

С.А. Бахрамов, А.К. Касимов, Ш.Д. Пайзиев

Учет влияния «мертвого времени» приемного устройства методом Монте-Карло

НПО «Академприбор» АН РУз, г. Ташкент

Поступила в редакцию 16.05.2000 г.

Приводятся результаты численного эксперимента при исследовании влияния «мертвого времени» счетного устройства на статистику фотоотсчетов лазерного излучения, прошедшего турбулентную атмосферу, при временах отбора, меняющихся в широком диапазоне. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

При регистрации оптических сигналов в режиме счета фотонов приемное устройство обычно состоит из фотоумножителя, дискриминатора, схемы формирования стандартных импульсов. Каждый из указанных элементов обладает конечным быстродействием, в результате чего часть одноэлектронных импульсов не регистрируется, поэтому характеристики фотоэлектронных (первичного потока) и фотоотсчетов (вторичного потока) отличаются друг от друга. Вопросы преобразования статистических характеристик первичного потока счетчиками с различными типами «мертвого времени» (МВ) рассматривались многими авторами. Задача об учете влияния МВ на распределение вероятностей фотоотсчетов (РВФ) оказывается достаточно сложной и решить ее возможно только приближенно и то в нескольких асимптотических случаях.

Подробный анализ влияния эффектов МВ на статистику фотоотсчетов лазерного излучения, прошедшего турбулентную атмосферу и имеющего гауссовское распределение поля, приведено в работах [1–3].

В работе [4] приведены результаты учета влияния МВ на статистику фототсчетов при $T \ll \tau$, где T – время отбора, τ – время корреляции флуктуации интенсивности в атмосфере, и в предположении логнормальности распределения интенсивности. Согласно [4] распределение вероятностей фотоотсчетов с учетом МВ и влияния турбулентной атмосферы P_2 можно получить из распределения фотоотсчетов для амплитудно стабилизированного излучения, учитывающего МВ P_1 путем усреднения по ансамблю флуктуаций интенсивности I

$$P_2(n, N, \varepsilon) = \langle P_1(n, N, \varepsilon) \rangle_I, \quad (1)$$

где n – число отсчетов в выборке; N – среднее число отсчетов; $\varepsilon = \Delta t / T$, Δt – «мертвое время» счетного устройства.

Используя логнормальное распределение интенсивности излучения [5], после усреднения получаем выражение

$$P_2(n; N', \varepsilon) = \begin{cases} [F_n(N'(1 - n\varepsilon); \varepsilon)] - F_{n-1}\{N'[1 - (n-1)\varepsilon]; \varepsilon\}, & n < \frac{1}{\varepsilon}, \\ 1 - F_{n-1}\{N[1 - (n-1)\varepsilon]; \varepsilon\}, & \frac{1}{\varepsilon} \leq n < \frac{1}{\varepsilon} + 1, \\ 0, & n \geq \frac{1}{\varepsilon} + 1, \end{cases} \quad (2)$$

где

$$F_n[N'(1 - n\varepsilon); \varepsilon] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \sum_{k=0}^n \frac{[N'(1 - n\varepsilon)]^k}{k!} \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ ky - N'(1 - n\varepsilon)e^y - \frac{1}{\sqrt{2\sigma^2}} \left(y + \frac{\sigma^2}{2} \right)^2 \right\} dy$$

и $\sigma^2 = \langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2$ – флуктуации логарифма относительной интенсивности $y = \ln(I/I_0)$; I и I_0 – интенсивно-

сти излучения, прошедшего турбулентную атмосферу, и исходного излучения. Рассеянием пренебрегаем.

Экспериментальные результаты, приведенные в работе [4], с достаточной точностью описываются выражением (2) при временах отбора $T \ll \tau$. В то же время при временах отбора, сравнимых со временем корреляции флуктуации интенсивности лазерного излучения в атмосфере, распределения фотоотсчетов и влияние МВ на распределения фотоотсчетов изучены недостаточно. В работе [6] приведены результаты экспериментальных исследований РВФ при временах отбора порядка времени корреляции интенсивности,

проведенных в лабораторных условиях, что позволило обеспечить стационарность и контроль основных параметров трассы в степени, недоступной для натурно-атмосферного эксперимента.

Исследования проводились для различных состояний наведенной турбулентности, которые соответствовали слабой и средней турбулентности в реальной атмосфере. Как показали эксперименты, РВФ негауссова поля при $T \approx \tau$ значительно отличается от известных приближенных распределений. Ввиду непригодности известных распределений для описания экспериментальных РВФ при $T \approx \tau$ было необходимо найти новые распределения, которые могли бы описать экспериментальные результаты. Первым шагом на этом пути было установление зависимости относительной дисперсии фотоотсчетов β_n^2 от времени отбора на основании экспериментальных результатов. Известно, что эта величина в случае логнормального распределения интенсивности, при $T \ll \tau$, связана с дисперсией логарифма относительной интенсивности σ^2 соотношением [7]:

$$\sigma^2 = \ln(1 + \beta_n^2). \quad (3)$$

Как показано ниже, при $T \approx \tau$ соотношение (3) остается в силе, однако в этом случае σ^2 имеет смысл дисперсии логарифма относительной интегральной интенсивности σ_U^2 и β_n^2 зависит от времени экспозиции T . При $T \rightarrow 0$ $\sigma_U^2 \rightarrow \sigma^2$.

Далее для описания экспериментальных РВФ при $T \approx \tau$ можно использовать формулу Мандела [8]:

$$P(n, T) = \int_0^\infty \frac{(\eta U)^n}{n!} \exp(-\eta U) \omega(U) dU, \quad (4)$$

где $U = \int_0^\infty I(t) dt$ – энергия, зарегистрированная на

детекторе за время отбора; ω – плотность вероятности энергии; η – квантовая эффективность фотодетектора.

Для решения уравнения (4) необходимо задать распределение интенсивности. Известно, что при $T \ll \tau$ распределение интенсивности однозначно определяется распределением фотоотсчетов обращением формулы (4) и при временах отбора $T \approx \tau$ распределение фотоотсчетов должно определять распределение интегральной интенсивности. Тогда согласно (4) вероятность того, что за время T не произойдет ни одного отсчета (при заданном среднем числе фотоотсчетов N) будет равна

$$P(0, N) = \int \exp(-Nx) \omega(x) dx, \quad (5)$$

где $\omega(x)$ – распределение вероятностей нормированной энергии, детектируемой на приемнике, $x = U/\langle U \rangle$. Таким образом, величина $P(0, N)$ может рассматриваться как преобразование Лапласа функции $\omega(x)$, и если зависимость $P(0, N)$ известна (например, из эксперимента), то соответствующее $\omega(x)$ можно найти, применяя к функции $P(0, N)$ обратное преобразование Лапласа:

$$\omega(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{b-i\infty}^{b+i\infty} P(0, N) \exp(Nx) dN. \quad (6)$$

Разлагая $\omega(x)$ по функциям Лагерра, после ряда преобразований согласно [8] получим решение обратной задачи в виде

$$\omega(x) = \sum a_n(x) P(n, N), \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} a_n(x) &= 2N(-2)^n \sum_{m=0}^{\infty} \binom{m}{n} l_n(2Nx) = \\ &= 2N(-2)^2 \sum_{k=0}^{\infty} \binom{n+k}{n} l_{n+k}(2Nx) \end{aligned}$$

и $l_n(y)$ – функции Лагерра.

На рис. 1 точками представлены распределения $\omega(x)$, полученные решением обратной задачи. Результаты приведены для одного состояния турбулентности

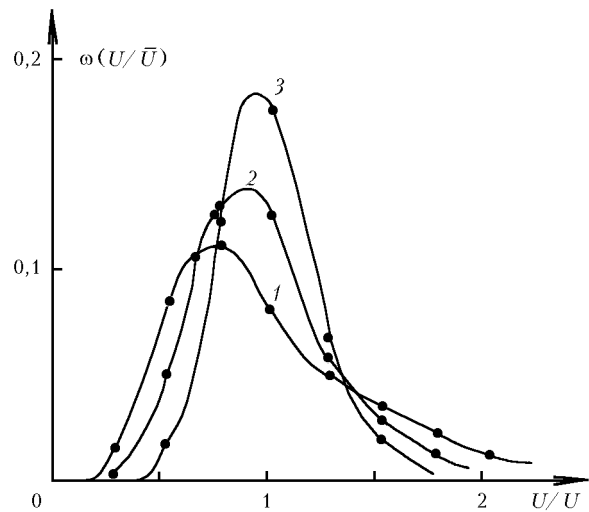


Рис. 1. Распределение интегральной интенсивности $\tau_c = 0,68$ мс. Точки определены из распределения фотоотсчетов путем решения обратной задачи, кривые линии – логнормальное распределение: 1 – $\sigma_U^2 = 0,18$, $T = 0,125$ мс; 2 – $\sigma_U^2 = 0,09$, $T = 0,5$ мс; 3 – $\sigma_U^2 = 0,05$, $T = 4$ мс

при различных временах отбора. Кривые соответствуют логнормальному распределению, для которого параметр σ^2 предполагается зависящим от времени отбора T . В этом случае параметром логнормального распределения служила дисперсия интегральной интенсивности σ_U^2 вместо дисперсии интенсивности σ^2 , используемой ранее. Величину дисперсии интегральной интенсивности можно определить из экспериментальных результатов, а также используя соотношение (3). Как видно из рис. 1, логнормальное распределение с параметром σ_U^2 достаточно точно описывает распределение интегральной интенсивности. Логнормальность распределения интегральной интенсивности является основанием для применения выражения

(3) при $T \approx \tau$, так как соотношение (3) получено именно для логнормального распределения.

Результаты многочисленных экспериментов, часть из которых представлена на рис. 1, позволяют утверждать, что общий характер распределения интегральной интенсивности не зависит от времени отбора. От времени отбора зависит лишь параметр распределения σ_U^2 .

Еще один важный вывод, который можно сделать из приведенных результатов, – это возможность использования распределения Диамента–Тейча для описания РВФ в широком диапазоне времен отбора, включая $T \approx \tau$. Для этого достаточно заменить в указанном распределении дисперсию мгновенной интенсивности на дисперсию интегральной интенсивности.

Однако этот вывод не дает основания использовать выражение (2) для учета влияния МВ на РВФ при $T \approx \tau$, так как при выводе этого выражения были введены приближения, основанные на предположении малости времени отбора по сравнению со временем корреляции интенсивности. В связи с этим нами разработан алгоритм численного моделирования описанного выше эксперимента. При использовании метода Монте-Карло [9] был создан генератор потока фотоотсчетов с заданным распределением. Ниже приводится подробное описание всего алгоритма.

Известно, что плотность вероятности длины пустого интервала в фотоэлектронном потоке определяется [8]:

$$f(T) = \partial P(0, T) / (\partial T).$$

С другой стороны, распределение вероятностей фотоотсчетов для постоянного источника излучения описывается распределением Пуассона, вследствие чего вероятность пустого отсчета есть

$$P(0, T) = \exp(-I_0 t),$$

следовательно, плотность распределения длины пустого интервала

$$f_0(T) = I_0 \exp(-I_0 t).$$

Для определения длины пустого интервала между двумя отсчетами в последовательности случайных фотоэлектронов, подчиненных распределению Пуассона, необходимо решить интегральное уравнение

$$x_0 = \int_0^t f_0(T) dT, \quad (8)$$

где x_0 – случайное число, равномерно распределенное в интервале [0, 1].

Тогда

$$x_0 = \exp(-I_0 t)$$

и, следовательно,

$$t = -\ln x_0 / I_0. \quad (9)$$

Далее, разыгрывая случайное число x_0 , из (9) определяем t_1 – момент поступления первого отсчета в течение выборки длительностью T . Если $t_1 > T$, то выборка была пустой и число отсчетов в нулевом канале гистограммы увеличивается на 1. Если же $t_1 < T$,

то содержимое счетчика отсчетов увеличивается на 1 и разыгрывается новое случайное число x_0 , определяется t_2 и производится проверка условий $t_1 + t_2 > T$. Если условие выполнено, то в первый канал гистограммы прибавляется 1. В противном случае содержимое счетчика отсчетов увеличивается на 1, разыгрывается следующее случайное число и определяется t_3 , и так до тех пор, пока не будет выполнено условие

$$t_1 + t_2 + \dots + t_{n+1} > T. \quad (10)$$

В результате получим выборку с n отсчетами и, следовательно, увеличим содержимое n -го канала гистограммы на 1. Для определения числа отсчетов в следующих выборках весь процесс повторяем сначала. Повторив этот процесс $N_{\text{общ}}$ раз, получим гистограмму распределения фотоотсчетов. Далее по полученной гистограмме вычисляются вероятности отсчетов, среднее и другие параметры распределения.

Для учета влияния МВ счетчика в этом алгоритме достаточно ввести после каждого отсчета время пропуска Δt , с учетом характера и продолжительности МВ счетного устройства. Для «мертвого времени» непродлевающегося типа алгоритм реализуется особенно просто. Так, например, если $t_i < \Delta t$, то при условии (10) i -й отсчет не регистрируется (не будет прибавлена единица в счетчик отсчетов), а суммирование t будет продолжено с учетом t_i , и в результате получим гистограмму, искаженную «мертвым временем».

В случае флуктуирующей интенсивности $I \neq I_0 = \text{const}$ процесс моделирования несколько усложняется, так как нужно дополнительно моделировать случайное I с заданным распределением и корреляцией флуктуации интенсивности. При отсутствии корреляции можно ограничиться решением уравнения

$$x_0 = \int_0^I \omega(I) dI,$$

где $\omega(I)$ есть распределение интенсивности. В случае логнормального распределения интенсивности имеем

$$x_0 = \int_0^{\ln I} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp[-(\ln I' - \langle \ln I \rangle)^2 / 2\sigma^2] d\ln I'. \quad (11)$$

Для учета влияния временной корреляции кроме плотности вероятностей необходимо также задавать корреляционную функцию.

Простейшее решение такой задачи состоит в приведении негауссова процесса к гауссовому процессу посредством безынерционного нелинейного преобразования [10]. В случае логнормального распределения это преобразование имеет вид

$$I_i = I_0 \exp(\sigma x_i - \sigma^2 / 2), \quad (12)$$

где x_i – нормально распределенная случайная величина с дисперсией, равной 1, и корреляционной функцией $\rho(t)$. В данной работе для описания экспериментальной корреляционной функции флуктуации интенсивности использовано эмпирическое выражение

$$r(t) = 1/(1 + at), \quad (13)$$

где параметр a подбирался на основании эксперимента.

При этом соответствующее выражение для $\rho(t)$ (см. [10, с. 184]) имеет вид

$$\rho(t) = \ln[r(t)(\exp(\sigma^2 - 1) + 1)]/\sigma^2, \quad (14)$$

а значения x_i можно получить по рекуррентной формуле (см. [10, с. 188])

$$x_i = \rho(t_i - t_{i-1})x_{i-1} + \sqrt{1 - \rho^2(t_i - t_{i-1})}z_i, \quad (15)$$

где z_i – независимая нормально распределенная случайная величина; $x_1 = z_1$, а $t_i - t_{i-1}$ – временной интервал, в течение которого интенсивность считается постоянной (время выборки T разбивалась на n интервалов длительностью $\Delta T = t_i - t_{i-1}$ и для упрощения расчетов $\Delta T = \text{const} \leq \tau$).

Для генерации потока с заданным распределением и корреляционной функцией разыгрывается независимая нормально распределенная случайная величина z_i , и с помощью выражения (15) она преобразуется в нормально распределенную случайную величину x_i с заданной корреляционной функцией (14). Подставляя x_i в (12), получаем логнормально распределенное значение интенсивности с корреляционной функцией (13). Далее, используя выражение (9) с заменой $I_0 \rightarrow I_i$ и алгоритм, описанный выше, разыгрывается пустой интервал t и т.д.

С помощью описанного алгоритма нами были проведены численные эксперименты по определению степени влияния эффектов МВ на статистику фотоотсчетов и, в частности, на центральные моменты до четвертого порядка включительно. На рис. 2 представлены результаты экспериментов для одного состояния

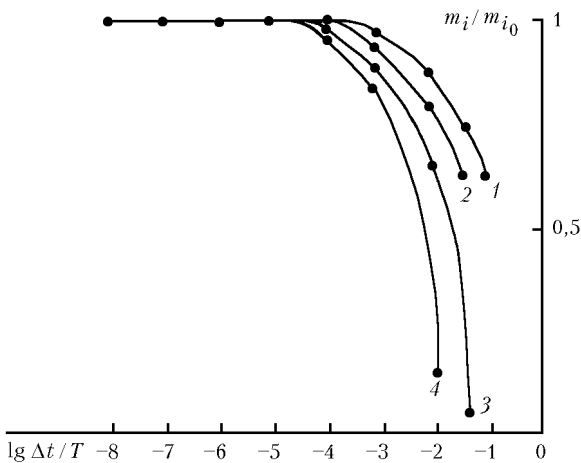


Рис. 2. Зависимость нормированных центральных моментов от соотношения $\Delta t/T$: 1 – среднее; 2 – дисперсия; 3 – коэффициент асимметрии; 4 – коэффициент эксцесса

S.A. Bakhramov, A.K. Kasimov, Sh.D. Payziyev. A accounting for the influence of «dead time» of a receiver by the Monte Karlo method.

The outcomes of numerical experiment on research of influence of «dead time» of an accounting system on statistics of photoreadout of laser radiation, passed through the turbulent atmosphere, at the times of sampling varying in a broad range are presented. The results of numerical experiments are confirmed experimentally.

турбулентности ($\sigma_U^2 = 0,678$) при различных значениях соотношения $\Delta t/T$. Здесь m_i – нормированный момент i -го порядка, а m_{i0} – нормированный момент i -го порядка распределения, неискаженного влиянием МВ. Как видно из представленных графиков, влияние МВ на моменты распределения до значений $\Delta t/T < 10^{-5}$ пренебрежимо мало. Начиная со значений $\Delta t/T \approx 10^{-5}$, постепенно увеличивается влияние эффекта МВ и при значении $\Delta t/T \approx 10^{-4}$ искажение момента четвертого порядка составляет 4–8%. Более низкие моменты, как и следовало ожидать, испытывают меньшие искажения, хотя при значениях $\Delta t/T \approx 10^{-3}$ искажение момента первого порядка, т.е. среднего, составляет 5–7%. При еще большем увеличении соотношения $\Delta t/T$ происходит быстрое увеличение влияния эффектов «мертвого времени» и результаты экспериментов сильно искажаются.

Таким образом, исследования показали, что использованный нами подход позволяет оценить влияние «мертвого времени» на статистику фотоотсчетов и ввести соответствующие поправки за счет МВ.

Полученные результаты будут полезны в интерпретации результатов исследований, проводимых в реальной атмосфере с применением фотоприемников, работающих в режиме счета фотонов.

1. Глазов Г.Н. Статистические вопросы лидарного зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1987. 312 с.
2. Астафуров В.Г., Глазов Г.Н. О статистике фотоотсчетов в условиях непуассоновского потока фотоэлектронов // Оптика и спектроскопия. 1987. Т. 62. Вып. 2. С. 296–301.
3. Астафуров В.Г., Глазов Г.Н. Сравнение точности измерения интенсивности света методами расчета одноэлектронных импульсов и накопления зарядов // Радиотехн. и электрон. 1985. Т. 30. Вып. 1. С. 148–155.
4. Расулов И.К., Узиков А.А., Касимов А.К., Маматкулов М.Н. Учет «мертвого времени» счетчика при фотоотсчетных экспериментах с лазерным лучом, прошедшим турбулентную атмосферу // Оптика атмосф. 1989. Т. 2. № 3. С. 283–287.
5. Diamant P., Teich M.C. Photodetection of low-level radiation through the turbulent atmosphere // J. Opt. Soc. Amer. 1970. V. 60. N 11. P. 1489–1494.
6. Бахрамов С.А., Касимов А.К., Пайзиев Ш.Д. Статистические характеристики лазерного излучения, прошедшего турбулентную среду при временах отбора порядка корреляции интенсивности // Оптика атмосф. и океана. 1997. Т. 10. N 8. С. 905–910.
7. Мирзаев А.Т., Маматкулов М.Н., Расулов И.К. Статистика фотоотсчетов лазерного излучения, прошедшего через турбулентную атмосферу // Квант. электрон. Т. 13. N 10. С. 2123–2125.
8. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981. 640 с.
9. Соболев И.М. Метод Монте-Карло. М.: Наука, 1985. 79 с.
10. Полляк Ю.Г. Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. М., 1971. 399 с.