

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН

УДК 530.182+535.15

Моделирование самофокусировки фемтосекундных лазерных импульсов при нормальной дисперсии в воздухе методом дифракционно-лучевых трубок

Ю.Э. Гейнц, А.А. Землянов, О.В. Минина*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 15.04.2019 г.

На основе численного моделирования и качественного анализа изучено влияние дисперсии групповой скорости импульса на формирование световых структур при самофокусировке и филаментации излучения титан-сапфирового лазера фемтосекундной длительности в воздухе. С использованием результатов численных решений нелинейного уравнения Шредингера в керровско-плазменной диссипативной дисперсионной среде и метода дифракционно-лучевых трубок определены основные закономерности характеристик филаментации фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе при различных длительностях импульса, начальных радиусах пучков, пиковых мощностях излучения. Обнаружено проявление дисперсии, когда дисперсионная длина не является наименьшим масштабом процесса. Показано, что при возрастании дисперсионных искажений импульса происходит увеличение относительной (нормированной на длину Рэлея) координаты начала филаментации. Также происходит сокращение длины филаментационного канала. С увеличением радиуса лазерного пучка для более коротких импульсов (десятки фемтосекунд) наблюдается срыв филаментации. Для этого класса импульсов происходит увеличение размера энергетически пополняющей дифракционно-лучевой трубки, а также возрастает угловая расходимость постфиламентационных световых каналов.

Ключевые слова: фемтосекундные лазерные импульсы, самофокусировка, филаментация, дифракционно-лучевая трубка, нормальная дисперсия; femtosecond laser pulses, self-focusing, filamentation, diffraction-beam tube, normal dispersion.

Введение

Одно из перспективных направлений исследований в современной нелинейной оптике – самофокусировка и филаментация фемтосекундных лазерных импульсов. Данные явления, возникающие из-за пространственно-временных модуляций фазы и амплитуды светового поля, приводят к образованию нелинейных фокусов, формированию плазменных каналов с плотностью свободных электронов $\rho_e > 10^{20} \text{ м}^{-3}$, генерации суперконтинуального свечения, конической эмиссии и терагерцового излучения. Фундаментальные результаты, полученные в ходе исследований самофокусировки и филаментации лазерных импульсов [1, 2], применяются при решении многих задач науки и разработке новых технологических процессов.

Известно, что в ряде случаев большое влияние на самофокусировку и филаментацию лазерного излучения может оказывать дисперсия групповой скорости (ДГС) импульсов [3]. При этом большая часть проведенных исследований сосредоточена на изучении процессов, происходящих в конденсированных средах (стекло К8 [4], плавный кварц [5]). При

использовании фемтосекундных лазеров для изучения атмосферы в видимом и ближнем ИК-диапазонах длин волн в задачах передачи световой энергии, лазерной локации и связи возникает проблема влияния нормальной дисперсии на характеристики лазерных импульсов. Задача значительно усложняется, если лазерное излучение является мощным, что приводит к самовоздействию импульсов в атмосфере.

Одним из важных результатов, указывающих на роль дисперсии при самофокусировке, являются эффекты противодействия дисперсии коллапсу импульса. Порог реализации самофокусировки по мощности начинает возрастать с увеличением дисперсионных искажений [6, 7]. В [8] в условиях нормальной ДГС и керровской среды численным путем было определено его значение при различных дифракционных и дисперсионных длинах. При этом в [3] отдельно отмечена важность значения уровня мощности для оценки роли ДГС, поскольку при относительно небольших мощностях (чуть больше критической) дисперсия воздуха может остановить самофокусировку излучения. Действительно, при самофокусировке импульсов указанной мощности для миллиметровых лазерных пучков может реализоваться ситуация, когда дисперсионная длина окажется наименьшим масштабом из характерных продольных длин задачи [9, 10], что приведет к падению пиковой мощности и, таким образом,

* Юрий Эльмарович Гейнц (ygeints@iao.ru); Александр Анатольевич Землянов (zaa@iao.ru); Ольга Владимировна Минина (mov@iao.ru).

к невыполнению условий самофокусировки. В связи с этим представляет интерес рассмотреть этот эффект более детально и для более широкого набора входных параметров импульса. Следует выяснить, каковы главные физические причины влияния дисперсии на самофокусировку и филаментацию лазерных импульсов; может ли ДГС оказывать влияние на ход нелинейных процессов в условиях, когда ее характерный продольный масштаб проявления будет больше, чем длина области, в которой реализуются наиболее сильные нелинейные трансформации импульса.

В связи с развитием дифракционно-лучевого подхода [11], зарекомендовавшего себя эффективным инструментом для анализа филаментации мощных лазерных импульсов [12, 13], становится возможным ответить на вопросы, поставленные выше. В частности, важно проследить перераспределение энергии, происходящее между различными временными слоями лазерного импульса, получить соотношения, позволяющие дать приближенные оценки влияния дисперсии для прогнозирования распространения фемтосекундных лазерных импульсов в атмосфере.

В данной работе моделирование самофокусировки и филаментации лазерных импульсов в воздухе проводилось с помощью численного решения уравнения для медленно меняющейся комплексной амплитуды электрического поля (нелинейное уравнение Шредингера) [1]. Математическая постановка задачи приведена в [11]. Расчеты были выполнены для импульсов титан-сапфирового лазера с длительностью $t_p = 100$ и 20 фс с центральной длиной волны $\lambda = 800$ нм. Рассматривались лазерные пучки с начальным радиусом R_0 (по уровню спада интенсивности e^{-1}) от $0,18$ до 3 мм и относительной мощностью η от 3 до 9 , что соответствует режиму одиночной филаментации. Здесь η определяет отношение пиковой мощности P_0 к критической мощности самофокусировки коллимированного гауссова пучка P_{cr} , которая для рассматриваемых параметров, в соответствии с [9], равна $3,18$ ГВт.

Основные соотношения, используемые в рамках метода дифракционно-лучевых трубок

Запишем исходные соотношения дифракционно-лучевой оптики, которые следуют из амплитудно-фазового подхода [11]. В его основе лежит переход от комплексной амплитуды электрического поля $U(x, y, z; t)$ световой волны, которая связана с его напряженностью $E(x, y, z; t)$ соотношением

$$E(x, y, z; t) = U(x, y, z; t) \cdot \exp(-i\omega_0 t + ik_0 z),$$

к действительным амплитуде $A(x, y, z; t)$ и фазе $\phi(x, y, z; t)$ волны

$$U = Ae^{i\phi},$$

где x, y — координаты поперечного вектора \mathbf{r}_\perp ; z — продольная координата; t — время; ω_0, k_0 — централь-

ные частота и волновое число лазерного излучения. При этом возникают два связанных друг с другом уравнения для A и ϕ .

В рамках данного подхода уравнения для амплитуды и фазы записываются с использованием характеристических дифференциальных уравнений для переменных $\mathbf{R}_d, z, \tau_{dis}$. В частности, уравнения для мгновенного дифракционного \mathbf{R}_d и «временного» τ_{dis} лучей представляются через фазу волны ϕ в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{R}_d}{dz} &= \frac{\nabla_\perp \phi(\mathbf{R}_d, z; \tau_{dis})}{k_0}, \\ \frac{d\tau_{dis}}{dz} &= -k''_{\omega} \frac{\partial \phi}{\partial t}(\mathbf{R}_d, z; \tau_{dis}), \end{aligned} \quad (1)$$

где $k''_{\omega} = \left. \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right|_{\omega_0}$ — коэффициент ДГС; $k = n_0 \omega / c$ —

волновое число на частоте ω ; $n_0 = \sqrt{\epsilon_0}$ — показатель преломления невозмущенной среды; ϵ_0 — ее диэлектрическая проницаемость; c — скорость света в вакууме. В рассматриваемом случае используется параболическая форма дисперсионного соотношения, что справедливо для разреженных газов: $k(\omega) = k_0 + k'_\omega(\omega - \omega_0) + 0,5k''_{\omega}(\omega - \omega_0)^2$, где параметр $1/k'_\omega = v_g$ — это групповая скорость импульса излучения.

Каждый дифракционный луч (ДЛ) представляет собой пространственную траекторию, касательная к которой совпадает с направлением нормированного на интенсивность волны вектора Умова—Пойнтинга. При рассмотрении задачи о самофокусировке и филаментации лазерных импульсов в рамках радиальной симметрии в соответствии с амплитудно-фазовым подходом вращение ДЛ вокруг оси лазерного пучка определяет границы соответствующей дифракционно-лучевой трубки (ДЛТ). В результате весь лазерный пучок можно представить как совокупность вложенных друг в друга трубок, каждая из которых характеризуется конечным сечением и переносит определенное количество мощности излучения. При этом значение мощности, протекающей через любое сечение трубки, остается постоянным при условии, что в среде нет источников и стоков энергии. Это позволяет по изменению формы ДЛТ при распространении судить о действии физических процессов, происходящих с излучением в среде, поскольку данные трубки не обмениваются энергией и не пересекаются в пространстве.

Влияние дисперсии групповой скорости на филаментацию фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе

Для определения влияния дисперсии на характеристики области филаментации импульсов титан-сапфирового лазера рассмотрим представленные на рис. 1 изменения относительных радиусов ДЛТ

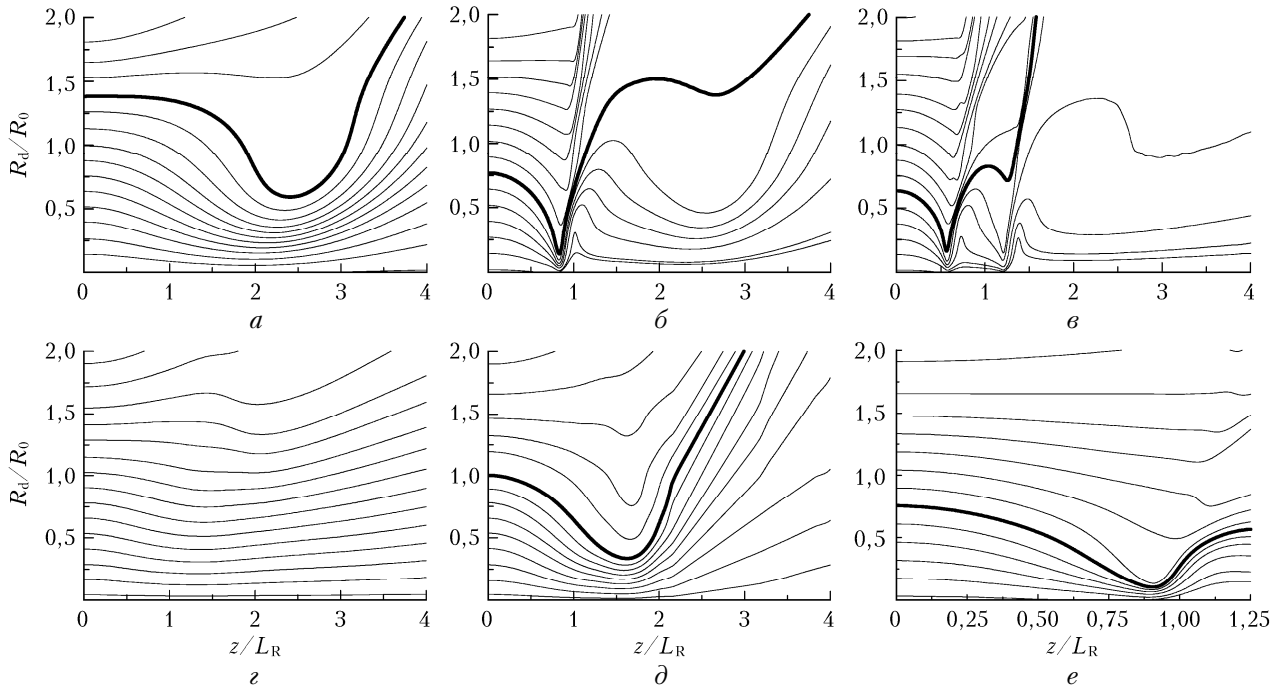


Рис. 1. Зависимость относительных радиусов ДЛТ вдоль трассы для пучков радиусом $R_0 = 1$ (а–в) и 3 мм (г–е), длительностью импульса $t_p = 20$ фс и относительной пиковой мощностью $\eta = 3$ (а, г), 6 (б, д), 9 (в, е)

вдоль трассы для импульсов длительностью $t_p = 20$ фс с различными начальными относительной пиковой мощностью и радиусами пучков. Радиус ДЛТ нормирован на начальный радиус пучка R_0 , а продольная координата z — на длину Рэлея исходного пучка $L_R = k_0 R_0^2 / 2$. Траектории мгновенных ДЛ, соответствующих центральному временному срезу импульса $\tau = (t - z/v_g) / t_p = 0$, определены по известному профилю фазы волны ϕ при решении уравнений ДЛ (1).

Для наглядности на рис. 1 полужирным выделены лучи, соответствующие энергетически пополняющим ДЛТ, т.е. трубки, содержащие энергию, превышающую энергопотери при формировании плазмы на протяжении всего жизненного цикла филамента. После окончания филаментации данные трубки трансформируются в высокоинтенсивные постфиламентационные световые каналы (ПФК). Как было отмечено в работе [14], эти ДЛТ соответствуют энергетическому резервуару из [15]. Характеристики энергетически пополняющей трубки определяются начальными параметрами лазерного излучения и непосредственно влияют на общую картину процесса.

Сравнивая значения радиуса энергетически пополняющей ДЛТ, полученные для импульсов длительностью 20 (рис. 1) и 100 фс (рис. 5 в [13]), можно отметить, что в случае проявления ДГС радиус трубки увеличивается. Кроме того, прослеживается зависимость радиуса трубки от начального радиуса лазерного пучка для миллиметровых лазерных пучков. При отсутствии дисперсии ($k''_0 = 0$) для данного класса пучков отмеченная выше зависимость не проявляется. При этом для импульсов малой относительной мощности (рис. 1, а) радиус

энергетически пополняющей ДЛТ может превосходить начальный радиус лазерного пучка, что в случае отсутствия дисперсии (см. [13]) характерно только для субмиллиметровых лазерных пучков. Увеличение радиуса энергетически пополняющей трубки при учете дисперсии обусловлено выравниванием значения мощности для различных временных срезов импульса: уменьшением мощности в центральном временном срезе и ее увеличением на переднем срезе по сравнению со случаем нулевой дисперсии.

Также обращают на себя внимание отличия в структуре ДЛ, построенных для пучков с одинаковой пиковой мощностью, но с различным начальным радиусом. Оказывается, что при учете ДГС отсутствие самофокусировки и филаментации изначально сверхкритического импульса ($\eta > 1$) может быть связано не только с малой мощностью в импульсе (рис. 1, а, г), но и с увеличением начального радиуса лазерного пучка (рис. 1, е). В результате для лазерных импульсов с определенными параметрами (рис. 1, а, г–е) не будут формироваться плазменные каналы с плотностью свободных электронов, характерной для области филаментации.

Сравнение дифракционно-лучевых картин, полученных для импульсов длительностью 20 (рис. 1) и 100 фс (рис. 5 в работе [13]), позволило проанализировать влияние ДГС на нормированную на длину Рэлея координату нелинейного фокуса пучка. Эта координата определяет начало области филаментации, характеризуемой определенным (заданным) уровнем плотности свободных электронов лазерной плазмы $\rho_e > 10^{20} \text{ м}^{-3}$. Как будет показано ниже, из-за влияния дисперсии среды эта ситуация может и не реализоваться.

На рис. 2 построена зависимость нормированной координаты нелинейного фокуса z_f/L_R от начального радиуса лазерного пучка для центральных временных срезов ($\tau = 0$) импульсов различной длительности.

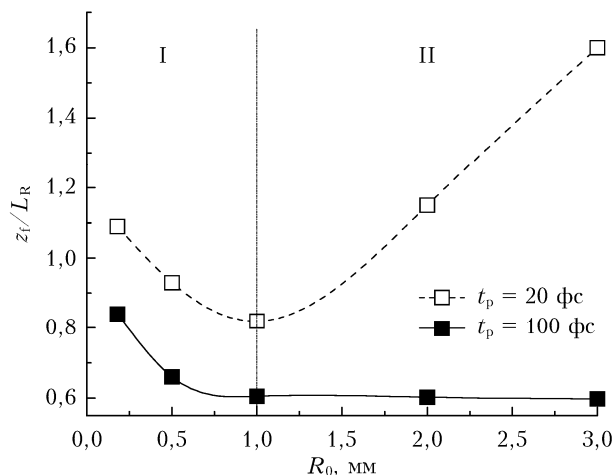


Рис. 2. Зависимость нормированной координаты нелинейного фокуса z_f/L_R от начального радиуса лазерного пучка с $\eta = 6$

При фиксированной начальной пиковой мощности для импульсов длительностью 100 фс увеличение начального радиуса пучка приводит к уменьшению нормированной координаты нелинейного фокуса относительно источника лазерных импульсов и стабилизации значения нормированной координаты для миллиметровых лазерных пучков.

При усилении влияния ДГС для импульсов длительностью 20 фс нормированная координата нелинейного фокуса удаляется при тех же значениях радиуса пучка (область I на рис. 2). При этом для миллиметровых лазерных пучков изменяется сам характер зависимости z_f/L_R от R_0 , когда происходит рост нормированной координаты нелинейного фокуса при увеличении начального радиуса лазерного пучка (область II на рис. 2), что говорит об усилении дисперсионных эффектов для пучков с большим начальным радиусом. Так, для пучка радиусом $R_0 = 3$ мм при длительности импульсов в 20 фс нормированная координата начала филаментации сдвигается дальше более чем в 2 раза по дистанции по сравнению с импульсами 100 фс. При этом следует отметить, что оценки характерных масштабов самофокусировки и филаментации лазерных импульсов с параметрами, соответствующими рис. 2, показывают, что влияние дисперсии для импульсов длительностью 20 фс проявляется даже в случаях, когда длина дисперсии не является наименьшим масштабом из всех характерных продольных масштабов задачи.

Рис. 3 иллюстрирует факт уменьшения длины области филаментации излучения вследствие влияния ДГС. Также изменяется и угловая расходимость ДЛТ на постфиламентационном этапе распространения. Причем в случае учета дисперсии

импульса трубки сильнее деформируются, а также входят в нелинейный фокус и выходят из него под большими углами относительно оси распространения. В результате при учете ДГС угловые расходимости наиболее интенсивной части пучка ПФК увеличиваются (в среднем в 2 раза по сравнению со случаем без дисперсии, представленным в [14]). Абсолютные значения данной расходимости составляют десятые доли миллирадиан.

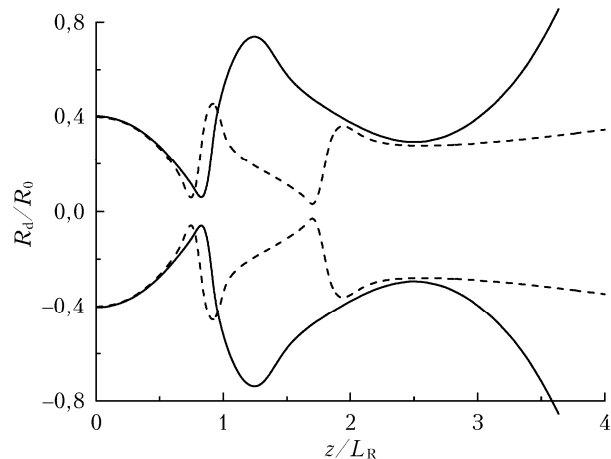


Рис. 3. Зависимость относительного радиуса ДЛТ вдоль траектории для импульсов $\eta = 6$, $R_0 = 1$ мм, $t_p = 20$ фс с дисперсией (сплошные кривые) и без нее (пунктирные кривые)

Отдельно следует отметить, что увеличение нормированной координаты начала филаментации, о котором упоминалось выше, при учете дисперсии среды наблюдается лишь для некоторых временных срезов вблизи центрального среза и на интегральной картине, построенной для усредненных по импульсу ДЛ. На рис. 4, а, в показано изменение нормированной координаты нелинейного фокуса для разных временных срезов лазерного импульса для пучков различного начального радиуса для моделей среды с ДГС и без нее. В рассматриваемом примере $\eta = 6$ (рис. 4, а, б) и 9 (рис. 4, в, г), $t_p = 20$ фс.

Следует отметить, что в случае учета дисперсии в расчетной модели не все нелинейные фокусы будут соответствовать началу области филаментации даже для центрального временного среза. Как видно из рис. 4, б, г, при учете дисперсии с увеличением начального радиуса лазерного пучка происходит резкое уменьшение плотности плазмы в канале пучка, что свидетельствует о невысокой интенсивности излучения в области нелинейного фокуса, уровня которой оказывается недостаточно для формирования высокоинтенсивных плазменных каналов.

Рис. 4, а наглядно демонстрирует, что влияние дисперсии на самофокусировку при изменении начального радиуса лазерного пучка может быть неоднозначным. Изменение мощности в ДЛТ вследствие дисперсии непосредственно сказывается на координате нелинейного фокуса. Поскольку передние и задние временные срезы импульса характеризуются меньшей мощностью по сравнению с центром, то

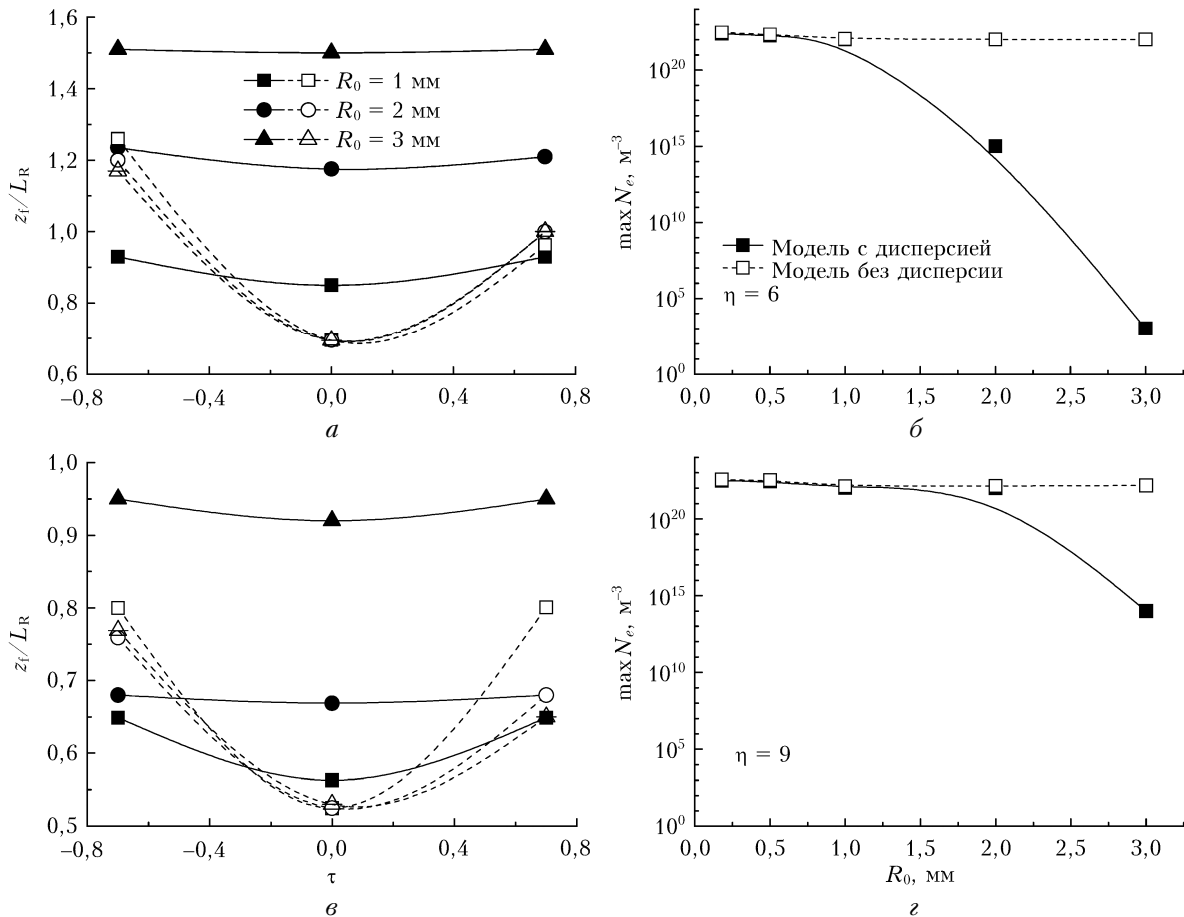


Рис. 4. Зависимость от начального радиуса пучка нормированной координаты нелинейного фокуса для разных временных срезов лазерного импульса (a , τ) и максимальной концентрации свободных электронов (b , z) при филаментации. Сплошные кривые построены для результатов, полученных с учетом ДГС, пунктирные — без нее

нелинейный фокус в этих временных срезах сдвигается по трассе от источника лазерного излучения, что и наблюдается при отсутствии дисперсии (пунктирные кривые на рис. 4, a). При этом самофокусировка заднего фронта импульса наступает раньше, чем переднего, вследствие влияния нелинейной рефракции в сформированной центральными слоями плазме.

При учете ДГС значение мощности в различных временных слоях импульса будет выравниваться за счет перетока мощности из предшествующих временных слоев импульса в текущие [11], из-за чего нормированная координата начала филаментации будет изменяться более плавно. Для пучка с $R_0 = 3$ мм фокус для всех временных срезов импульса достигается в одной точке, так как в этом случае самофокусировка подавляется дисперсионным расплыванием, и филаментация не реализуется. При этом для отдельных периферийных временных срезов может наблюдаться ситуация, когда нормированная координата нелинейного фокуса будет меньше в случае учета дисперсии ($R_0 = 1$ мм).

Для объяснения роли дисперсии рассмотрим эволюцию мощности в ДЛТ. Как известно, распространение излучения в дисперсионной среде происходит в условиях фазовой модуляции, а в нелинейной

дополнительно еще и с фазовой самомодуляцией, поэтому высокие значения интенсивности излучения в нелинейной среде усиливают роль дисперсии. Поскольку ДГС приводит к модуляции фазы волны в среде, то это отражается на интенсивности, мощности, длительности импульса, а также структуре и размере филамента. В соответствии с [11] можно записать уравнение, описывающее эволюцию мощности в ДЛТ P_d . Полученный в рамках дифракционно-лучевого подхода закон сохранения мощности в ДЛТ P_d имеет вид

$$\frac{\partial P_d}{\partial z} = \left[\int_0^{R_d(z,t)} \frac{\partial}{\partial t} S_t d\mathbf{r}_\perp \right] - \langle \alpha_n \rangle_\sigma P_d, \quad (2)$$

где $S_t = k''_0 I \frac{\partial \phi}{\partial t}$ — функция источника, характеризующая изменение вдоль трассы плотности потока энергии, запасенной за счет дисперсии в предыдущих временных слоях импульса; $\langle \alpha_n \rangle_\sigma$ — усредненный по сечению σ коэффициент поглощения.

В (2) первый член в правой части уравнения описывает изменение мощности за счет фазовой модуляции, а второй — нелинейные потери. Другими

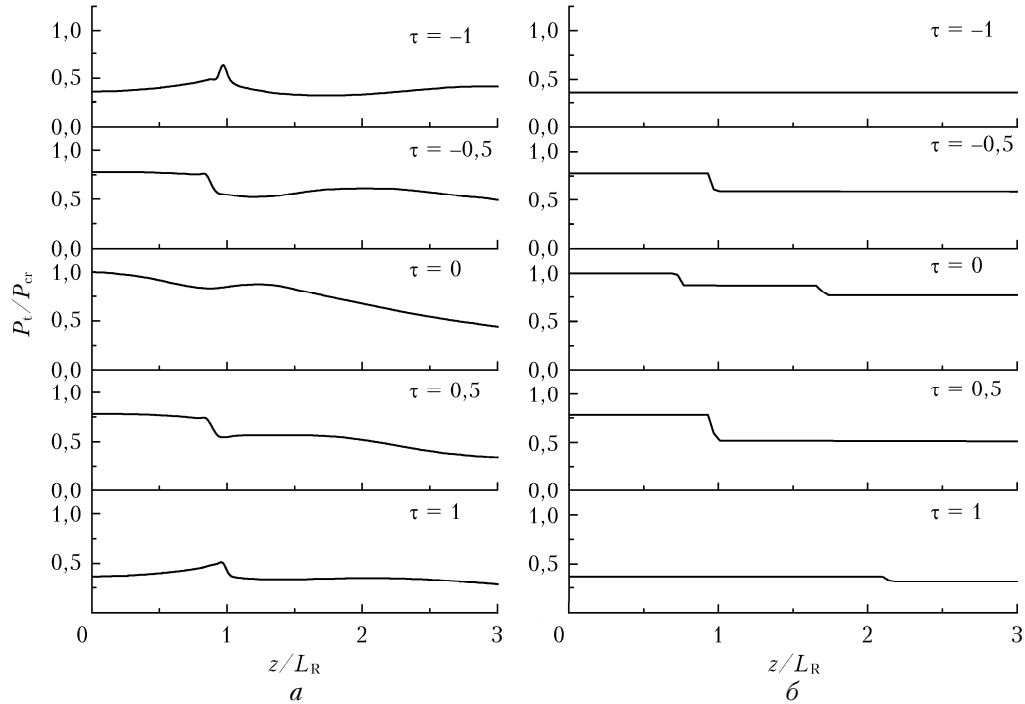


Рис. 5. Зависимость относительной мощности в ДЛТ P_t/P_{cr} вдоль трассы z/L_R для разных временных срезов лазерного импульса длительностью $t_p = 20$ фс с дисперсией (а) и без нее (б); $R_0 = 1$ мм, $\eta = 6$

словами, соотношение (2) демонстрирует, что изменение мощности внутри ДЛТ связано не с энергообменом между соседними трубками, а обусловлено лишь потерями, вызванными плазмообразованием и перераспределением энергии внутри импульса.

Вторая производная по времени от фазы волны определяет чирп импульса, который возникает за счет ДГС, керровской и плазменной нелинейностей. Величина чирпа будет зависеть от интенсивности излучения и изменяться для разных временных срезов лазерного импульса. В результате неизбежная потеря мощности в ДЛТ может компенсироваться притоком мощности из предшествующих временных слоев импульса. Тогда в трубке может восстанавливаться (или устанавливаться) мгновенный баланс сил фокусирующей и дефокусирующей нелинейностей, поддерживая филаментацию.

На рис. 5 показано изменение вдоль трассы z/L_R относительной мощности в ДЛТ P_t/P_{cr} для временных срезов $-1 < \tau < 1$ лазерного импульса длительностью $t_p = 20$ фс для случаев с ДГС и без нее. Взята ДЛТ, содержащая в момент времени $\tau = 0$ мощность, равную критической мощности самофокусировки.

Рис. 5 иллюстрирует, что изменение относительной мощности в ДЛТ вдоль трассы существенно зависит от дисперсионных свойств среды. Так, при отсутствии дисперсии (рис. 5, б) мощность в трубке остается практически постоянной или уменьшается на интервалах, характеризующихся активным плазмообразованием (рис. 5, б, $-0,5 < \tau < 0,5$). Для периферийных временных срезов, содержащих меньшую мощность по сравнению с центральным, нормированная координата фокуса должна сдвигаться по трассе от источника лазерного излучения, что

и наблюдается в случае отсутствия дисперсии (пунктирные кривые на рис. 4, а, в). ДГС же обеспечивает дополнительный приток мощности из предшествующих временных слоев импульса, и, как видно из рис. 5, а, при наличии дисперсии на краях импульса мощность в трубке в отдельных точках трассы увеличивается, что приводит к приближению фокуса в нормированных координатах (сплошные кривые для $R_0 = 1$ и 2 мм на рис. 4). При этом наличие дисперсии (рис. 5, а) сказывается только на краях импульса, где наблюдается увеличение нормированной координаты фокуса по сравнению со случаем без дисперсии. Для центральных временных срезов при наличии ДГС вследствие фазовой модуляции интенсивность будет уменьшаться, а фокус удаляться.

Оценка влияния ДГС на филаментацию лазерных импульсов на основе анализа характерных масштабов

Рассмотрим условие нарастания интенсивности лазерного импульса при его фокусировке в воздухе. Используем интегральное представление для интенсивности, полученное в [11]:

$$I(\mathbf{R}_d, z, t) = I(\mathbf{R}_d(0), 0, \tau_{dis}(0)) \cdot \exp\{D(z)\}, \quad (3)$$

где

$$D(z) = \int_0^z \left[-\frac{\nabla_{\perp}^2 \Phi(\mathbf{R}_d(z'), z', \tau_{dis}(z'))}{k_0} + k_0'' \frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{R}_d(z'), z', \tau_{dis}(z'))}{\partial t^2} - \alpha_n(\mathbf{R}_d(z'), z', \tau_{dis}(z')) \right] dz'.$$

Здесь ∇_{\perp}^2 – поперечный лапласиан; α_n – коэффициент нелинейного поглощения, обусловленный плазмообразованием. Выражение для I записано с помощью пространственных и «временных» лучей, уравнения для которых даются в (1). Вблизи начала дистанции распространения для случая влияния только керровской нелинейности $\epsilon_n = 2n_0n_2I$ (ϵ_n – нелинейная добавка к диэлектрической проницаемости среды, n_2 – коэффициент нелинейности) при $\alpha_n = 0$ можно записать

$$I(z) \approx I(0) + \frac{1}{2} \frac{d^2 I(0)}{dz^2} z^2.$$

Используя (3), получим

$$\frac{d^2 I(0)}{dz^2} = \beta I(0),$$

где $\beta = \frac{d\gamma}{dz}$, $\gamma = \gamma_t - \gamma_r$; $\gamma_t = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$ – чирп импульса; $\gamma_r = \frac{\nabla_{\perp}^2 \Phi}{k_0}$ – коэффициент пространственной модуляции фазы волн. Фаза волны определяется интегральным соотношением [11]

$$\Phi(\mathbf{R}_d(z), z, \tau_{\text{dis}}(z)) = \frac{k_0}{2} \int_0^z \tilde{\epsilon}_{\text{ef}}(\mathbf{R}_d(z'), z', \tau_{\text{dis}}(z')) dz.$$

Здесь $\tilde{\epsilon}_{\text{ef}} = \epsilon_{\text{ef}}/\epsilon_0 - 1$ – возмущение эффективной диэлектрической проницаемости среды; $\epsilon_{\text{ef}} = \epsilon_0 + \epsilon_n + \epsilon_d + \epsilon_{\text{dis}}$; $\epsilon_d = \frac{\epsilon_0 \nabla_{\perp}^2 A}{k_0^2 A}$ – дифракционная, $\epsilon_{\text{dis}} = -\frac{\epsilon_0 k_0''}{k_0 A} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$ – дисперсионная составляющие эффективной диэлектрической проницаемости среды.

Рассмотрим ситуацию, когда заведомо реализуется слабое влияние дифракции на самофокусировку, тогда при $\tau = 0$ можно получить оценку

$$\beta_t = -\frac{1}{L_{\text{dis}}^2} \left(1 + \frac{2L_{\text{dis}}}{L_{n1}} \right),$$

$L_{\text{dis}} = t_p^2/k_0''$ – характерный продольный масштаб задачи для условий линейной нормальной дисперсии; $L_{n1} = n_0/(k_0 n_2 I_0)$ – длина, характеризующая нелинейный набег фазы в среде в приближении геометрической оптики. Здесь I_0 – пиковая интенсивность падающего излучения, которая связана с его пиковой мощностью P_0 соотношением $P_0 = \pi R_0^2 I_0$.

Оценим коэффициент пространственной модуляции $\beta_r = -\frac{d}{dr} \gamma_r$ за счет керровской нелинейности и дифракции. Для вычисления коэффициента β_r , связанного с нелинейной фазой $\Phi_n = \frac{k_0}{2} \int_0^z \epsilon_n dz$, используем безабберационное приближение геометри-

ческой оптики и приближение заданной интенсивности при $z = 0$; так же, как и в случае оценки чирпа импульса β_r , определим для временного среза $\tau = 0$. Тогда, для β_r^n получаем

$$\beta_r^n = \frac{4n_2 I_0}{n_0 R_0^2} = \frac{2}{L_{n2}^2},$$

где $L_{n2} = \sqrt{\frac{n_0}{2n_2 I_0}} R_0$ – длина нелинейности, вычисленная в безабберационном приближении. Физический смысл L_{n2} состоит в том, что она определяет дистанцию, где текущий радиус пучка изменяется в $\sqrt{2}$ раз по сравнению с его значением на входе в нелинейную среду.

Проведя вычисления для коэффициента модуляции фазы, вызванной дифракцией,

$$\beta_r^d = -\frac{2}{L_d^2},$$

где $L_d = k_0 R_0^2$ – дифракционная длина, получим

$$\beta = \frac{2}{L_{n2}^2} - \frac{1}{L_{\text{dis}}^2} \left(1 + \frac{2L_{\text{dis}}}{L_{n1}} \right) - \frac{2}{L_d^2}.$$

Таким образом, для дисперсионной среды с керровской нелинейностью можно ввести масштаб, характеризующий влияние нормальной дисперсии в условиях нелинейности:

$$L_{\text{dis}}^{\text{ef}} = L_{\text{dis}} \left(1 + \frac{2L_{\text{dis}}}{L_{n1}} \right)^{-1/2}.$$

Значения характерных длин задачи приведены в таблице. Сравнение дифракционного, дисперсионного и нелинейного масштабов между собой позволяет определить эффект, доминирующий при распространении фемтосекундных лазерных импульсов (ему соответствует минимальный масштаб).

Для импульсов длительностью $t_p = 100$ фс будет выполняться соотношение $L_{n2} < L_d < L_{\text{dis}}$, следовательно, наибольший вклад в формирование картины самофокусировки и филаментации лазерных импульсов будет вносить нелинейность. При уменьшении длительности импульса до 20 фс и соответственно уменьшении длины дисперсии для субмиллиметровых пучков это соотношение будет выполняться, а для миллиметровых пучков при $R_0 > 1,56$ мм дифракционная длина будет превосходить дисперсионную: $L_d > L_{\text{dis}}$. Несмотря на то что для некоторых начальных параметров лазерных импульсов длина дисперсии не будет являться наименьшим масштабом, ее влияние будет сказываться на характеристиках картины самофокусировки и филаментации (см. рис. 4). Это говорит о том, что при самофокусировке изменяются условия фазовой модуляции импульсов по сравнению с линейной средой.

Характерные масштабы самофокусировки и филаментации лазерных импульсов

Масштаб, м	Параметр импульса	Радиус пучка, мм			
		3	2	1	0,18
L_d	—	70,69	31,41	7,85	0,25
L_{dis}	$t_p = 100$ фс	476,19			
	$t_p = 20$ фс	19,05			
L_{n1}/L_{n2}	$\eta = 3$	11,79/20,41	5,24/9,07	1,31/2,26	0,04/0,07
	$\eta = 6$	5,89/14,44	2,62/6,42	0,66/1,61	0,02/0,05
	$\eta = 9$	3,93/11,79	1,75/5,24	0,44/1,31	0,01/0,04
L_{dis}^{ef}	$\eta = 3; t_p = 20$ фс	9,26	6,62	3,47	0,62
	$\eta = 6; t_p = 20$ фс	6,97	4,83	2,49	0,44
	$\eta = 9; t_p = 20$ фс	5,82	3,99	2,04	0,31

Из таблицы видно, что для импульсов длительностью $t_p = 20$ фс эффективная длина дисперсии L_{dis}^{ef} будет меньше длины L_{dis} в несколько раз для пучков миллиметрового радиуса и на порядки — для субмиллиметровых лазерных пучков. Таким образом, можно дать априорную оценку влияния нормальной дисперсии на самофокусировку и филаментацию ультракоротких лазерных импульсов в воздухе. Для этого влияния необходимо, чтобы $L_{dis}^{ef} < L_{n2} < L_d$.

Заключение

Таким образом, рассмотрение распространения мощных фемтосекундных импульсов титан-сапфирового лазера в воздухе на основе метода дифракционно-лучевых трубок показало, что при уменьшении длительности импульса со 100 до 20 фс увеличиваются радиус энергетически пополняющей дифракционно-лучевой трубки, которая содержит энергию, достаточную для компенсации энергопотерь пучка на протяжении всего жизненного цикла филамента, и угловая расходимость постфиламентационного канала. Установлено, что для миллиметровых лазерных пучков в условиях влияния нормальной дисперсии координата начала филаментации, нормированная на длину Рэлея, возрастает при увеличении начального радиуса лазерного пучка. Показано, что оценку влияния нормальной дисперсии на самофокусировку и филаментацию фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе возможно проводить, используя выражение для модифицированной длины дисперсии, вид которого был установлен в статье.

Работа выполнена в рамках государственного задания (№ 0368-2018-0016).

1. *Self-focusing: Past and Present. Fundamentals and prospects* // Top. Appl. Phys. / R.W. Boyd, S.G. Lukishova, Y.R. Shen (eds.). Berlin: Springer, 2009. 605 p.
2. *Couairon A., Myzrowicz A. Femtosecond filamentation in transparent media* // Phys. Rep. 2007. V. 441, N 2–4. P. 47–189.
3. *Polynkin P., Kolesik M. Critical power for self-focusing in the case of ultrashort laser pulses* // Phys. Rev. A. 2013. V. 87. P. 053829-1–5.

4. *Ranka J.K., Schirmer R.W., Gaeta A.L. Observation of pulse splitting in nonlinear dispersive media* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77, N 18. P. 3783–3786.
5. *Berge L., Mauger S., Skupin S. Multifilamentation of powerful optical pulses in silica* // Phys. Rev. A. 2010. V. 81. P. 013817-1–10.
6. *Chernev P., Petrov V. Self-focusing of light pulses in the presence of normal group-velocity dispersion* // Opt. Lett. 1992. V. 17, iss. 3. P. 172–174.
7. *Liu W., Chin S.L. Direct measurement of the critical power of femtosecond Ti:Sapphire laser pulse in air* // Opt. Exp. 2005. V. 13, iss. 15. P. 5750–5755.
8. *Luther G.G., Wright E.M., Moloney J.V., Newell A.C. Self-focusing threshold in normally dispersive media* // Opt. Lett. 1994. V. 19, N 12. P. 862–864.
9. *Гейнц Ю.Э., Землянов А.А. Характеристики филаментов при распространении мощного фемтосекундного лазерного излучения в воздухе и в воде: I. Качественный анализ* // Оптика атмосфер. и океана. 2010. Т. 23, № 9. С. 749–756. *Geints Yu.E., Zemlyanov A.A. Characteristics of filaments during high-power femtosecond laser radiation propagation in air and water: I. Qualitative analysis* // Atmos. Ocean. Opt. 2011. V. 24, N 2. P. 144–151.
10. *Зуев В.Е., Землянов А.А., Копытин Ю.Д. Нелинейная оптика атмосферы*. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 256 с.
11. *Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Минина О.В. Дифракционно-лучевая оптика филаментации: I. Формализм дифракционных лучей и световых трубок* // Оптика атмосфер. и океана. 2018. Т. 31, № 5. С. 364–371; *Geints Yu.E., Zemlyanov A.A., Minina O.V. Diffraction-beam optics of filamentation: I – Formalism of diffraction beams and light tubes* // Atmos. Ocean. Opt. 2018. V. 31, N 6. P. 611–618.
12. *Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Минина О.В. Дифракционно-лучевая оптика филаментации: II. Дифракционно-лучевая картина филаментации лазерного импульса* // Оптика атмосфер. и океана. 2018. Т. 31, № 7. С. 515–522; *Geints Yu.E., Zemlyanov A.A., Minina O.V. Diffraction-beam optics of filamentation: II - Diffraction-beam pattern of laser pulse filamentation* // Atmos. Ocean. Opt. 2018. V. 31, N 6. P. 619–625.
13. *Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Минина О.В. Моделирование самофокусировки фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе методом дифракционных лучей и световых трубок* // Оптика атмосфер. и океана. 2019. Т. 32, № 2. С. 120–130.
14. *Землянов А.А., Булыгин А.Д., Гейнц Ю.Э., Минина О.В. Динамика световых структур при филаментации фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе* // Оптика атмосфер. и океана. 2016. Т. 29, № 5. С. 359–368;

Zemlyanov A.A., Bulygin A.D., Geints Yu.E., Minina O.V. Dynamics of light structures during filamentation of femtosecond laser pulses in air // Atmos. Ocean. Opt. 2016. V. 29, N 5. P. 395–403.

15. Liu W., Gravel J.-F., Theberge F., Becker A., Chin S.L. Background reservoir: Its crucial role for long-distance propagation of femtosecond laser pulses in air // Appl. Phys. B. 2005. V. 80, N 7. P. 857–860.

Yu.E. Geints, A.A. Zemlyanov, O.V. Minina. Simulation of femtosecond laser pulses self-focusing with normal dispersion in air by the method of diffraction-beam tubes.

Based on the numerical simulation and qualitative analysis, the effect of the group velocity dispersion on the formation of light structures during self-focusing and filamentation of femtosecond titanium-sapphire laser pulses in air was studied. It was found that dispersion occurs when the dispersion length is not the smallest process scale. Based on the results of numerical solutions of the nonlinear Schrödinger equation in a Kerr-plasma dissipative dispersion medium using the method of diffraction-beam tubes, the main regularities of filamentation of femtosecond laser pulses in air at various pulse durations, initial beam radii, and peak emission powers were determined. It was shown that the relative (normalized to Rayleigh length) coordinate of the beginning of filamentation increases with increasing the dispersion distortion of the pulse. The length of the filamentation channel is reduced. For shorter laser pulses (tens of femtoseconds) the filamentation failure is observed, when the laser beam radius is increased. For this class of pulses, an increase in the size of the energy replenishing diffraction-beam tube occurs, and the angular divergence of the post-filamentation light channels also increases.