<Оптика атмосферы и океана>, **7**, N 3 (1994)

НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ
В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

УДК 551. 51

М.А. Федоров

ТЕПЛОВАЯ ДЕФОКУСИРОВКА ГАУССОВСКОГО СФОКУСИРОВАННОГО ПУЧКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В рамках волновой теории в первом порядке теории возмущений по нелинейности рассчитана осевая интенсивность гауссовского сфокусированного пучка излучения для стационарного и нестационарного режимов тепловой дефокусировки. Предложена аппроксимационная формула, обобщающая полученные результаты, в том числе на область сильной нелинейности.

Введение

Попытки аналитического рассмотрения в рамках волновой теории задачи о тепловой дефокусировке гауссовского пучка оптического излучения привели к успеху для решения нескольких частных задач [1–3]. Настоящая статья посвящена аналитическому рассмотрению наиболее важной в практическом отношении задачи о стационарном режиме тепловой дефокусировки сфокусированного гауссовского пучка и получению единого обобщенного выражения, описывающего тепловую дефокусировку сфокусированного гауссовского пучка для случая длинного импульса излучения.

Для расчета интенсивности гауссовского пучка в нелинейной среде использована предложенная в [4] методика решения нелинейного параболического уравнения, которая приводит к следующему общему выражению для относительной интенсивности пучка с произвольным начальным амплитудно-фазовым распределением в первом порядке по теории возмущений:

$$I_{\text{отн}} = I(x, y, z) / I_{\text{лин}}(x, y, z) = 1 - N; \tag{1}$$

$$N = -\frac{(k\,r_0)^2}{2\,\pi\,n_0}\,\mathrm{Re}\left\{ W_{\text{лин}}^{-1} \int_0^z \frac{d\,z_1}{z - z_1} \iint_{-\infty}^{+\infty} dx_1\,dy_1 \exp\left(-\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{2\,i\,(z-z_1)}\right) n_1(x_1 y_1 z_1 W_{\text{лин}})\, W_{\text{лин}}(x_1 y_1 z_1) \right\},$$

где $W_{\text{лин}}$ – решение параболического уравнения для волнового пучка, распространяющегося в невозмущенной среде с показателем преломления n_0; $I_{\text{лин}}$ – интенсивность этого пучка; $n_1 = n - n_0$ – отклонение показателя преломления среды от невозмущенного значения; $k = 2\,\pi\,n_0 / \lambda$ – волновой вектор в невозмущенной среде; r_0 – поперечный размер пучка; z – координата вдоль направления распространения пучка; Re – знак действительной части комплексного выражения. Использованы безразмерные переменные (в дальнейшем штрихи опущены)

$$x' = x / r_0,\;\; y' = y / r_0,\;\; z' = z / k\,r_0^2,\;\; W = A / A_0,\;\; \alpha' = \alpha\,k\,r_0^2,$$

где $\alpha = 4\,\pi\,\kappa / \lambda$ – показатель поглощения излучения в среде; κ – мнимая часть показателя преломления среды; A_0 – характерное начальное (при $z = 0$) значение комплексной амплитуды поля пучка. Интенсивность излучения $I(x, y, z)$ следующим образом выражается через безразмерную функцию $W(x, y, z)$:

$$I(x, y, z) = (P_0 / \pi\,r_0^2)\,|W|^2 \exp(-\alpha\,z),$$

где P_0 – полная мощность пучка, а функция W нормирована соотношением

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int |W(x, y, 0)|^2 \, dx \, dy = \pi.$$

Для гауссовского сфокусированного пучка линейное решение описывается следующим выражением:

$$W_{\text{лин}} = \frac{1}{1 + i z (1 + i F)} \exp\left(-\frac{(x^2 + y^2)(1 + i F)}{2(1 + i z (1 + i F))}\right).$$

В настоящей статье рассмотрен длинный импульс излучения, для которого выполняется условие $t \gg r_0 / c_s F$, где t – длительность импульса излучения; c_s – скорость звука в среде; $F = k r_0^2 / z_F$ – число Френеля. Основным механизмом теплоотвода из области локализации пучка является вынос нагретой среды из канала распространения (со скоростью $v_\perp$ вдоль оси x). Поэтому осуществляются два режима распространения пучка: нестационарный при $t \ll t_1 \approx r_0 / v_\perp \sqrt{1 + 3 F^2}$ и стационарный при $t \gg t_1$.

Нестационарный режим тепловой дефокусировки

В нестационарном режиме изменение показателя преломления среды определяется выражением

$$n_1 = -(n_0 - 1)(\gamma - 1)\, \alpha\, I_{\text{лин}}\, t / \gamma p,$$

где γ – показатель адиабаты; p – окружающее давление.

Для слабопоглощающей среды ($\tau = \alpha z \ll 1$), используя (1), получаем следующее выражение для относительной интенсивности пучка на оси:

$$I_{\text{отн}}(z) = 1 - \frac{t}{2\sqrt{\pi}\, t_{\text{нл}}\, z^2} \ln \frac{(1 - z F)^2 + 9 z^2}{(1 - z F)^2 + z^2}, \tag{2}$$

в котором через $t_{\text{нл}}$ обозначен параметр нелинейности (в размерных единицах)

$$\frac{1}{t_{\text{нл}}} = \frac{(n_0 - 1)(\gamma - 1)\, \alpha\, P_0\, z^2}{2\sqrt{\pi}\, n_0\, \gamma\, p\, r_0^4}.$$

В предельных случаях коллимированного ($F = 0$) и сфокусированного ($z = 1 / F$) пучков формула (2) дает результаты работ [2, 3].

Для сфокусированного гауссовского пучка можно рассчитать интенсивность излучения в центре фокальной плоскости, не предполагая малость параметра $\tau = \alpha z_F$. В этом случае находим

$$I_{\text{отн}} = 1 - \frac{t F^2 \ln 3}{\sqrt{\pi}\, t_{\text{нл}}} \Phi_{\text{нст}}(F, \tau), \tag{3}$$

где

$$\Phi_{\text{нст}}(F, \tau) = \frac{1}{\ln 9} \exp\left(-\frac{9 F \tau}{9 F - 1}\right)\left[Ei\left(\frac{9F\tau}{9F - 1}\right) - Ei\left(\frac{\tau}{9F - 1}\right)\right] - \frac{1}{\ln 9} \exp\left(-\frac{F\tau}{F - 1}\right)\left[Ei\left(\frac{F\tau}{F - 1}\right) - Ei\left(\frac{\tau}{F - 1}\right)\right],$$

$F\,i\,(x)$ – интегральная показательная функция.

Функция $\Phi_{\text{нст}}(F, \tau)$ во всей плоскости переменных F, τ удовлетворяет условию $\Phi_{\text{нст}} \lesssim 1$. На границах области определения она принимает значения $\Phi_{\text{нст}}(F, \tau) = 1$ и $\Phi_{\text{нст}}(F \to \infty, \tau) \to \exp(-\tau)$.

Стационарный режим тепловой дефокусировки

В стационарном режиме изменение показателя преломления среды определяется выражением

$$n_1 = -\frac{(n_0 - 1)\,(\gamma - 1)}{\gamma\, p\, v_\perp} \int\limits_{-\infty}^{x} I_{\text{лин}}(x_1, y, z)\, d x_1.$$

Относительная интенсивность гауссовского пучка в стационарном режиме, рассчитанная на основе (1), для коллимированного пучка дает известный результат

$$I_{\text{отн}} = 1 - N_0\, \Phi(\tau) \ \text{ при } z \ll 1, \tag{4}$$

где $N_0 = r_0 / v_\perp\, t_{\text{нл}}$; $\Phi(\tau) = 2(\tau - 1 + \exp(-\tau))/\tau^2$, а для сфокусированного пучка в точке фокуса получаем

$$I_{\text{отн}}(z_F) = 1 - N_0\, G_0 = 1 - \frac{N_0\, \pi\, F^2}{3\sqrt{1 + 3F^2}}\, \Phi_{\text{ст}}(F, \tau)\,, \tag{5}$$

где

$$\Phi_{\text{ст}}(F, \tau) = \left(1 - \frac{6F}{\pi\,(1 + 3F^2)} \ln \frac{1 + 3F^2}{\mathrm{e}\, F}\right) \exp\left(-\frac{\tau F}{0{,}6 + F}\right);$$

e – основание натуральных логарифмов. Выражение для $\Phi_{\text{ст}}(F, \tau)$ получено аналитически при $\tau = 0$ в приближении, учитывающем основные члены разложения по параметру $2F/(1 + 3F^2) \le 1/\sqrt{3}$, а при $\tau > 0$ методом интерполяции результатов численных расчетов с помощью выражения $\exp[-\tau F/(\alpha + F)]$, где α – подгоночный параметр.

Обобщенные формулы

Формулы (3) и (5) могут быть записаны в виде единых объединяющих нестационарный и стационарный режимы формул, которые в предельных случаях малых ($t \ll t_1$) и больших ($t \gg t_1$) времен переходят в соответствующий предельный случай. Одновременно можно провести и обобщение этих формул в область сильной нелинейности, заменив выражение $1 - N$ на $\exp(-N)$. Такое обобщение оставляет справедливым результаты в первом порядке теории возмущений по нелинейности и качественно правильно описывает поведение дефокусирующего пучка при большой нелинейности.

Обобщенное выражение для относительной интенсивности в фокальной плоскости дефокусирующего гауссовского пучка на всей плоскости $F \ge 0$, $\tau \ge 0$ имеет вид

$$I_{\text{отн}} = \exp\left[-N_0\, G_0 \left(1 + \frac{r_0}{t\, v_\perp \sqrt{1 + 3F^2}}\, \frac{\pi\sqrt{\pi}\, \Phi_{\text{ст}}}{3\ln 3\, \Phi_{\text{нст}}}\right)^{-1}\right].$$

В предположении $\tau \ll 1$ и учете в выражении для $G_0(F, 0)$ только низшего члена разложения по параметру $2F/(1 + 3F^2)$ приведенная формула упрощается и принимает вид

$$I_{\text{отн}} = \exp\left[-\frac{\pi N_0 F^2}{3\sqrt{1 + 3F^2}} \left(1 + \frac{\pi\sqrt{\pi}\, r_0}{t\, v_\perp\, 3\ln 3 \sqrt{1 + 3F^2}}\right)^{-1}\right].$$

Полученные аппроксимационные выражения для относительной интенсивности гауссовского сфокусированного пучка в режиме длинного импульса (т.е. для импульса, длительность которого удовлетворяет условию $t \gg r_0 / c_s F$) описывают переход от нестационарного режима дефокусировки к стационарному, устраняя при этом <фиктивную> особенность по $v_{\perp}$, которая имеется в формулах (4) и (5).

1. A i t k e n   A . H . et al. // Appl. Opt. 1973. V. 12. P. 193.
2. Р а с п р о с т р а н е н и е лазерного пучка в атмосфере / Под ред. Д. Стробена. М.: Мир, 1981.
3. G e b h a r d t   F . G . ,   S m i t h   D . C . // IEEE J. of QE. 1971. V. 7. P. 63.
4. Ф е д о р о в   М . А . // Письма в ЖЭТФ. 1992. Т. 56. С. 455–460.

Всероссийский научно-исследовательский
институт <Альтаир>, Москва

Поступила в редакцию
17 сентября 1993 г.

M . A .   F e d o r o v . **Thermal Blooming of a Focused Gaussian Beam of Electromagnetic Radiation.**

This paper presents calculations of axial intensity of a gaussian focused beam for the cases of stationary and nonstationary regimes of thermal defocusing. The calculations use the wave theory in the first order perturbation approach with respect to nonlinearity. An approximate formula is derived that allows the generalization of the obtained results to be done, including the region of strong nonlinearity.