

Б.В. Горячев, М.В. Кабанов, С.Б. Могильницкий, Б.А. Савельев

К РАСЧЕТУ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕННО ОГРАНИЧЕННОЙ РАССЕЙВАЮЩЕЙ СРЕДЕ

Представлен алгоритм расчета потоков излучения, распространяющегося в рассеивающей среде. Проведено сравнение с данными, полученными методом Монте-Карло.

Основными методами расчета потоков радиации в пространственно ограниченных средах являются численные, требующие наличия вычислительных машин и достаточного количества машинного времени [1]. В то же время для решения ряда прикладных задач существует необходимость в разработке оперативных аналитических методов. К настоящему времени разработано несколько таких методов, например, ГА-метод [2], метод многократных отражений (ММО) [3, 4], модифицированный метод δ -Эддингтона [5]. Поскольку интерес к данной проблеме достаточно высок, то считаем необходимым представить алгоритм одного из указанных выше методов, а именно ММО, а также некоторые результаты, полученные этим методом.

Точность расчета характеристик переноса излучения зависит от ряда существенных моментов, одним из которых является аппроксимация реальной индикатрисы рассеяния [1]. При разработке аналитических методов одним из наиболее распространенных способов аппроксимации является параметризация объемной индикатрисы рассеяния в виде интегральных параметров. Выбор конкретного представления индикатрисы значительно сказывается на точности расчета. В качестве примера можно указать работу [6].

Изложим решение задачи переноса излучения для пространственно ограниченной дисперсной среды. Подробное описание общей методологии приведено в [4]. Рассмотрим модель рассеивающей среды в виде прямоугольного параллелепипеда, причем Декартову систему координат выберем таким образом, чтобы ее начало совпадало с одной из вершин параллелепипеда, а оси направлены вдоль ребер. Определим оптические размеры объема как $\tau_{x_0}, \tau_{y_0}, \tau_{z_0}$. Индикатриса рассеяния излучения $\chi(\Theta)$ задается в виде шести интегральных параметров с условием нормировки

$$\eta + \beta + \sum_{i=1}^4 \mu_i = 1, \quad (1)$$

где η, β, μ характеризуют рассеяние в направлениях $\pm x, \pm y, \pm z$; θ — угол рассеяния. Способ определения интегральных параметров приведен в [3, 4]. В случае осесимметричной индикатрисы рассеяния данное представление аналогично приведенному в [7]. Поглощение учитывается вероятностью выживания кванта Λ .

Пусть параллельный поток монохроматического излучения интенсивностью $I_0 = 1$ падает на одну из граней объема в направлении $+x$. В этом случае, согласно [4], потоки $I_1(\bar{\tau}, \Lambda, \Theta)$, $I_2(\bar{\tau}, \Lambda, \Theta)$, $I_3(\bar{\tau}, \Lambda, \Theta)$, выходящие из ограниченной среды по осям $\pm x, \pm y, \pm z$, и поглощенный $I_\Lambda(\bar{\tau}, \Lambda, \Theta)$ описываются выражениями:

$$I_1(\bar{\tau}, \Lambda, \Theta) = \frac{[1 - R^2(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta)] \exp[-K(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta)\tau_{x_0}]}{1 - R^2(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta) \exp[-2K(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta)\tau_{x_0}]},$$

$$I_2(\bar{\tau}, \Lambda, \Theta) = \frac{\{1 - \exp[-2K(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta)\tau_{x_0}]\} R(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta)}{1 - R^2(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta) \exp[-2K(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta)\tau_{x_0}]}, \quad (2)$$

$$I_3(\bar{\tau}, \Lambda, \Theta) = I_3(\bar{\tau}, \Lambda, \Theta) + I_\Lambda(\bar{\tau}, \Lambda, \Theta) =$$

$$= \frac{[1 - R(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta)] \{1 - \exp[-K(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta)\tau_{x_0}]\}}{1 + R(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta) \exp[-K(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta)\tau_{x_0}]},$$

где переменные коэффициенты $K(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta)$ и $R(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta)$ имеют следующий вид:

$$K(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta) = \sqrt{P(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta) [1 - \Lambda(\eta - \beta)]};$$

$$R(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta) = \frac{K(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta) - P(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta)}{K(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta) + P(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta)}, \quad (3)$$

а функция $P(\tau_y, \tau_z, \Lambda, \Theta)$ определяет рассеяние по оси x .

Рассмотрим подробнее алгоритм решения задачи переноса излучения. Следует подчеркнуть, что данный аналитический метод позволяет получить решение для любой конфигурации среды и анизотропной по всем направлениям индикатрисы рассеяния. Для сокращения изложения представляется целесообразным ввести упрощения, обычно используемые в теории рассеяния, а именно: $\tau_{y_0} = \tau_0 = \tau_c$ и осесимметричная индикатриса рассеяния $\mu_i = \mu$, $i = 1, 2, 3, 4$. Тогда функция $P(\tau_c, \Lambda, \Theta)$ определяется по формуле

$$P(\tau_c, \Lambda, \Theta) = P_0(\Lambda, \Theta) - 4\mu [2\mu\Lambda + P_0(\Lambda, \Theta) - P_1(\tau_c, \Lambda, \Theta)] F_1(\tau_c, \Lambda, \Theta) / P_1(\tau_c, \Lambda, \Theta), \quad (4)$$

где

$$P_0(\Lambda, \Theta) = 1 - \Lambda(\eta + \beta); \quad (5)$$

$$P_1(\tau_c, \Lambda, \Theta) = P_0(\Lambda, \Theta) - 4\mu^2 \Lambda F_0(\tau_c, \Lambda, \Theta) / P_0(\Lambda, \Theta); \quad (6)$$

$$F_0(\tau_c, \Lambda, \Theta) = 1 - \frac{[R_0(\Lambda, \Theta) + 1] \{1 - \exp[-K(\Lambda, \Theta)\tau_c]\}}{K_0(\Lambda, \Theta)\tau_c \{1 + R_0(\Lambda, \Theta) \exp[-K_0(\Lambda, \Theta)\tau_c]\}}. \quad (7)$$

Коэффициенты $K_0(\Lambda, \Theta)$ и $R_0(\Lambda, \Theta)$ вычисляются по формулам (3) с заменой $P(\tau_c, \Lambda, \Theta)$ на $P_0(\Lambda, \Theta)$. Функция $F_1(\tau_c, \Lambda, \Theta)$ рассчитывается аналогично (7) с заменой $K_0(\Lambda, \Theta)$ и $R_0(\Lambda, \Theta)$ на $K_1(\tau_c, \Lambda, \Theta)$, $R_1(\tau_c, \Lambda, \Theta)$. Вычисления $K_1(\tau_c, \Lambda, \Theta)$ и $R_1(\tau_c, \Lambda, \Theta)$ производятся по (3) с использованием $P_1(\tau_c, \Lambda, \Theta)$ вместо $P(\tau_c, \Lambda, \Theta)$. Значение поглощенной энергии определяется по формуле

$$I_\Lambda(\bar{\tau}, \Lambda, \Theta) = I_3(\bar{\tau}, \Lambda, \Theta) (1 - \Lambda) \{ \eta + \beta + 4\mu \times \\ \times [1 - 2\mu + 2\mu F_0(\tau_c, \Lambda, \Theta) / P_0(\Lambda, \Theta)] F_1(\tau_c, \Lambda, \Theta) \} / P(\tau_c, \Lambda, \Theta). \quad (8)$$

Данный алгоритм позволяет достаточно точно определять потоки излучения, распространяющегося в пространственно ограниченном рассеивающем объеме. Результаты расчета потоков излучения для консервативной среды, имеющей форму куба, с облачной индикатрисой рассеяния $S1$ [8] приведены на рис. 1 (в этом случае $\eta = 0,8475$, $\beta = 0,0115$, $\mu = 0,03525$). На этом же рисунке представлены данные, полученные методом Монте-Карло для тех же условий [2]. Выбор такой модели рассеивающей среды позволяет отразить на одном графике зависимости величин потоков излучения от оптической толщи в широком диапазоне как продольных, так и поперечных оптических размеров среды. Сравнение результатов показывает, что с ростом τ точность расчетов возрастает.

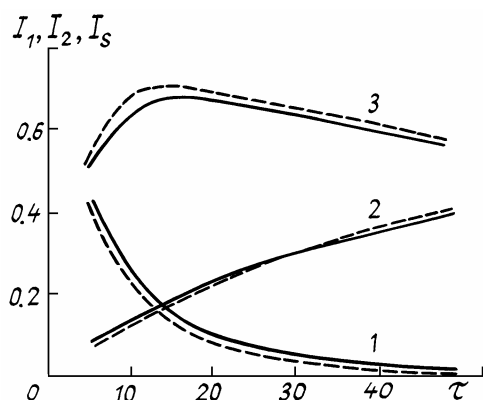


Рис. 1. Зависимость величин прошедшего, отраженного и вышедшего через боковые грани потоков излучения от оптических размеров среды: кривая 1 — $I_1(\bar{\tau}, \Lambda, \Theta)$, 2 — $I_2(\bar{\tau}, \Lambda, \Theta)$, 3 — $I_s(\bar{\tau}, \Lambda, \Theta)$. Сплошные линии — расчет по (2); штриховые — расчет методом Монте-Карло

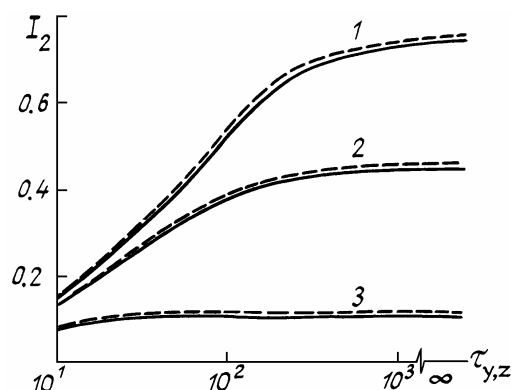


Рис. 2. Зависимость величины отраженного потока излучения от оптических размеров среды: кривая 1 — $\Lambda = 0,999$; 2 — $\Lambda = 0,99$; 3 — $\Lambda = 0,9$; $\tau_{y_0} = 200$.

Сплошные линии — расчет по (2); штриховые — расчет методом Монте-Карло

Результаты использования метода для случая среды с поглощением приведены на рис. 2, на котором изображена зависимость $I_2(\tau, \Lambda, \Theta)$ от оптических размеров при различных значениях вероятности выживания кванта Λ . Хорошее согласие с точными данными [2] позволяет сделать вывод о том, что учет поглощения в рассматриваемом аналитическом методе проведен достаточно корректно.

Следует добавить, что проведение корректного сравнения вычислений различными методами величины потоков излучения, прошедших пространственно ограниченную рассеивающую среду, не всегда возможно, так как результаты существенно зависят от конфигурации среды.

1. Ленобль Ж. Перенос радиации в рассеивающих и поглощающих атмосферах. Л.: Гидрометеониздат, 1990. 264 с.
2. Davies R. // J. Atmos. Sci. 1978. V. 35. P. 1712–1725.
3. Савельев Б.А., Могильницкий С.Б. // Изв. вузов. Физика. 1982. № 8. С. 82–85.
4. Горячев Б.В., Кабанов М.В., Савельев Б.А. // Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 2. С. 142–150.
5. Joseph J.H., Wiscombe W.J. // J. Atmos. Sci. 1976. V. 33. P. 2452–2459.
6. Meador W.E., Weaver W.R. // J. Atmos. Sci. 1980. V. 37. P. 630–643.
7. Chu C.M., Churchill S.W. // J. Phys. Chem. 1955. V. 59. P. 855–863.
8. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. М.: Мир, 1971. 168 с.

Сибирский физико-технический институт им. В.Д. Кузнецова
Томский политехнический институт им. С.М. Кирова

Поступила в редакцию
4 мая 1991 г.

B.V. Goryachev, M.V. Kabanov, S.B. Mogil'nitskii, B.A. Savelyev. Calculation of the Radiation Transfer in the Spatially Limited Scattering Medium.

Procedure of calculation of radiative fluxes in the scattering medium has been suggested in the paper. The results of the comparison with numerical method are presented.