

ТУРБУЛЕНТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

УДК 551.551.2.535.325

В.П. Лукин, Е.В. Носов, Б.В. Фортес

ЭФФЕКТИВНЫЙ ВНЕШНИЙ МАСШТАБ АТМОСФЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Рассматривается возможность введения эффективного внешнего масштаба турбулентных фазовых искажений оптической волны при распространении на вертикальных атмосферных трассах как интегральной характеристики, описывающей характер турбулентности вдоль всей трассы.

Проанализировано несколько известных моделей высотного профиля внешнего масштаба турбулентности и структурной характеристики флуктуаций показателя преломления атмосферы с целью определения значения эффективного внешнего масштаба.

Оценена погрешность определения параметра Штреля, рассчитанного с использованием эффективного внешнего масштаба, в сравнении со значением, полученным в результате расчета по модельному высотному профилю внешнего масштаба.

1. Введение

При проектировании крупного телескопа необходимо знать его прогнозируемые характеристики с учетом информации о параметрах модели [1] высотных профилей атмосферной турбулентности, таких как интенсивность турбулентности и внешний масштаб турбулентности, в предполагаемом месте его расположения. Такими характеристиками являются функция рассеяния точки (ФРТ) и эффективное угловое разрешение.

Смысл одного из традиционных способов оценки углового разрешения будущего телескопа заключается в измерении параметров изображения (длинноэкспозиционная ФРТ), получаемого в телескопе малого диаметра. Однако турбулентная ФРТ малого телескопа будет соответствовать ФРТ телескопа большего диаметра, если в обоих случаях внешний масштаб турбулентности намного превышает размер диаметра телескопа. В некоторых экспериментальных работах [2], выполненных в последние годы в различных обсерваториях мира, показано, что для современных проектов телескопов с размерами апертур порядка 8 – 10 м (VLT 4×8 м, Кеск 2×10 м) это условие нарушается. Говоря о внешнем масштабе, следует иметь в виду, что этот параметр меняется с ростом высоты, т. е. при моделировании ФРТ необходимо использовать информацию измерения параметров модели высотных профилей атмосферной турбулентности.

В ряде работ [3–7] рассматривалось влияние внешнего масштаба на пространственные и динамические характеристики фазовых искажений для различных моделей поведения спектра атмосферной турбулентности в области низких частот (т.е. больших пространственных масштабов). Большой интерес представляет возможность введения эффективного внешнего масштаба как интегральной характеристики турбулентности, что может позволить в ряде задач заменить им высотный профиль. Одной из причин введения такой характеристики является ограниченность применения моделей высотных профилей атмосферной турбулентности в силу их зависимости от географического положения. Это также позволит существенно упростить математические расчеты, связанные с учетом влияния атмосферной турбулентности на фазовые характеристики оптической волны.

В данной статье рассмотрен связанный с этим ряд вопросов: принципиальная возможность введения такой характеристики; класс задач, где имеет смысл ее применение; точность описания. Исследовано также влияние замены высотного профиля эффективным внешним масштабом на параметры изображения, в частности, проведена оценка погрешности расчета параметра Штреля турбулентной ФРТ с использованием эффективного внешнего масштаба, в сравнении со значением, получаемым в результате расчета по модельному высотному профилю внешнего масштаба.

2. Параметры модели высотных профилей атмосферной турбулентности

Для исследования были использованы полуэмпирические профили интенсивности турбулентности C_n^2 из [8], соответствующие наилучшим

$$C_n^2 = (h[\text{км}]) = 5,19 \cdot 10^{-16} \cdot 10^{-0,86h} + 10^{-18,34+0,29h-0,0284h^2+0,000743h^3}$$

и наихудшим

$$C_n^2 = (h[\text{км}]) = 9,50 \cdot 10^{-14} \cdot 10^{-2,09h} + 10^{-14,39+0,17h-0,0348h^2+0,000959h^3}$$

условиям видения.

В настоящее время известно достаточно много моделей высотных профилей $L_0(h)$. Ниже представлены некоторые модели, выбранные для изучения:

$$(A)L_0(h) = \begin{cases} 0,4 & h \leq 1 \text{ м;} \\ 0,4h & h < 1 \text{ м;} \end{cases} \quad (B)L_0(h) = \begin{cases} 0,4 & h \leq 1 \text{ м;} \\ 0,4h & 1 < h \leq 25 \text{ м;} \\ 2\sqrt{h} & h > 25 \text{ м;} \end{cases}$$

$$(C)L_0(h) = \begin{cases} 0,4 & h \leq 1 \text{ м;} \\ 0,4h & 1 < h \leq 25 \text{ м;} \\ 2\sqrt{2} & 25 < h \leq 1000 \text{ м;} \\ 2\sqrt{1000} & h > 1000 \text{ м;} \end{cases}$$

$$(D)L_0(h) = \frac{5}{1 + \left[\frac{h - 7500}{2000} \right]^2}; \quad (E)L_0(h) = \frac{4}{1 + \left[\frac{h - 8500}{2500} \right]^2}.$$

Модель (A) рекомендована в [9] для малых высот; (B) предложена Д. Фридом [1, 10]; (C) – обобщение (A) и (B). В данной работе (A) вследствие ограниченности ее применения не исследовалась. (D) и (E) получены обобщением результатов измерений, проведенных в США, Франции и Чили [1, 11, 12].

На рис. 1 представлены графики вертикальных профилей, соответствующие этим моделям. Видно, что графики (D) и (E) подобны по характеру роста и наличию максимального значения на некоторой конечной высоте, поэтому для исследования можно выбрать какую-то одну модель и обобщить полученные результаты на вторую. Здесь для исследования была избрана модель (D). По таким же признакам возможно выделить из моделей (B) и (C) одну, в данном случае это (C).

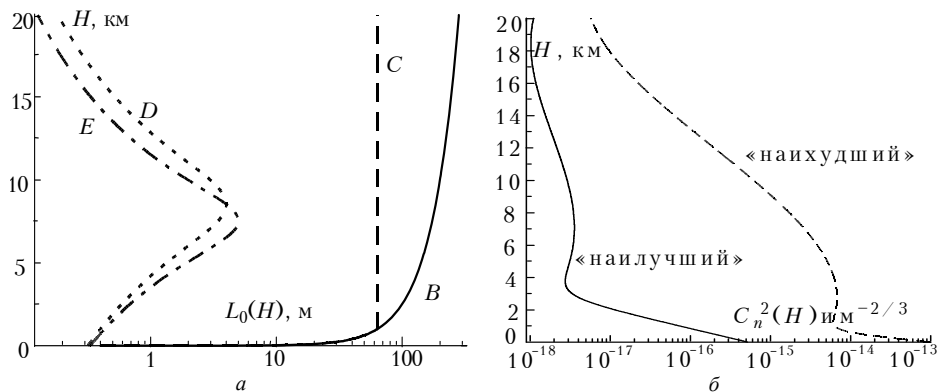


Рис. 1. Высотные профили внешнего масштаба $L_0(h)$ (а) и интенсивности турбулентности $C_n^2(h)$ (б)

3. Эффективный внешний масштаб атмосферной турбулентности

3.1. Методы определения

Предлагаются два метода определения эффективного внешнего масштаба: по невязке структурных функций фазовых флуктуаций и по уровню насыщения.

3.1.1. Определение по невязке

Для определения эффективного внешнего масштаба в этом методе используется минимизация интегральной квадратичной невязки структурных функций фазовых флуктуаций

$$\Delta(L_0) = \int_0^{\rho_{\max}} [D_\varphi(\rho, L_0) - D_\varphi(\rho, L_0(h))]^2 d\rho, \text{ где } D_\varphi(\rho, L_0(h)) - \text{структурная функция, соответствующая}$$

высотному профилю внешнего масштаба – $L_0(h)$; $D_\varphi(\rho, L_0)$ – соответствующая постоянному значению внешнего масштаба – L_0 . Величина ρ_{\max} принимает значение в зависимости от исследуемого диапазона (рис. 2) либо 10 м, что соответствует диаметру наибольшего из существующих астрономических телескопов, либо $\text{Arg}(90\%)$ – аргументу, при котором структурная функция достигает 90% от уровня насыщения.

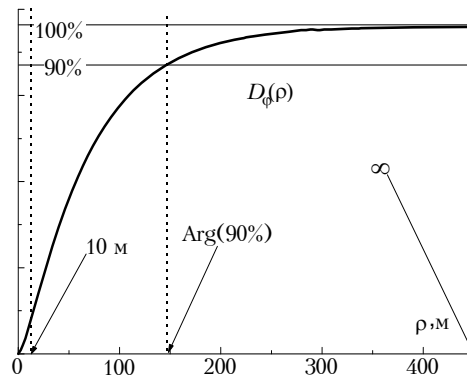


Рис. 2. Варианты введения ρ_{\max}

Для вычисления структурной функции в данной работе применялся модифицированный спектр атмосферной турбулентности фон Кармана $\Phi_n(\kappa, \xi) = 0,333 C_n^2(\xi) (\kappa^2 + L_0^{-2}(\xi))^{-11/6}$, где ξ – текущая координата вдоль трассы распространения, в случае вертикальной трассы $\xi = h$, т. е. высоте над подстилающей поверхностью.

Введенная таким образом невязка определяет степень расхождения двух структурных функций. Будем называть эффективным внешним масштабом атмосферной турбулентности такую величину внешнего масштаба – L_0^* , при которой невязка $\Delta(L_0)$ принимает минимальное значение.

3.1.2. Определение по уровню насыщения

Название этого метода следует из того, что в качестве верхней границы рассматриваемого диапазона выступает значение аргумента, при котором структурная функция выходит на насыщение

$$L_0^* = \left[\int_0^\infty L_0^{5/3}(h) C_n^2(h) dh / \int_0^\infty C_n^2(h) dh \right]^{3/5}.$$

По своим характеристикам этот метод близок к методу определения по невязке $[0 \dots \text{Arg}(90\%)]$, о чем свидетельствуют представленные ниже результаты.

3.2. Сравнение результатов

Прокомментируем только результаты применения метода $[0 \dots 10 \text{ м}]$ для профиля (С), т.к. другие методы и профили имеют качественно схожие результаты.

На рис. 3, а представлен график структурной функции, соответствующий профилю $L_0(h) - C$, в совокупности с семейством структурных функций, рассчитанных при фиксированных значениях постоянного внешнего масштаба. Можно предположить, что существует некоторое значение L_0^* , при котором графики функций $D_\varphi(\rho, L_0^*)$ и $D_\varphi(\rho, L_0(h) - C)$ будут максимально близки. Из рис. 3, б видно, что это предположение верно, а именно: пунктирной линией показан минимум, соответствующий значению $L_0^* \approx 32,5 \text{ м}$. Сопоставляя на рис. 3, в графики

$D_\varphi(\rho, L_0(h) - C)$ и $D_\varphi(\rho, L_0^* = 32,5 \text{ м})$, отмечаем их значительное сходство, свидетельствующее об эффективности этого метода для профиля $L_0(h) - C$.

В табл. 1, 2 приведены результаты расчета L_0^* (м) с применением вышеописанных методов для различных моделей $L_0(h)$ и $C_n^2(h)$.

Таблица 1

Модель $L_0(h)$	$C_n^2(h)$ – «наилучший»		
	Метод определения		
	0...10 м	0...Arg(90%)	0...∞
(B)	34,7	50,6	58,4
(C)	32,5	39,9	42,9
(D)	0,60	0,66	0,71
(E)	0,68	0,75	0,84

Таблица 2

Модель $L_0(h)$	$C_n^2(h)$ – «наихудший»		
	Метод определения		
	0...10 м	0...Arg(90%)	0...∞
(B)	55,4	88,5	98,0
(C)	40,6	49,3	52,3
(D)	1,04	1,13	1,78
(E)	1,31	1,46	1,56

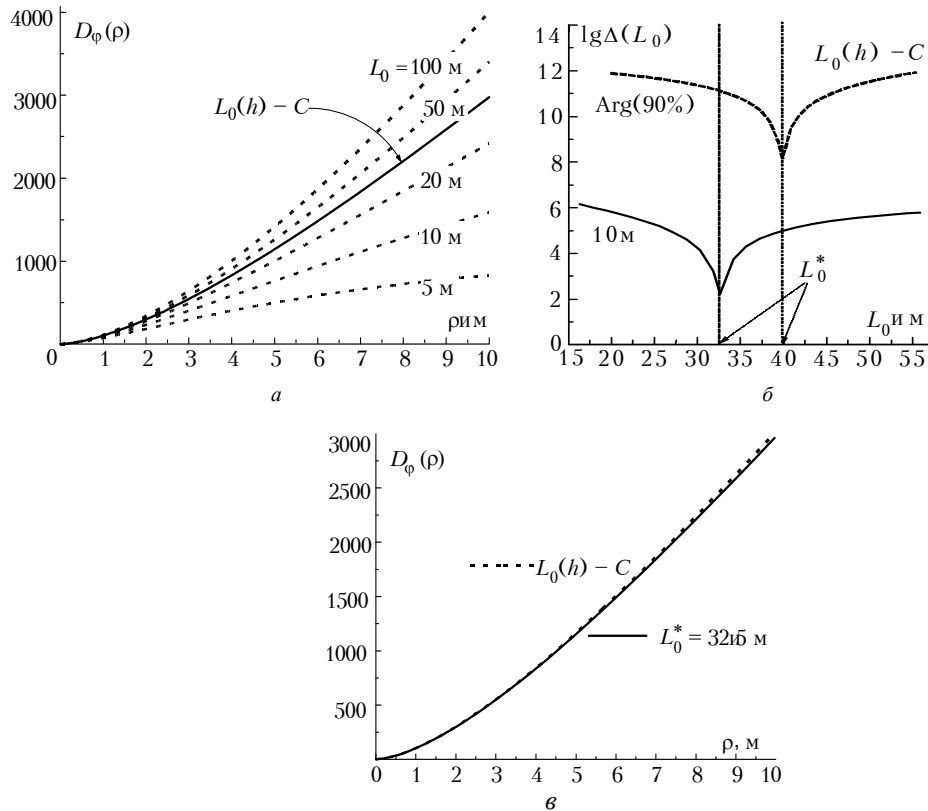


Рис. 3. Метод [0...10 м]: а – структурная функция для профиля (С) и семейство структурных функций, рассчитанных при фиксированных значениях L_0 ; б – невязка в методе [0...10 м] и методе [0...Arg(90%)]; в – структурная функция для профиля $L_0(h) - C$ и для соответствующего эффективно-го внешнего масштаба L_0^*

3.2.1. Сравнение методов

Сравнивая величину L_0^* , полученную с применением различных методов для одного высотного профиля $L_0(h)$, можно заметить, что ее рост для различных методов (т.е. L_0^*

$[0...10 \text{ м}] < L_0^*[0...Arg(90\%)] < L_0^*[0...∞]$) обусловлен необходимостью компенсации возрастающего влияния участков $D_\varphi(\rho)$ для больших значений аргумента при увеличении ρ_{max} (т.е. $\rho_{\text{max}} [0...10 \text{ м}] < \rho_{\text{max}} [0...Arg(90\%)] < \rho_{\text{max}} [0...∞]$). Для уменьшения возросшей невязки, т.е. уменьшения площади между двумя структурными функциями, необходимо «приподнять» структурную функцию $D_\varphi(\rho, L_0^*)$ к структурной функции $D_\varphi(\rho, L_0(h))$. А из рис. 3, а следует, что «подъем» $D_\varphi(\rho, L_0^*)$ происходит при увеличении величины L_0^* .

3.2.2. Сравнение по моделям $C_n^2(h)$

Исследуя зависимость величины L_0^* от модели $C_n^2(h)$, можно сказать, что меньшая величина L_0^* для «наилучших» условий видения обусловлена существенными отличиями в поведении $C_n^2(h)$. Как видно из рис. 1, б, «наилучший» профиль $C_n^2(h)$ быстро спадает с ростом высоты, при этом уменьшается вероятность появления крупномасштабных флуктуаций, что приводит к уменьшению структурной функции и L_0^* .

3.2.3. Сравнение по моделям $L_0(h)$

Значительное отличие величины L_0^* для моделей $L_0(h)-C$ и $L_0(h)-D$ можно объяснить следующими рассуждениями. Характерной особенностью модели $L_0(h)-D$ является наличие конечного максимального значения L_0 и последующее ее уменьшение на высотах более 7–8 км (см. рис. 1, а), делающее невозможным появление масштабов большей величины. В то же время для модели $L_0(h)-C$ присущ рост в зависимости от высоты, что увеличивает влияние крупномасштабных флуктуаций, а следовательно, можно ожидать рост $D_\varphi(\rho)$, приводящий в конечном итоге к увеличению L_0^* .

4. Параметр Штреля

Турбулентное уширение изображения приводит к уменьшению пиковой интенсивности. Как известно, степень уменьшения определяется параметром Штреля (SR), являющимся отношением пиковой интенсивности турбулентного изображения ($I_{\text{турб}}$) к пиковой интенсивности дифракционного изображения ($I_{\text{дифр}}$). Зная структурную функцию фазовых флуктуаций $D_\varphi(\rho)$, можно непосредственно определить SR. Действительно, можно показать, что

$$SR = \frac{I_{\text{турб}}}{I_{\text{дифр}}} = \frac{\int_0^D \rho d\rho \tau_0(\rho) e^{-(1/2)D_\varphi(\rho)}}{\int_0^D \rho d\rho \tau_0(\rho)},$$

где D – диаметр телескопа; $\tau_0(\rho)$ – оптическая передаточная функция.

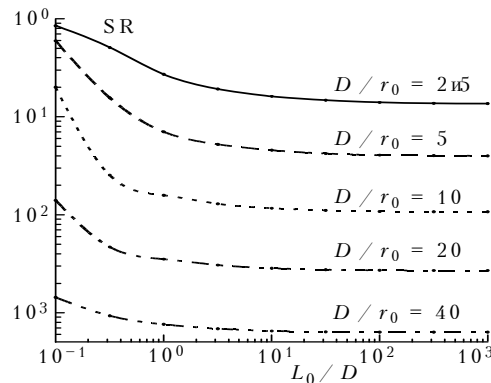


Рис. 4. Параметр Штреля для однородной трассы

Для однородной трассы распространения, т. е. при условии, что L_0 не зависит от высоты над подстилающей поверхностью, SR легко определяется на основе информации о диамет-

ре телескопа D , радиусе когерентности r_0 и L_0 . Результаты вычислений SR для однородной трассы приведены на рис. 4. Из этого рисунка видно, что SR уменьшается с ростом L_0 , т. к. увеличение L_0 приводит к увеличению искажений изображения турбулентной атмосферой. Говоря о зависимости SR от отношения D/r_0 , нужно отметить, что увеличение D/r_0 при фиксированном D свидетельствует об уменьшении когерентной части апертуры, что приводит к уменьшению пиковой интенсивности турбулентного изображения.

В случае неоднородной трассы вычисление SR усложняется тем, что в $D_\varphi(\rho)$ величина L_0 является функцией высоты. Стратифицируем атмосферу на слои с размером, большим L_0 , в пределах которых L_0 можно считать постоянным. Основываясь на предположении, что корреляция турбулентных флуктуаций между такими слоями практически отсутствует [9, 13], полную структурную функцию можно вычислить как сумму структурных функций каждого слоя.

С использованием полученных значений L_0^* можно ввести относительную ошибку определения параметра Штреля $\varepsilon = (SR - SR^*)/SR$, где SR – параметр Штреля для турбулентной ФПТ, рассчитанной с использованием $L_0(h)$, SR – с использованием L_0^* . Величина ε определяет точность прогнозирования турбулентных искажений изображения при замене высотного профиля на конечное значение. При малых значениях ε можно пользоваться зависимостями $SR(D/r_0)$ (см. рис. 4).

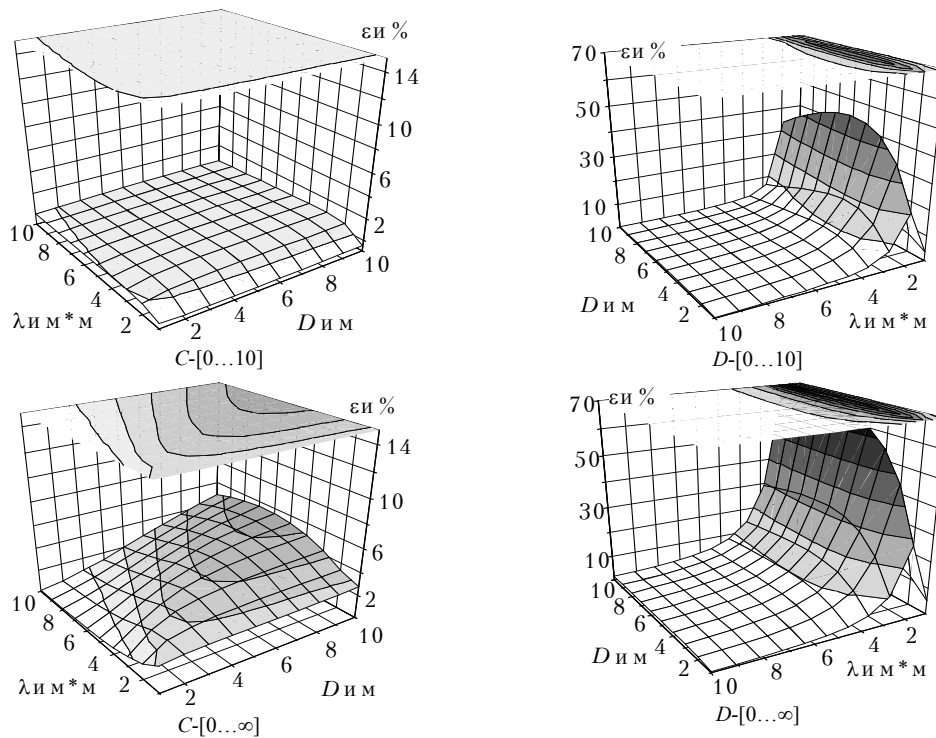


Рис. 5. Относительная ошибка определения параметра Штреля при «наилучших» условиях видения; C, D – вид профиля $L_0(h)$; [0...10], [0...∞] – методы определения

На рис. 5 и 6 представлена зависимость ε от диаметра D и длины волны λ . Диапазоны изменений $D \in [1, 10]$ м, $\lambda \in [1, 10]$ мкм соответствуют реальным характеристикам астрономических телескопов. Можно отметить, что $\varepsilon \rightarrow 0$ в крайних случаях – при очень малых и очень больших λ :

1. Для очень больших λ это обусловлено тем, что при $r_0 > D$ изображение становится практически дифракционным, т.е. не зависит от характеристик атмосферной турбулентности. Это справедливо и для малых D .

2. Для очень малых λ $r_0 \gg L_0^*$ и SR определяется в основном значениями $D_\varphi(\rho)$ в когерентном интервале, т.е. в данном случае при $\rho \ll L_0$. Поведение $D_\varphi(\rho)$ при малых значениях ρ довольно слабо зависит от L_0 , т. к. $D_\varphi(\rho)$ асимптотически стремится к степенной при $\rho/L_0 \rightarrow 0$.

Описанное поведение ε легко отметить лишь для «наилучших» условий видения (см. рис. 5), в то время как для «наихудших» (рис. 6) такие закономерности проявляются лишь в области малых λ . Возможное объяснение состоит в том, что для этой модели рассмотренный диапазон значений D и λ недостаточен. Из рис. 7 видно характерное поведение ε : рост до некоторого максимального значения и дальнейший спад; это особенно заметно для небольших значений $D/r_0 \in [1, 10]$. Для $D/r_0 > 10$ максимальное значение ε можно будет увидеть при $D/L_0 > 5$. В табл. 3 и 4 приведены максимальные значения ε (%) для двух моделей $L_0(h)$.

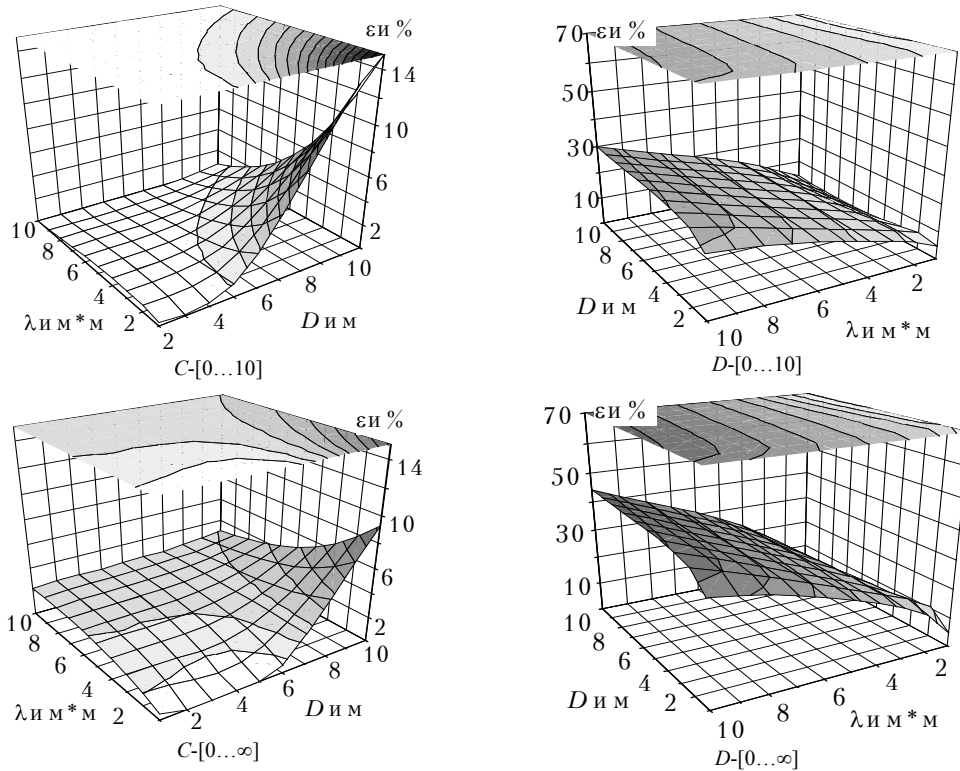


Рис. 6. Относительная ошибка определения параметра Штреля при «наихудших» условиях видения; C, D – вид профиля $L_0(h)$; $[0...10]$, $[0...∞]$ – методы определения

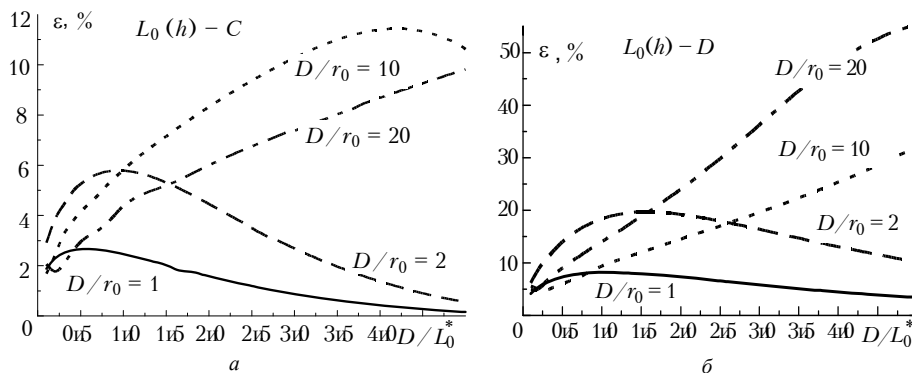


Рис. 7. Зависимость относительной ошибки ε от нормированного диаметра для профиля C (а) и профиля D (б)

Таблица 3

Модель $L_0(h)$	$C_n^2(h)$ – «наилучший» Метод определения		
	0...10 м	0...Arg(90%)	0...∞
(C)	0,8	4,5	6,0
(D)	50	70	80

В.П. Лукин, Е.В. Носов, Б.В. Фортес

Модель	$C_n^2(h)$ – «наихудший»		
	Метод определения		
	$L_0(h)$	0...10 м	0...Arg(90%)
(C)	16	11	10
(D)	30	35	45

5. Заключение

Подводя итоги проведенных исследований, можно сделать некоторые выводы.

1. Возможно введение эффективного внешнего масштаба турбулентности как интегральной характеристики, описывающей характер атмосферной турбулентности вдоль всей трассы распространения.

2. Введение эффективного внешнего масштаба может существенно упростить математические расчеты, связанные с учетом влияния атмосферной турбулентности на фазовые характеристики оптической волны при распространении на вертикальных атмосферных трассах.

3. Проведенные исследования на точность описания показали, что ошибка, вызванная заменой высотного профиля внешнего масштаба на постоянное значение – эффективный внешний масштаб, испытывает существенные вариации в зависимости как от модели высотного профиля характеристик, так и от метода определения.

4. В ситуации, когда эффективный внешний масштаб больше диаметра телескопа, ошибка в определении параметра Штреля ϵ превышает 16%.

Один из авторов, Е.В. Носов, считает своим долгом выразить признательность Международной Соросовской программе образования в области точных наук за оказанную финансовую поддержку в проведении исследований.

Материалы данной статьи были доложены на III Межреспубликанском симпозиуме «Оптика атмосферы и океана» в г.Томске в 1996г. [14, 15].

1. Good R.E., Beland R.R., Murphy E.A., Brown J.H. and Dewan E.M. Atmospheric models of optical turbulence // SPIE Proc. 1988. V. 928. P. 165–186.
2. Stewart T. McKecknie // J. Opt. Soc. Am. 1992. V. 9. N 11. P. 1937–1954.
3. Лукин В.П. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. N 4. С. 354–377.
4. Лукин В.П. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. N 12. С. 1294–1304.
5. Лукин В.П. // Оптика атмосферы и океана. 1993. Т. 6. N 9. С. 1102–1107.
6. Voitsekovich V.V. // J. Opt. Soc. Am. 1995. V. 12. N 6. P. 1346–1353.
7. Voitsekovich V.V. and Cuevas S. // J. Opt. Soc. Am. 1995. V. 12. N 11. P. 2523–2531.
8. Гурвич А.С., Грачева М.Е. // Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана. 1980. N 10. С. 1107–1111.
9. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967.
10. Фрид Д.Л. Гетеродинный прием оптического сигнала при атмосферных искажениях волнового фронта // ТИИЭР. 1967. Т. 55. N 1.
11. Coulman C.E., Vernin J., Coquegniot Y. and Caccia J.L. // Appl. Optics. 1988. V. 27. P. 155–160.
12. «Site Testing for the VLT. Data Analysis Part I» European Southern Observatory, 1987. VLT Report. N 55.
13. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 2. М.: Мир, 1981. 317 с.
14. Лукин В.П., Носов Е.В., Фортес Б.В. // III Межреспубликанский симпозиум «Оптика атмосферы и океана»: Тезисы докл. Томск, 1996. С. 31–33.
15. Лукин В.П., Носов Е.В., Фортес Б.В. // III Межреспубликанский симпозиум «Оптика атмосферы и океана»: Тезисы докл. Томск, 1996. С. 33–34.

V.P. Lukin, E.V. Nosov, B.V. Fortes. **Effective Outer Scale of Atmospheric Turbulence.**

The possibility of introduction of the effective outer scale of optical wave turbulent phase distortions, propagating on vertical atmospheric path, as an integral characteristic, describing the turbulence nature along the whole path, is considered.

Some known models of the high-altitude profiles of outer scale of turbulence and the structure characteristic of atmosphere refraction index fluctuations are analyzed in order to determine the effective outer scale.

The error of Strehl ratio determination, calculated using the effective outer scale, against one using the model high-altitude profile of outer scale, is estimated.