448 с.
7. Рапута В. Ф., Панарин А. В. // Изв. СО РАН СССР. Серия техн. наук. 1986. N 2. С. 92–96.
8. Учет дисперсионных параметров атмосферы при выборе площадок для атомных электростанций // Руководство по безопасности АЭС. Международное агентство по атомной энергии. Вена, 1980. 106 с.
9. Nieuwstadt F. T. M. // Atmos. Environ. 1980. V. 14. P. 1361–1364.

Вычислительный центр СО РАН,
Новосибирск

Поступила в редакцию
4 октября 1995 г.

V. F. Raputa, A. I. Krylova. Estimation of Summarized Strength of Sources of the Atmospheric Pollution.

The optimization models for the estimation of the summary strength of pollution sources are considered, using concentration measurements at the ground level and some vertical levels. The extreme left and extreme right permissible values of the strength for every source, the regions of pollution, typical meteorological conditions, features of the observation system are the necessary additional data to solve the considered inverse problems.

The numerical solutions of the optimization problem are obtained for the upper and lower limits of the sulphur hydrogen strength from multiple continuous sources located on the area of Barnaul chemical fibre plant. A comparison is made with the given summary strength. The numerical results are in agreement with this value for nonstable atmospheric condition.