«Оптика атмосферы и океана», **23**, № 7 (2010)

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН

УДК 535.36

«Кумулянтный» метод решения задач распространения волн в случайных средах

Р.Х. Алмаев[1], А.А. Суворов[2]*

*[1]Обнинский государственный технический университет атомной энергетики
249040, г. Обнинск Калужской обл., Студгородок, 1
[2]Государственный научный центр Российской Федерации —
Физико-энергетический институт им. А.И. Лейпунского
249033, г. Обнинск Калужской обл., пл. Бондаренко, 1*

Поступила в редакцию 3.11.2009 г.

Описан «кумулянтный» метод решения задач распространения излучения в случайно-неоднородных средах. С использованием фейнмановского представления функции Грина параболического уравнения квазиоптики «кумулянтным» методом получены в общем виде интегральные выражения для статистических моментов комплексной амплитуды лазерного пучка. Показано, что учет в рамках «кумулянтного» метода в определенном приближении процессов многократного рассеяния излучения на случайных неоднородностях диэлектрической проницаемости позволяет получить выражения для статистических моментов интенсивности с точностью, достаточной для восстановления логнормальной функции распределения.

Ключевые слова: распространение волн, случайно-неоднородные среды, метод плавных возмущений, статистические моменты интенсивности; wave propagation, randomly inhomogeneous media, method of smooth perturbation, intensity statistical moments.

Введение

В настоящее время существует ряд приближенных методов решения задач распространения электромагнитных волн в неоднородных (в том числе случайно-неоднородных) средах, которые основаны на предположении малости возмущений параметров задачи. К таким методам относятся: метод малых возмущений, метод геометрической оптики и наиболее распространенный метод плавных возмущений (МПВ) (см., например, [1, 2]). Последние два метода позволяют учесть эффекты многократного рассеяния излучения на случайных неоднородностях диэлектрической проницаемости. В ряде работ [3–5] оригинальные результаты, относящиеся к проблеме распространения излучения в средах с флуктуациями комплексной диэлектрической проницаемости, были получены с использованием «кумулянтного» метода решения волновых задач. Этот метод является альтернативным МПВ в области слабых возмущений и позволяет получать асимптотические решения при сильных флуктуациях. Настоящая статья посвящена изложению «кумулянтного» метода, что представляется целесообразным в силу его относительной эффективности и удобства.

Рассмотрим распространение излучения в среде с флуктуациями комплексной диэлектрической проницаемости. В квазиоптическом приближении (см., например, [1, 2]) комплексная амплитуда $U(\mathbf{R})$ волны является решением параболического уравнения

$$2ik\frac{\partial}{\partial z}U + \Delta_{\perp}U + k^2\tilde{\varepsilon}(\mathbf{R})U = 0 \qquad (1)$$

со следующим граничным условием на входе (в плоскости $z = 0$) в среду:

$$U(\mathbf{R})\big|_{z=0} = U_0(\rho), \qquad (2)$$

где $\mathbf{R} = \{\rho, z\}$ — трехмерный радиус-вектор; z — кордината вдоль преимущественного направления распространения излучения; $\rho = \{x, y\}$ — радиус-вектор на плоскости $z = \mathrm{const}$; $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ — оператор Лапласа по переменным x и y; $k = 2\pi\sqrt{\varepsilon_0}/\lambda$ — волновое число, соответствующее длине волны λ; ε_0 — характерное для среды среднее значение диэлектрической проницаемости; $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{R})$ — флуктуации комплексной диэлектрической проницаемости среды; $U_0(\rho)$ — комплексная амплитуда источника излучения.

В основе «кумулянтного» метода лежат запись решения задачи (1), (2) в форме интеграла Гюйгенса–Кирхгофа

$$U(\mathbf{R}) = \iint d^2\rho' U_0(\rho')G(\mathbf{R} \mid \rho', 0) \qquad (3)$$

и представление функции Грина $G(\mathbf{R}|\mathbf{R}')$ этой задачи в виде феймановского интеграла по траекториям.

* Рафаиль Хамитович Алмаев; Алексей Анатольевич Суворов (suvorov@ippe.ru).

В связи с тем что метод плавных возмущений был впервые применен С.М. Рытовым для детерминированной задачи дифракции света на ультразвуке [6], заметим, что вплоть до формул (18), (19) представляемые результаты применимы в равной мере как к статистическим, так и детерминированным задачам. Следует также отметить, что широкий круг задач распространения лазерного пучка в турбулентной атмосфере решен в рамках фазового приближения метода Гюйгенса–Кирхгофа, в основе которого также лежит интегральное представление (1) для $U(\mathbf{R})$ [7].

Применяя подход, сформулированный в [8] для задач квантовой механики, к задаче распространения излучения в случайных средах, для функции Грина запишем выражение

$$G(\mathbf{R}|\boldsymbol{\rho}',0) = G_0(\mathbf{R}|\boldsymbol{\rho}',0)C \times$$
$$\times \iint D^2V(\xi)\exp\left\{\frac{ik}{2}\int_0^z d\xi[\dot{V}^2(\xi) + \tilde{\varepsilon}\left(\boldsymbol{\rho}^{(0)}(\xi) + \mathbf{V}(\xi),\xi\right)]\right\}, \quad (4)$$

где интегрирование производится по всем траекториям $\mathbf{V}(\xi)$ с граничными значениями $\mathbf{V}(z) = \mathbf{V}(0) = 0$; $\boldsymbol{\rho}^{(0)}(\xi) = \left(\boldsymbol{\rho}\xi + \boldsymbol{\rho}'(z-\xi)\right)/z$ – геометрооптическая траектория луча в среде без возмущений $\tilde{\varepsilon}$; $G_0(\mathbf{R}\,|\,\boldsymbol{\rho}',0) = (k/2\pi iz)\exp\left(ik\,|\,\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}'\,|^2/2z\right)$ – функция Грина задачи (1), (2) для среды без флуктуаций диэлектрической проницаемости; нормировочная постоянная C определяется из условия $G|_{\tilde{\varepsilon}=0} = G_0$.

Представим выражение (1) для U в следующей эквивалентной форме:

$$U(\mathbf{R}) = U^{(0)}(\mathbf{R})\hat{L}_V \exp\{i\Delta S_V(\mathbf{R})\}, \quad (5)$$

где

$$\hat{L}_V \equiv \iint d^2\rho' \frac{U_0(\rho')}{U^{(0)}(\mathbf{R})} G_0(\mathbf{R}|\rho',0)C \times$$
$$\times \iint D^2V(\xi)\exp\left\{\frac{ik}{2}\int_0^z d\xi\left[\dot{V}^2(\xi)\right]\right\} \quad (6)$$

– интегральный оператор (причем $\hat{L}_V \cdot 1 = 1$);

$$U^{(0)}(\mathbf{R}) = \int d^2\rho' U_0\left(\boldsymbol{\rho}'\right)G_0\left(\mathbf{R}\,|\,\boldsymbol{\rho}',0\right) \quad (7)$$

– комплексная амплитуда невозмущенного поля (т.е. в среде без возмущений $\tilde{\varepsilon} = 0$);

$$\Delta S_V(\mathbf{R}) = \frac{k}{2}\int_0^z d\xi\ \tilde{\varepsilon}\left(\boldsymbol{\rho}^{(0)}(\xi) + \mathbf{V}(\xi),\ \xi\right) \quad (8)$$

– набег комплексной фазы на фейнмановских траекториях $\boldsymbol{\rho}(\xi) = \boldsymbol{\rho}^{(0)}(\xi) + \mathbf{V}(\xi)$.

Воспользуемся теперь вероятностной интерпретацией функционального интеграла. Это позволяет ввести в рассмотрение вспомогательное понятие – «характеристическую» функцию $F(\mathbf{R};\alpha)$ «случайной» [по траекториям $\boldsymbol{\rho}^{(0)}(\xi) + \mathbf{V}(\xi)$] фазы $\Delta S_V(\mathbf{R})$:

$$F(\mathbf{R};\alpha) = \hat{L}_V \exp\{i\alpha\Delta S_V(\mathbf{R})\} = \langle\exp\{i\alpha\Delta S_V(\mathbf{R})\}\rangle_V. \quad (9)$$

Угловые скобки с индексом V в (9) означают интегрирование (псевдоусреднение), осуществляемое при функциональном интегрировании оператором $\hat{L}_V$.

Учитывая изложенное, комплексную амплитуду волнового поля можно выразить через поле $U^{(0)}$ в невозмущенной среде и «характеристическую» функцию:

$$U(\mathbf{R}) = U^{(0)}(\mathbf{R}) \cdot F(\mathbf{R};\alpha)|_{\alpha=1}. \quad (10)$$

Известно (см., например, [9]), что характеристическая функция случайной величины однозначно определяется как ее статистическими моментами, так и кумулянтами. Исходя из этого, «характеристическую» функцию (9) также можно представить двумя эквивалентными способами:

$$F(\mathbf{R};\alpha) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(i\alpha)^n}{n!}M_n(\mathbf{R}), \quad (11)$$

$$F(\mathbf{R};\alpha) = \exp\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(i\alpha)^n}{n!}K_n(\mathbf{R})\right\}, \quad (12)$$

где через $M_n(\mathbf{R})$ и $K_n(\mathbf{R})$ обозначены «моменты» и «кумулянты» «случайной» по $\mathbf{V}$ фазы $\Delta S_V(\mathbf{R})$, определяемые соотношениями:

$$M_n(\mathbf{R}) \equiv \hat{L}_V\left[\Delta S_V(\mathbf{R})\right]^n =$$
$$= \langle\left[\Delta S_V(\mathbf{R})\right]^n\rangle_V = \left[\frac{1}{i}\frac{d}{d\alpha}\right]^n F(\mathbf{R};\alpha)|_{\alpha=0}; \quad (13)$$

$$K_n(\mathbf{R}) = \left(\frac{1}{i}\frac{d}{d\alpha}\right)^n \ln F(\mathbf{R};\alpha)|_{\alpha=0}. \quad (14)$$

Поскольку «случайная» фаза ΔS_V, как следует из (5), является линейным функционалом от $\tilde{\varepsilon}$, то из (13), (14) ясно, что n-е «моменты» и «кумулянты» определяются процессами n-кратного рассеяния волны на неоднородностях поля $\tilde{\varepsilon}$.

Приведенные соотношения (13), (14) позволяют устанавливать связи между «кумулянтами» и «моментами» разного порядка. В качестве примера приведем ряд формул, связывающих K_n, M_n для нескольких первых порядков (см., например, [9]):

$$K_1 = M_1,\ K_2 = M_2 - M_1^2,\ K_3 = M_3 - 3M_1M_2 + 2M_1^3,\ \ldots. \quad (15)$$

Используя далее (10), (12) и (14), комплексную амплитуду поля волны можно представить в экспоненциальной форме, выразив ее через «кумулянты»:

$$U(\mathbf{R}) = U^{(0)}(\mathbf{R})\exp\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(i)^n}{n!}K_n(\mathbf{R})\right\}. \qquad (16)$$

Как видно из (16), предложенный здесь подход позволяет записать решение стохастического параболического уравнения в экспоненциальном виде, непосредственно через случайную комплексную фазу (и, следовательно, через флуктуации диэлектрической проницаемости), которая определяется «кумулянтами» усредненной по фейнмановским траекториям фазы ΔS_V.

Проведем теперь сравнительный анализ развитого здесь «кумулянтного» метода и наиболее интенсивно используемого в задачах переноса волн в случайных средах метода плавных возмущений (метод Рытова). Напомним, что в МПВ (см., например, [1, 2]) исследуемой величиной является комплексная фаза Ψ, связанная с комплексной амплитудой U соотношением $U = e^{\Psi}$. Далее, в МПВ стохастическое уравнение вида (1) преобразовывается в уравнение для Ψ и затем, при условии $\left|\tilde{\varepsilon}^2\right| \ll 1$, записывается цепочка стохастических дифференциальных уравнений для различных порядков ряда теории возмущений ($\Psi = \Psi_0 + \Psi_1 + \Psi_2 + \ldots + \Psi_n \ldots$). Таким образом, в МПВ для нахождения n-го порядка комплексной фазы необходимо решить $n + 1$ дифференциальное уравнение.

В развитом здесь «кумулянтном» подходе к решению стохастического уравнения для комплексной фазы сразу из (16) получаем представление в виде ряда по «кумулянтам» (и, значит, по $\tilde{\varepsilon}$):

$$\Psi(\mathbf{R}) = \Psi_0(\mathbf{R}) + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(i)^n}{n!}K_n(\mathbf{R}). \qquad (17)$$

Следовательно, «кумулянтный» метод дает интегральное представление комплексной фазы Ψ метода плавных возмущений через интеграл Гюйгенса—Кирхгофа—Фейнмана.

Таким образом, с помощью «кумулянтного» метода можно относительно простым путем представить решение стохастических уравнений (1) через степенные ряды по «кумулянтам» фазы ΔS_V и, соответственно, через степенные ряды по случайным неоднородностям ε. Выражение вида (16) позволяет составлять всевозможные комбинации из U, U^* и, после статистического усреднения по ансамблю реализаций случайных величин, получать различные статистические моменты комплексной амплитуды поля лазерного пучка.

Отметим также, что «кумулянтный» подход позволяет установить границы применимости представления комплексной фазы Ψ в виде функционального ряда по степеням $\tilde{\varepsilon}$ [в виде разложения (17)]. А именно: из выражений (12), (14) следует, что радиус сходимости «кумулянтного» ряда (17), которым определяется «характеристическая» функция, равен единице. (Тогда как моментное представление (11) «характеристической» функции имеет бесконечный радиус сходимости.) Следовательно, никакая перегруппировка членов ряда (17) вне области $|\Psi_n| < 1$ (при $n \geq 1$) не будет адекватно описывать процесс распространения излучения в неоднородной среде. (Следует заметить, однако, что использование «кумулянта» первого порядка только для функции Грина в интеграле Гюйгенса—Кирхгофа [10] позволяет описывать и сильные флуктуации интенсивности лазерного пучка [11].) Это означает, что метод плавных возмущений эффективен лишь в том случае, когда для решения задачи достаточно ограничиться несколькими первыми членами ряда теории возмущений (первыми «моментами» M_n). Вместе с тем идея «кумулянтного» представления решения волновой задачи, основанная на формулах (9)–(16), может быть использована и вне области применимости МПВ при рассмотрении сильных флуктуаций излучения.

Получим теперь некоторые соотношения общего характера, вытекающие из представления комплексной амплитуды в виде (16). Выразим прежде всего через «кумулянты» изменения фазы $\tilde{S} = S - S^{(0)}$ и логарифма амплитуды $\tilde{\chi} = \chi - \chi^{(0)}$, обусловленные возмущением ε (где $S^{(0)}$ и $\chi^{(0)}$ — набег фазы и логарифма амплитуды в среде без возмущений ε; $\Psi_0 = \chi^{(0)} + iS^{(0)}$). Поскольку

$$\tilde{\Psi}(\mathbf{R}) \equiv \tilde{\chi}(\mathbf{R}) + i\tilde{S}(\mathbf{R}) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(i)^n}{n!}K_n(\mathbf{R}),$$

то для $\tilde{\chi} = \mathrm{Re}\,\tilde{\Psi}$ и $\tilde{S} = \mathrm{Im}\,\tilde{\Psi}$ имеем

$$\tilde{\chi}(\mathbf{R}) = \mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(i)^n}{n!}K_n(\mathbf{R}) \approx -\mathrm{Im}\,K_1(\mathbf{R}) - \frac{1}{2}\mathrm{Re}\,K_2(\mathbf{R}); \qquad (18)$$

$$\tilde{S}(\mathbf{R}) = \mathrm{Im}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(i)^n}{n!}K_n(\mathbf{R}) \approx \mathrm{Re}\,K_1(\mathbf{R}) - \frac{1}{2}\mathrm{Im}\,K_2(\mathbf{R}). \qquad (19)$$

Соотношения (18) и (19) выражают возмущения логарифма амплитуды и фазы через наиболее важные в приложениях первые два «кумулянта».

Далее рассмотрим конкретные применения «кумулянтного» метода для решения задач распространения лазерного излучения в случайно-неоднородных средах для условий слабых флуктуаций. При этом следует учитывать, что помимо «усреднения» по фейнмановским траекториям в стохастических задачах в процессе исследования характеристик излучения необходимо проводить также вероятностное усреднение по ансамблю реализаций случайного поля $\tilde{\varepsilon}$.

Проведя статистическое усреднение как самих выражений (18) и (19), так и их билинейных комбинаций, получим в приближении слабых флуктуаций следующие соотношения:

$$\langle\tilde{\chi}(\mathbf{R})\rangle = -\frac{1}{2}\mathrm{Re}\langle K_2(\mathbf{R})\rangle; \qquad (20)$$

$$\langle\tilde{S}(\mathbf{R})\rangle = -\frac{1}{2}\mathrm{Im}\langle K_2(\mathbf{R})\rangle \qquad (21)$$

для средних изменений логарифма амплитуды и фазы волны и

$$B_\chi(\mathbf{R}_1,\mathbf{R}_2) = \langle\big(\tilde\chi(\mathbf{R}_1) - \langle\tilde\chi(\mathbf{R}_1)\rangle\big)\big(\tilde\chi(\mathbf{R}_2) - \langle\tilde\chi(\mathbf{R}_2)\rangle\big)\rangle =$$
$$= \langle \mathrm{Re}K_1(\mathbf{R}_1)\mathrm{Re}K_1(\mathbf{R}_2)\rangle, \qquad (22)$$

$$B_S(\mathbf{R}_1,\mathbf{R}_2) = \langle\big(\tilde S(\mathbf{R}_1) - \langle\tilde S(\mathbf{R}_1)\rangle\big)\big(\tilde S(\mathbf{R}_2) - \langle\tilde S(\mathbf{R}_2)\rangle\big)\rangle =$$
$$= \langle \mathrm{Im}\,K_1(\mathbf{R}_1)\mathrm{Im}\,K_1(\mathbf{R}_2)\rangle \qquad (23)$$

для корреляционных функций логарифма амплитуды и фазы.

Выражения (20)–(23) показывают, что в приближении слабых флуктуаций средние значения логарифма амплитуды и фазы определяются средними значениями «кумулянта» второго порядка, т.е. процессами двухкратного рассеяния излучения на неоднородностях диэлектрической проницаемости, тогда как их средние квадратичные величины определяются средними «кумулянтами» первого порядка, описывающими процессы однократного рассеяния.

Представим теперь с помощью «кумулянтов» функции когерентности $\Gamma_{N,M}$ лазерного пучка $N + M$-го порядка:

$$\Gamma_{N,M}\big(\{\mathbf{R}'_j\}_{j=1,N};\{\mathbf{R}''_j\}_{j=1,M}\big) = \langle\prod_{j=1}^{N}\prod_{i=1}^{M}U(\mathbf{R}'_j)U^*(\mathbf{R}''_i)\rangle \approx$$
$$\approx\Gamma^{(0)}_{N,M}\big(\{\mathbf{R}'_j\}_{j=1,N};\{\mathbf{R}''_j\}_{j=1,M}\big)\langle\Big\{1+iM_1^{(N,M)}-\frac{1}{2}M_2^{(N,M)}+\ldots\Big\}\rangle\approx$$
$$\approx \Gamma^{(0)}_{N,M}\big(\{\mathbf{R}'_j\}_{j=1,N};\{\mathbf{R}''_j\}_{j=1,M}\big)\exp\Big\{i\overline{K_1^{(N,M)}} - \frac{1}{2}\overline{K_2^{(N,M)}}\Big\}.$$
$$(24)$$

В выражении (24) через $M_n^{(N,M)}$ обозначены «моменты» функции когерентности, которые следующим образом выражаются через «моменты» M_n (13) комплексной амплитуды:

$$M_1^{(N,M)} = M_1^{(N,M)}\big(\{\mathbf{R}'_j\}_{j=1,N};\{\mathbf{R}''_j\}_{j=1,M}\big) =$$
$$= \sum_{j=1}^{N}M_1(\mathbf{R}'_j) - \sum_{i=1}^{M}M_1^*(\mathbf{R}''_i),$$

$$M_2^{(N,M)} = M_2^{(N,M)}\big(\{\mathbf{R}'_j\}_{j=1,N};\{\mathbf{R}''_j\}_{j=1,M}\big) =$$
$$= \sum_{j=1}^{N}M_2(\mathbf{R}'_j) + \sum_{i=1}^{M}M_2^*(\mathbf{R}''_i) +$$
$$+2\Big\{\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=j+1}^{N}M_1(\mathbf{R}'_j)M_1(\mathbf{R}'_i) + \sum_{j=1}^{M}\sum_{i=j+1}^{M}M_1^*(\mathbf{R}''_j)M_1^*(\mathbf{R}''_i) -$$
$$-\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{M}M_1(\mathbf{R}'_j)M_1^*(\mathbf{R}''_j)\Big\}. \qquad (25)$$

«Кумулянты» с чертой $\overline{K_1^{(N,M)}}$ и $\overline{K_2^{(N,M)}}$, которые согласно (24) определяют функции когерентности излучения, формулами вида (15) выражаются через средние значения моментов $\langle M_1^{(N,M)}\rangle$ и $\langle M_2^{(N,M)}\rangle$:

$$\overline{K_1^{(N,M)}}\big(\{\mathbf{R}'_j\}_{j=1,N};\{\mathbf{R}''_j\}_{j=1,M}\big) = \langle M_1^{(N,M)}\rangle = 0,$$

$$\overline{K_2^{(N,M)}}\big(\{\mathbf{R}'_j\}_{j=1,N};\{\mathbf{R}''_j\}_{j=1,M}\big) = \langle M_2^{(N,M)}\rangle - \langle M_1^{(N,M)}\rangle^2 =$$
$$= \langle M_2^{(N,M)}\big(\{\mathbf{R}'_j\}_{j=1,N};\{\mathbf{R}''_j\}_{j=1,M}\big)\rangle. \qquad (26)$$

При записи формул (26) учтено, что $\langle\tilde\varepsilon\rangle = 0,$ в силу чего среднее значение «момента» первого порядка также равно нулю.

Исходя из соотношений (20)–(26), выпишем выражения для среднего значения комплексной амплитуды поля лазерного пучка и для статистических моментов интенсивности:

$$\langle U(\mathbf{R})\rangle = U^{(0)}(\mathbf{R})\exp\Big\{-\frac{1}{2}\overline{K_2^{(1,0)}(\mathbf{R})}\Big\} =$$
$$= U^{(0)}(\mathbf{R})\exp\Big\{i\langle\tilde S(\mathbf{R})\rangle + \langle\tilde\chi(\mathbf{R})\rangle +$$
$$+\frac{1}{2}\Big(\langle\tilde\chi^2(\mathbf{R})\rangle - \langle\tilde S^2(\mathbf{R})\rangle + 2i\langle\tilde S(\mathbf{R})\tilde\chi(\mathbf{R})\rangle\Big)\Big\}; \qquad (27)$$

$$\langle I(\mathbf{R})\rangle = I^{(0)}(\mathbf{R})\exp\Big\{-\frac{1}{2}\overline{K_2^{(1,1)}(\mathbf{R})}\Big\} =$$
$$= I^{(0)}(\mathbf{R})\exp\big\{2\langle\tilde\chi(\mathbf{R})\rangle + 2\langle\tilde\chi^2(\mathbf{R})\rangle\big\}, \qquad (28)$$

$$\langle I^N(\mathbf{R})\rangle = I^{(0)N}(\mathbf{R})\exp\Big\{-\frac{1}{2}\overline{K_2^{(N,N)}(\mathbf{R})}\Big\} =$$
$$= \langle I^N(\mathbf{R})\rangle\exp\Big\{\frac{N(N-1)}{2}\langle\tilde\chi^2(\mathbf{R})\rangle\Big\}. \qquad (29)$$

Из выражения (29) следует, что плотность распределения вероятностей слабых флуктуаций интенсивности излучения подчиняется логнормальному закону. Следует подчеркнуть, что использование «кумулянтного» представления для статистических моментов интенсивности позволило в определенном приближении учесть процессы многократного рассеяния излучения на случайных неоднородностях ε и тем самым провести вычисление $\langle I^N\rangle$ с точностью, достаточной для восстановления правильной функции распределения.

В заключение отметим, в данной статье «кумулянтный» метод изложен на примере решения задачи распространения излучения в регулярно-однородной случайной среде для случая, когда отсутствует отраженная волна. В ряде практически важных задач, таких как локационное распространение лазерного излучения в турбулентной атмосфере, прохождение излучения между зеркалами лазерного резонатора, имеется не только прямая, но и отраженная волна. Решение такого рода задач можно представить в интегральном виде, подобном интегралу Гюйгенса—Кирхгофа (1), с последующим нахождением необходимых характеристик излучения с помощью «кумулянтного» метода.

Исследования выполнены при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и правительства Калужской области (проект № 09-02-97531).

1. *Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 463 с.
2. *Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В.* Современные проблемы атмосферной оптики. Т. 5. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 272 с.
3. *Алмаев Р.Х., Суворов А.А.* Флуктуации фазы волны, отраженной от ОВФ-зеркала, в случайно-неоднородной поглощающей среде // Квант. электрон. 1993. Т. 20. № 9. С. 874–878.
4. *Алмаев Р.Х., Суворов А.А.* Статистика сильных флуктуаций интенсивности излучения в поглощающей турбулентной атмосфере // Изв. РАН. Физ. атмосф. и океана. 2001. Т. 37. № 6. С. 781–788.
5. *Алмаев Р.Х., Суворов А.А.* О насыщении флуктуаций интенсивности излучения в слабопоглощающей турбулентной атмосфере // Изв. РАН. Физ. атмосф. и океана. 2008. Т. 44. № 3. С. 360–370.
6. *Рытов С.М.* Дифракция света на ультразвуковых волнах // Изв. АН СССР. Сер. Физ. 1937. Вып. 2. С. 223–259.
7. *Миронов В.Л.* Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука, 1981. 248 с.
8. *Фейнман Р., Хиббс А.* Квантовая механика и интегралы по траекториям. М.: Мир, 1968. 382 с.
9. *Малахов А.Н.* Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. М.: Радио и связь, 1978. 376 с.
10. *Кравцов Ю.А., Фейзулин З.И.* Некоторые следствия из принципа Гюйгенса–Кирхгофа для плавно-неоднородной среды // Изв. вузов. Сер. Радиофиз. 1967. Т. 10. № 1. С. 886–893.
11. *Кравцов Ю.А., Фейзулин З.И., Виноградов А.Г.* Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. М.: Радио и связь, 1983. 224 с.

R.Kh. Almaev, A.A. Suvorov. **The cumulant method of solving the problems of wave propagation in random media.**

The cumulant method of solving the problems of radiation propagation in randomly inhomogeneous media is described. With the Feynman representation of the Green's function of the quasi-optics parabolic equation, in the framework of the cumulant method, integral expressions for statistical moments of the wave complex amplitude in general form have been obtained. It was shown that the taking into account in cumulant method of some approximation of the processes of multiple scattering of radiation allows us to obtain the expressions for statistical moments of intensity to the accuracy sufficient to restore the lognormal distribution function.