

УДК 535.24; 535.6

# Атмосферная сингулярная оптика: от дислокаций волнового фронта до синтеза вихревых лазерных пучков

В.П. Аксенов<sup>1</sup>, В.В. Дудоров<sup>1</sup>, В.В. Колосов<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

<sup>2</sup>Томский научный центр СО РАН  
634021, г. Томск, пр. Академический, 10/4

Поступила в редакцию 17.06.2019 г.

Выполнен обзор исследований по сингулярной оптике скалярных волновых полей, проводимых в мире и ИОА СО РАН. Обобщены результаты изучения процессов рождения и аннигиляции фазовых сингулярностей. Проанализированы методы реконструкции сингулярной фазы и их применимость к задачам адаптивной фокусировки излучения в случайно-неоднородных средах. Приведены результаты анализа энергетических, статистических и топологических свойств вихревых оптических пучков, распространяющихся в турбулентной атмосфере. Продемонстрированы результаты синтеза вихревых пучков с оперативным управлением орбитальным угловым моментом на основе разрабатываемого в ИОА СО РАН матричного подхода.

**Ключевые слова:** вихревой пучок, турбулентная атмосфера, флуктуации интенсивности, функция распределения вероятностей; vortex beam, turbulent atmosphere, intensity fluctuations, probability density functions.

## Введение

Сингулярная оптика скалярных волновых полей – это ветвь современной физической оптики, изучающая широкий класс явлений, связанных с фазовыми сингулярностями и топологией волновых полей. Начало изучения сингулярностей оптических волновых полей следует отнести к работам G. Airy и W. Hamilton, выявившим закономерности в появлении каустики и поляризационных световых сингулярностей в 1930-х гг. [1]. Основополагающий вклад в формирование современных представлений о световых сингулярностях внесли M.V. Berry и J.F. Nye [2], которые в числе прочего предложили концепцию дислокаций волнового фронта, исходя из подобия структуры волнового фронта в окрестности фазовых сингулярностей дефектам кристаллической решетки в твердом теле.

Важный шаг в понимании световых сингулярностей был сделан с осознанием того факта, что в световых полях могут создаваться оптические вихри. Сам термин «оптический вихрь», появившийся в 1989 г. [3], обозначает геликоидальную структуру волнового фронта с нулевой амплитудой в точке фазовой дислокации (сингулярности) и не равной нулю циркуляцией от градиента фазы вокруг этой точки. Значительную роль в прояснении картины возникновения сингулярностей сыграли исследования

Н.Н. Розанова [4] и П.В. Короленко [5]. Сингулярная оптика как научное направление сформировалась в результате интенсивных исследований российских и зарубежных научных групп и продолжает развиваться в настоящее время. Научным сообществом исследовались фундаментальные свойства вихревых пучков, их трансформация в процессе распространения в оптических системах (М.С. Соскин [6], М.В. Васнецов [7], О.В. Ангельский [8], А.В. Воляев [9], Е.Г. Абрамочкин и В.Г. Волостников [10], А.Я. Бекшаев [11], M.J. Padgett [12], N.R. Heckenberg [13], природных и искусственных, регулярных (L. Torner [14], Yu.S. Kivshar [15]) и случайных средах (В.П. Лукин и Б.В. Фортес [16], В.А. Тартаковский [17], Т.И. Арсеньян [18], I. Freund [19], G.A. Swartzlander [20]). Статистика дислокаций волнового фронта в стекл-полях, препятствовавших использованию адаптивной оптики в турбулентной атмосфере, исследовалась научной группой под руководством Б.Я. Зельдовича [21]. Разные аспекты проявления дислокаций в акустических полях изучал Ю.А. Кравцов [22].

В 1992 г. L. Allen, M.W. Beijersbergen, R.J.C. Spreeuw, J.P. Woerdman [23] показали, что вихревой лазерный пучок обладает квантованным орбитальным угловым моментом (ОУМ), который не зависит от спинового орбитального момента пучка (поляризации). Начали развиваться исследования по передаче ОУМ поглощающим частицам, его трансформации в оптических системах и т.п. В 2004 г. экспериментаторы из университетов Глазго и Стратклайд (Шотландия) и НАНУ (Киев) [24] предложили

\* Валерий Петрович Аксенов (avr@iao.ru); Вадим Витальевич Дудоров (dvv@iao.ru); Валерий Викторович Колосов (kvv@iao.ru).

использовать ОУМ вихревых пучков для кодирования информации в атмосферно-оптических каналах связи.

В настоящее время вихревые пучки, обладающие ОУМ, используются не только в оптике, лазерной физике и фотонике, но и в радиофизике, физике плазмы, информатике и криптографии, зондировании атмосферы, а также при создании средств манипуляции микрообъектами. Разрабатываются способы генерации таких пучков и измерений их параметров, анализируется их модовый состав. По многочисленным фундаментальным и прикладным аспектам сингулярной оптики уже опубликовано и продолжает появляться множество литературных обзоров и монографий [25–28].

Проблема фазовых сингулярностей (дислокаций волнового фронта) в лазерных пучках в Институте оптики атмосферы СО РАН решается с 1995 г. Первоначально она рассматривалась только в связи с задачами адаптивной оптики. Обзор соответствующих публикаций сотрудников ИОА СО РАН по этой проблеме до 1999 г. включительно содержится в [29]. На сегодняшний день несколько лабораторий Института ведут исследования в области атмосферной сингулярной оптики. Эти исследования связаны со структурой волнового фронта оптических полей в атмосфере, статистическими характеристиками лазерных пучков, обладающих ОУМ, при распространении в турбулентной атмосфере, включая пространственную когерентность, случайные блуждания, флуктуации интенсивности таких пучков и законы распределения вероятностей флуктуаций интенсивности. Изучаются статистические закономерности флуктуаций ОУМ вихревых пучков в турбулентной среде. Целое направление исследований связано с синтезом пучков с ОУМ на основе волоконных лазеров.

## Структура волнового фронта в оптических спекл-полях

Закономерности формирования пространственной структуры сингулярного волнового поля изучались в [30–32]. Эти исследования потребовали применения новых теоретических подходов [33–35], основанных на свойствах векторного поля градиента фазы. Так, признаком винтовой дислокации является существование ненулевой циркуляции для сингулярной фазовой функции  $S(\rho, z)$

$$\int_{\Gamma} \nabla_{\perp} S d\mathbf{r} = 2\pi m, \quad (1)$$

где  $d\mathbf{r}$  – элемент контура  $\Gamma$ ;  $m$  – топологический заряд (положительное или отрицательное целое). Теорема Стокса для двумерного векторного поля позволяет переписать формулу (1) в виде

$$\iint_D V(\rho, z) d\rho = 2\pi m, \quad (2)$$

где  $V$  – плотность фазовых вихрей поля  $\nabla_{\perp} S$ , скалярная функция, определяемая условием  $\mathbf{n}V(\rho, z) =$

$= \text{rot}[\nabla_{\perp} S(\rho, z)]$ ;  $D$  – область, ограниченная контуром  $\Gamma$ ;  $\mathbf{n}$  – единичный вектор, перпендикулярный к плоскости  $\{x, y\}$ . Было предложено интерпретировать соотношение (2) как результат существования точечного вихря конечной интенсивности  $2\pi m$  в точке дислокации  $\{x_d, y_d\}$ :

$$V(\rho, z) = 2\pi m \delta(x - x_d, y - y_d), \quad (3)$$

а вектор градиента фазы представить в виде суммы

$$\nabla_{\perp} S(\rho, z) = \nabla_{\perp} S_e(\rho, z) + \nabla_{\perp} S_s(\rho, z) \quad (4)$$

дивергентной  $\nabla_{\perp} S_e(\rho, z)$  и вихревой  $\nabla_{\perp} S_s(\rho, z)$  компонент соответственно, удовлетворяющих условиям

$$\text{rot}\{\nabla_{\perp} S_e(\rho, z)\} = 0, \quad (5)$$

$$\text{div}\{\nabla_{\perp} S_s(\rho, z)\} = 0. \quad (6)$$

Операция  $\text{div}\{\nabla_{\perp} S_e(\rho, z)\} = Q(\rho, z)$  позволяет определить плотность фазовых источников  $Q(\rho, z)$ . Таким образом, при дальнейшем теоретическом анализе можно оперировать функциями  $V(\rho, z)$  и  $Q(\rho, z)$ .

Были выявлены признаки качественных изменений структуры оптического пучка, проявляющихся еще до возникновения дислокаций. Установлено, что в поперечном распределении фазы такого поля после аннигиляции оптических вихрей остаются характерные метки, представляющие собой ограниченные области с величинами полной фазы, существенно превышающими значения фазы в соседних областях.

В [36, 37] рассмотрено влияние частичной когерентности поля на распределения энергии и локального волнового вектора. Показано, что вихревое течение энергии, присущее когерентному пучку, проявляется и в средних характеристиках частично когерентного пучка. В частности, поле направлений среднего вектора Пойнтинга представляется в виде суммы вихревой (соленоидальной) и потенциальной компонент. Определяющую роль в циркулярном движении энергии играет ротор поля направлений среднего вектора Пойнтинга. Ход линий тока средней энергии, изображенных на рис. 1, позволяет провести аналогию между эволюцией оптического вихря, носителем которого является лазерный пучок Лагерра–Гаусса, и распадом вихревого течения жидкости. Видно, что уменьшение радиуса пространственной когерентности  $a_c$  приводит к затуханию вихревого движения.

Установлено, что вихревая компонента поля направлений среднего вектора Пойнтинга удовлетворяет одной из моделей вихревого движения жидкости, называемой «вихрь Скалли».

## Адаптивная коррекция дислокаций волнового фронта лазерного пучка

Создание систем транспортировки световой энергии в условиях адаптивного управления и оптимизации параметров пучка стимулировало разработку методов коррекции фазы оптического излучения.

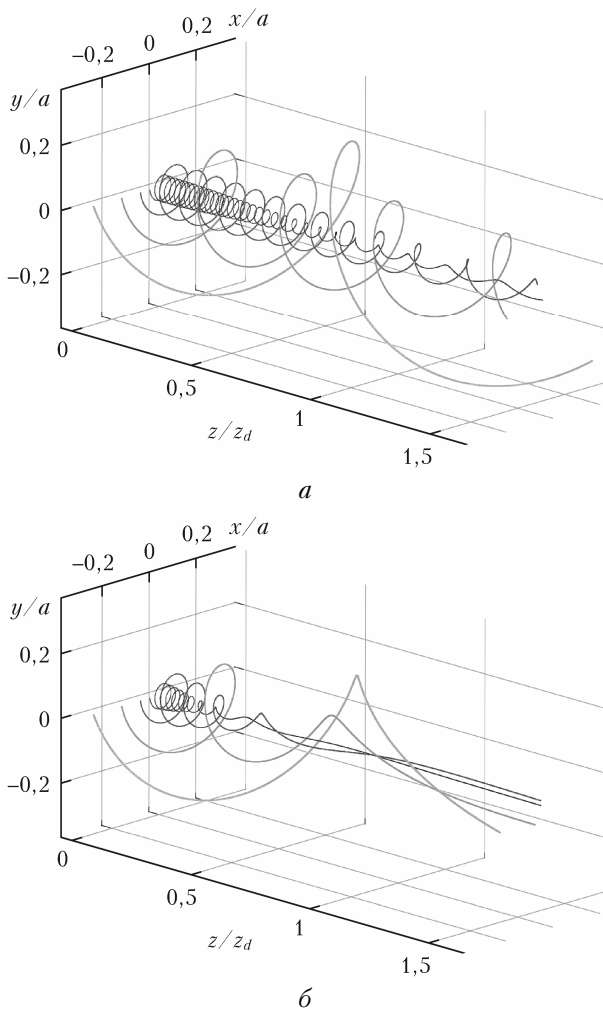


Рис. 1. Линии среднего тока энергии  $LG_{01}$  пучка при  $a = 0,05$  м,  $\lambda = 1,69$  мкм,  $a_c = 0,247$  (а) и  $0,071$  м (б);  $z_d = ka^2$ ,  $k$  – волновое число

Эффективной работе систем компенсации атмосферных искажений препятствуют винтовые дислокации, и традиционные корректоры не в состоянии восстанавливать сингулярное распределение фазы спекл-поля [16, 38–40].

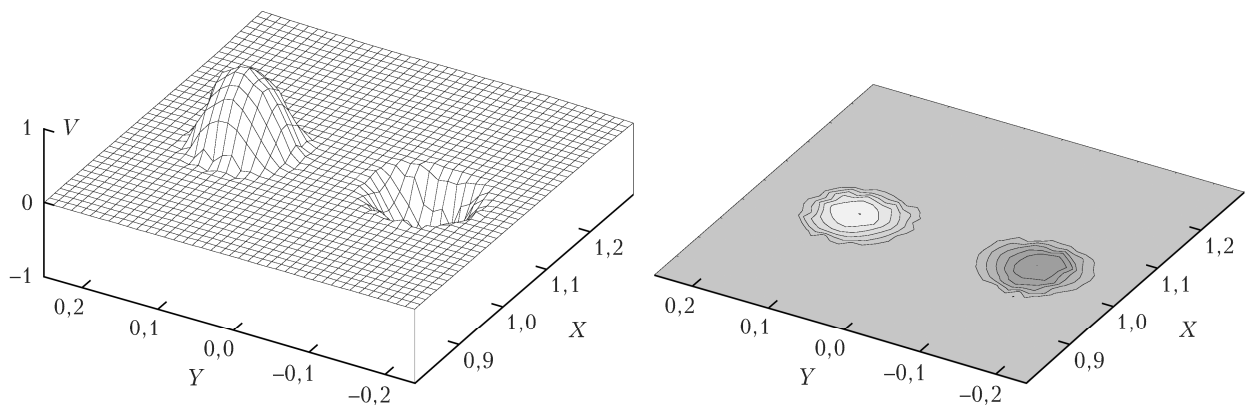


Рис. 2. Усредненная (регуляризованная) функция плотности фазовых вихрей  $V$

Заложенные в [35] идеи получили развитие и стали основой предложенного нами аналитического подхода [41] к проблеме восстановления фазовых характеристик вихревого оптического поля по значениям частных производных фазы. Применение методов теории функций комплексного переменного и интегральной формулы Помпею с учетом дифференциальных свойств (1)–(6) векторного поля градиента фазы  $\nabla_{\perp} S(\rho, z)$  и введением  $Q(\rho, z)$  и  $V(\rho, z)$  позволило осуществить однозначное представление градиента, задавая значения наклонов волнового фронта  $\mu = \partial S / \partial x$  и  $\nu = \partial S / \partial y$  в пределах приемной апертуры  $D$  и на ее границе  $\partial D$ . На рис. 2 изображена усредненная (путем операции свертки с функцией типа «шапочка») плотность фазовых вихрей. В качестве волнового поля с фазовыми сингулярностями выбрана модель вихревого диполя из [41]. Видно, как центры оптических вихрей с противоположными топологическими зарядами визуализировались в виде холмика и ямки.

В экспериментальных работах [42, 43] была продемонстрирована возможность устранения фазовой сингулярности, обусловленной оптическим вихрем, в адаптивной системе с замкнутым контуром, включающим биморфное деформируемое зеркало, которое выполнено на основе пьезокерамики. В качестве алгоритма реконструкции сингулярной фазы в этой системе использовался алгоритм [44].

Проблема восстановления сингулярной фазы требует определения координат центра оптического вихря в сечении светового пучка и топологического заряда вихря. Эта задача, как правило, решается с помощью датчика волнового фронта Шэка–Гартмана по значениям рассчитанных величин циркуляций градиента фазы [45] либо интерферометрическими методами на основе определения точек ветвления интерференционных полос [6, 7]. Нами предложен новый принцип определения топологического заряда оптического вихря на основе модифицированного интерферометра Рождественского, в одно из плеч которого включены устройство поворота светового пучка вокруг продольной оси на угол  $\Delta$  и устройство постоянного сдвига фазы  $\phi$  [46]. Этот принцип апробирован в условиях имитации атмосферной турбулентности [47].

## Распространение вихревых лазерных пучков в турбулентной атмосфере

Рассматривается влияние особенностей структуры вихревых пучков на их распространение в турбулентной атмосфере. В наших работах [48, 49] было отмечено, что в режимах слабой и умеренной турбулентности случайные смещения центра тяжести вихревого лазерного пучка оказываются тем меньше, чем больше топологический заряд включенного в пучок оптического вихря. Этот результат получил название «эффект гироскопа».

Исследования [50, 51] показали, что лазерный пучок с начальным распределением интенсивности, совпадающим с распределением интенсивности пучка Лагерра–Гаусса, но не обладающий вихревым распределением фазы, менее устойчив к воздействию атмосферной турбулентности, чем пучок Лагерра–Гаусса. Установлено, что из разных типов вихревых лазерных пучков — лаггер-гауссова, модифицированного бессель-гауссова и гипергеометрического гауссова — с одинаковыми начальными эффективными размерами и ОУМ самым устойчивым является лаггер-гауссов пучок, занимающий в пространстве наибольший эффективный объем.

Флуктуации интенсивности гауссовых лазерных пучков в турбулентной атмосфере уже достаточно хорошо изучены. В наших работах [52–58] выполнен численный и аналитический анализ индексов мерцаний вихревых пучков. Кроме того, с помощью численного эксперимента исследовались законы распределения флуктуаций интенсивности лазерных пучков, распространяющихся в атмосфере. Выполнено сравнение функций плотности вероятностей интенсивности фундаментального гауссова и обладающего ОУМ вихревого пучков в зависимости от положения точек наблюдения в поперечной плоскости. Предложена аналитическая модель плотности распределения вероятностей флуктуаций интенсивности для режимов сильных флуктуаций интенсивности (индекс мерцания  $> 1$ ). Показано, что для слабых флуктуаций интенсивности (индекс мерцания  $< 1$ ) флуктуации интенсивности имеют логнормальное распределение. Установлено, что в области слабой турбулентности (параметр Рытова  $< 1$ ) на оси распространения вихревых пучков с топологическим зарядом, равным единице, распределение вероятности интенсивности хорошо аппроксимируется экспоненциальным распределением, характерным для условий насыщенных флуктуаций (параметр Рытова  $\gg 1$ ).

В [54] исследованы распределения плотности вероятности флуктуаций интенсивности и действительной и мнимой частей амплитуды комплексного поля лазерного пучка Лагерра–Гаусса, распространяющегося в турбулентной атмосфере, при условии, что индекс мерцаний пучка  $> 1$ . Расчеты выполнялись посредством численного моделирования и с применением аналитического подхода, основанного на разложении плотности распределения вероятностей волнового поля в ряды Эджворта. Показано, что

эджвортовская аппроксимация плотности вероятности флуктуаций поля хорошо согласуется с результатами численного моделирования в диапазоне индекса мерцаний от 1,0 до 1,6. Также аналитические результаты подтвердили ранее сформулированное утверждение о том, что нормированная плотность вероятности флуктуаций интенсивности лазерного пучка в любой точке пространства, занимаемого этим пучком, определяется значением индекса мерцаний и не зависит напрямую от условий турбулентного распространения.

В [55] сравниваются законы распределения флуктуаций интенсивности традиционных вихревых пучков и вихревых пучков, синтезированных с помощью когерентного сложения излучения волоконных лазеров.

В 1997 г. M.V. Berry получил интегральное соотношение, описывающее трансформацию полного ОУМ светового пучка в рефракционной среде [59]. В [60] нами представлены результаты теоретического исследования эволюции ОУМ лаггер-гауссова пучка при его взаимодействии с турбулентными неоднородностями атмосферы. Получены интегральные представления статистических характеристик ОУМ через корреляционные функции распределения случайной интенсивности и случайного поля диэлектрической проницаемости среды. Установлено, что среднее значение ОУМ при распространении лазерного пучка в случайной среде сохраняется.

В [61, 62] нами получены интегральные соотношения, связывающие статистические характеристики орбитального углового момента лазерного пучка, распространяющегося в случайно-неоднородной атмосфере, с функциями когерентности второго и четвертого порядков волнового поля пучка в плоскости наблюдения. Показано, что для условий слабой турбулентности на трассе, когда параметр Рытова  $\beta_0^2 \ll 1$ , флуктуации ОУМ имеют порядок малости  $\beta_0^4$ , в то время как флуктуации интенсивности в том же самом пучке пропорциональны  $\beta_0^2$ . Эти аналитические оценки были подтверждены результатами численного эксперимента [63], в котором также получены зависимости флуктуаций ОУМ от интенсивности турбулентности и начального топологического заряда пучка. Другие исследователи в более поздних работах [64] использовали тот же теоретический подход, что и мы, и в части своих исследований повторили наши результаты.

## Формирование вихревого лазерного пучка на основе когерентного сложения субпучков

С 2012 г. теоретически и экспериментально исследуются возможности формирования вихревых оптических пучков с изменяемым ОУМ на основе матрицы оптоволоконных излучателей [55]. В настоящее время на основе матрицы из шести расположенных по кругу когерентных гауссовых пучков осуществлена генерация вихревого пучка с ОУМ,

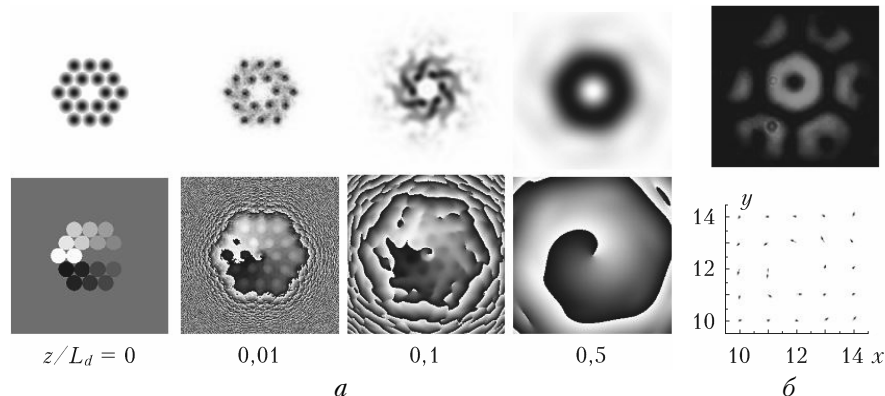


Рис. 3. Результаты: *a* – численного моделирования; *b* – лабораторного эксперимента по формированию ОУМ = 1. Верхние рисунки – амплитуда, нижние – фаза излучения (для *b* – распределение вектора Умова–Пойнтинга)

изменяемым в диапазоне  $[-2; +2]$ . Метод основан на предварительной фазировке излучения (когерентном сложении пучков) и дальнейшем сдвиге фазы на соседних субпучках на величину  $\pm\pi/3$  (или  $\pm 2\pi/3$  для ОУМ =  $\pm 2$ ). Основным преимуществом такого метода синтеза вихревых пучков является возможность быстрого (с частотой более  $10^9$  Гц) сдвига фазы субпучков, обеспечивающего изменение ОУМ с высокими скоростями, позволяющими использовать эту характеристику в качестве носителя информации. На рис. 3 показана динамика образования оптического вихря предложенным методом по мере распространения.

Исследование пространственной эволюции орбитального углового момента синтезированного пучка показало необходимость понимания особенностей распространения таких пучков в оптических системах и свободном пространстве. Показано, что полный орбитальный момент сгенерированного таким образом пучка равен нулю как в плоскости излучения, так и на любом расстоянии от этой плоскости, что соответствует закону сохранения орбитального углового момента [65]. При этом в приосевой части пучка существует ограниченная область, в пределах которой интеграл от плотности ОУМ равен  $l$ , а циркуляция от градиента фазы по периметру этой области равна  $2\pi l$ , что соответствует топологическому заряду  $T = l$ . Были сформулированы требования к системам синтеза вихревых пучков методом когерентного сложения.

Теоретический анализ распространения таких пучков в турбулентной среде показал, что статистика флуктуаций интенсивности излучения и ОУМ аналогичны характеристикам хорошо изученных вихревых пучков типа Лагерра–Гаусса.

### Заключение

Можно заключить, что исследования, выполняемые в ИОА СО РАН, внесли существенный, а в некоторых вопросах и определяющий вклад в формирование нового научного направления – сингулярная оптика.

В качестве наиболее значимых результатов отметим следующие.

1. Предложен оригинальный подход к проблеме восстановления сингулярной фазы оптического спекл-поля в турбулентной атмосфере, на основе которого разработан метод коррекции дислокационного волнового фронта, получивший экспериментальное подтверждение.

2. Впервые предложен метод расчетов статистических моментов орбитального углового момента лазерного пучка в турбулентной атмосфере.

3. Предложен и реализован метод формирования вихревых оптических пучков с изменяемым ОУМ на основе матрицы оптоволоконных излучателей. Этот метод обеспечивает изменение ОУМ с высокими скоростями (более  $10^9$  Гц), чего невозможно достичь в настоящее время при использовании других методов.

Дальнейшие исследования будут направлены на разработку новых методов генерации и детектирования скалярных и векторных вихревых пучков, а также оптических систем беспроводной оптической связи, манипуляции микрообъектами на основе использования оптических вихрей, систем вихревой диагностики природных сред.

1. *Berry M.V.* Making waves in physics. Three wave singularities from the miraculous 1830s // *Nature*. 2000. V. 403. P. 21
2. *Nye J.F., Berry M.V.* Dislocations in Wave Trains // *Proc. Roy. Soc. Lond. A*. 1974. V. 336. P. 165–190.
3. *Coulet P., Gil L., Rocca F.* Optical vortices // *Opt. Commun.* 1989. V. 73, N 5. P. 403–408.
4. *Розанов Н.Н.* О формировании излучения с дислокациями волнового фронта // *Оптика и спектроскопия*. 1993. Т. 75, № 4. С. 861–867.
5. *Короленко П.В., Тихомиров В.Н.* О структуре волнового фронта связанных модовых систем // *Квант. электрон.* 1991. Т. 18, № 9. С. 1139–1141.
6. *Soskin M.S., Vasnetsov M.V.* Singular optics // *Prog. Opt.* 2001. V. 42. P. 219–276.
7. *Optical Vortices. Horizons in World Physics / M. Vasnetsov, K. Staliunas (eds.)*. Huntington, New York: Nova Science, 1999. V. 228. 218 p.
8. *Angelsky O.V., Mokhun I.I., Mokhun A.I., Soskin M.S.* Interferometric methods in diagnostics of polarization singularities // *Phys. Rev. E*. 2002. V. 65. P. 036602.
9. *Alexeyev C.N., Volyar A.V., Yavorsky M.A.* Vortex-preserving weakly guiding anisotropic twisted fibres // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 2004. V. 46. P. S162–S165.

10. *Abramochkin E.G., Volostnikov V.G.* Relationship between two-dimensional intensity and phase in Fresnel diffraction zone // *Opt. Commun.* 1989. V. 74, N 3–4. P. 144–148.
11. *Bekshaev A.Ya., Karamoch A.I.* Astigmatic telescopic transformation of a high-order optical vortex // *Opt. Commun.* 2008. V. 281, N 23. P. 5687–5696.
12. *Padgett M.J., Allen L.* The Poynting vector in Laguerre–Gaussian laser modes // *Opt. Commun.* 1995. V. 121, N 1–3. P. 36–40.
13. *Heckenberg N.R., McDuff R., Smith C.P., Rubinsztein-Dunlop H., Wegener M.J.* Laser beams with phase singularities // *Opt. Quant. Electron.* 1992. V. 24, N 9. P. S951–S962.
14. *Torner L., Torres J.P., Carrasco S.* Digital spiral imaging // *Opt. Express.* 2005. V. 13. P. 873–881.
15. *Desyatnikov A.S., Sukhorukov A.A., Kivshar Yu.S.* Azimuthons: Spatially modulated vortex solitons // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 95. P. 203904.
16. *Лукин В.П., Фортес Б.В.* О влиянии дислокаций волнового фронта на нестабильность фазового сопряжения при компенсации теплового самовоздействия // *Оптика атмосфер. и океана.* 1995. Т. 8, № 3. С. 435–447.
17. *Тартаковский В.А., Майер Н.Н.* Дислокации фазы и фокальные пятна // *Оптика атмосфер. и океана.* 1996. Т. 9, № 11. С. 1457–1461.
18. *Арсеньян Т.И., Кауль С.И., Короленко П.В., Убогов С.А., Федотов Н.Н.* Дислокации волнового фронта в турбулентной среде // *Радиотехника и электроника.* 1992. Т. 37, № 10. С. 1773–1777.
19. *Freund I., Svartsman N., Freilikher V.* Optical dislocation networks in highly random media // *Opt. Commun.* 1993. V. 101, N 3–4. P. 247–264.
20. *Maleev I.D., Palacios D.M., Marathay A.S., Swartzlander G.A., Jr.* Spatial correlation vortices in partially coherent light: Theory // *J. Opt. Soc. Am. B.* 2004. V. 21. P. 1895–1900.
21. *Баранова Н.Б., Зельдович Б.Я.* Дислокации волнового фронта и нули амплитуды // *ЖЭТФ.* 1981. Т. 80, № 5. С. 1789–1797.
22. *Журавлев В.А., Кобозев И.К., Кравцов Ю.А.* Поток энергии в окрестности дислокаций фазового поля волнового фронта // *ЖЭТФ.* 1993. Т. 104, вып. 5. С. 3769–3783.
23. *Allen L., Beijersbergen M.W., Spreeuw R., J.C., Woerdman J.P.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre–Gaussian laser modes // *Phys. Rev. A.* 1992. V. 45. P. 8185–8189.
24. *Gibson G., Courtial J., Padgett M., Vasnetsov M., Pas'ko V., Barnett Stephen M., Franke-Arnold S.* Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum // *Opt. Express.* 2004. V. 12. P. 5448–5456.
25. *Yao A.M., Padgett M.J.* Orbital angular momentum: Origins, behavior and applications // *Adv. Opt. Photon.* 2011. V. 3. P. 161–204.
26. *Twisted photons: Applications of Light with Orbital Angular Momentum* / J.P. Torres, L. Torner (eds.). Weinheim: Wiley-VCH, 2011. 288 p.
27. *Bekshaev A., Soskin M., Vasnetsov M.* Paraxial Light Beams with Angular Momentum // *Nova Science.* 2008.
28. *Willner A.E., Huang H., Yan Y., Ren Y., Ahmed N., Xie G., Bao C., Li L., Cao Y., Zhao Z., Wang J., Lavery M.P.J., Tur M., Ramachandran S., Molisch A.F., Ashrafi N., Ashrafi S.* Optical communications using orbital angular momentum beams *Advances* // *Opt. Photon.* 2015. V. 7. P. 66–106.
29. *Аксенов В.П., Колосов В.В., Тартаковский В.А., Фортес Б.В.* Оптические вихри в неоднородных средах // *Оптика атмосфер. и океана.* 1999. Т. 12, № 10. С. 952–958.
30. *Аксенов В.П., Измайлов И.В., Поизнер Б.Н., Тихомирова О.В.* Волновая и лучевая пространственная динамика светового поля при рождении, эволюции и аннигиляции фазовых дислокаций // *Оптика и спектроскопия.* 2002. Т. 92, № 3. С. 465–474.
31. *Аксенов В.П., Устинов А.В.* Последствие оптических вихрей в процессе пространственной эволюции «вихревых» лазерных пучков // *Оптика атмосфер. и океана.* 2003. Т. 16, № 8. С. 680–687.
32. *Колосов В.В.* Линии тока энергии в окрестности дислокаций трехмерного волнового поля // *Оптика атмосфер. и океана.* 1996. Т. 9, № 2. С. 1631–1638.
33. *Аксенов В.П., Банах В.А., Тихомирова О.В.* Визуализация дислокаций волнового фронта оптических спекл-полей // *Оптика атмосфер. и океана.* 1997. Т. 10, № 12. С. 1588–1592.
34. *Aksenov V.P., Banakh V.A., Tikhomirova O.V.* Visualization of the phase singularities in wave-front sensors // *Proc. SPIE.* 1997. V. 3487. P. 117–122.
35. *Aksenov V.P., Banakh V.A., Tikhomirova O.V.* Potential and vortex features of optical speckle field and visualization of wave-front singularities // *Appl. Opt.* 1998. V. 37, N 21. P. 4536–4540.
36. *Аксенов В.П., Канев Ф.Ю., Погуца Ч.Е.* Пространственная когерентность, средний наклон волнового фронта и средний локальный волновой вектор лазерного пучка Лагерра–Гаусса за случайным фазовым экраном // *Оптика атмосфер. и океана.* 2010. Т. 23, № 5. С. 383–391; *Aksenov V.P., Kanev F.Yu., Pogutsa Ch.E.* Spatial coherence, mean wave tilt, and mean local wave-propagation vector of a Laguerre–Gaussian beam passing through a random phase screen // *Atmos. Ocean. Opt.* 2010. V. 23, N 5. P. 344–352.
37. *Aksenov V.P., Pogutsa Ch.E.* Optical Scully vortex and its spatial evolution // *Appl. Opt.* 2012. V. 51, N 10. P. C140–C143.
38. *Fried D.L., Vaughn J.L.* Branch cuts in the phase function // *Appl. Opt.* 1992. V. 31, N 15. P. 2865–2882.
39. *Takajo H., Takahashi T.* Least-squares phase estimation from the phase difference // *J. Opt. Soc. Am. A.* 1988. V. 5, N 3. P. 416–425.
40. *Takajo H., Takahashi T.* Noniterative method for obtaining the exact solution for the normal equation in least-square phase estimation from the phase difference // *J. Opt. Soc. Am. A.* 1988. V. 5, N 11. P. 1818–1827.
41. *Aksenov V.P., Tikhomirova O.V.* Theory of singular-phase reconstruction for optical speckle field in the turbulent atmosphere // *J. Opt. Soc. Am. A.* 2002. V. 19, N 2. P. 345–355.
42. *Starikov F.A., Aksenov V.P., Kanev F.Yu., Izmailov I.V., Kochemasov G.G., Kulikov S.M., Manachinsky A.N., Maslov N.V., Ogorodnikov A.V., Sukharev S.A.* Wavefront reconstruction of an optical vortex by a Hartmann–Shack sensor // *Opt. Lett.* 2007. V. 32, N 16. P. 2291–2294.
43. *Starikov F.A., Kochemasov G.G., Koltygin M.O., Kulikov S.M., Manachinsky A.N., Maslov N.V., Sukharev S.A., Aksenov V.P., Izmailov I.V., Kanev F.Yu., Atuchin V.V., Soldatenkov I.S.* Correction of vortex laser beam in a closed-loop adaptive system with bimorph mirror // *Opt. Lett.* 2009. V. 34, N 15. P. 2264–2267.
44. *Aksenov V.P., Izmailov I.V., Kanev F.Yu., Starikov F.A.* Algorithms for the reconstruction of the singular wave front of laser radiation: Analysis and improvement of accuracy // *Quant. Electron.* 2008. V. 38, N 7. P. 673–677.
45. *Aksenov V.P., Izmailov I.V., Kanev F.Yu., Kuksenok D.S.* Registration of vortex beam parameters in a turbulent atmosphere // *J. Opt.* 2013. V. 15. P. 044008.
46. *Аксенов В.П., Измайлов И.В., Канев Ф.Ю., Поизнер Б.Н.* Определение топологического заряда опти-

- ческого вихря по измерениям интенсивности сигнала на выходе интерферометра: принципы и моделирование // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 11. С. 1036–1041; *Aksenov V.P., Izmailov I.V., Kanev F.Yu., Poizner B.N.* Detection of the topological charge of an optical vortex from measurements of the intensity at the interferometer output: Principles and simulation // Atmos. Ocean. Opt. 2011. V. 24, N 3. P. 306–312.
47. *Aksenov V.P., Izmailov I.V., Kanev F.Yu., Poizner B.N.* Optical vortex detector as a basis for a data transfer system: Operational principle, model, and simulation of the influence of Turbulence and Noise // Opt. Commun. 2012. V. 285, iss. 6. P. 905–928.
  48. *Aksenov V.P., Pogutsa Ch.E.* Increase in laser beam resistance to random inhomogeneities of atmospheric permittivity with an optical vortex included in the beam structure // Appl. Opt. 2012. V. 51, N 30. P. 7262–7267.
  49. *Аксенов В.П., Погуца Ч.Е.* Влияние оптического вихря на случайные смещения лагерь-гауссова лазерного пучка, распространяющегося в турбулентной атмосфере // Оптика атмосф. и океана. 2012. Т. 25, № 7. С. 561–565.
  50. *Aksenov V.P., Kolosov V.V., Pogutsa Ch.E.* The influence of the vortex phase on the random wandering of a Laguerre–Gaussian beam propagating in a turbulent atmosphere: A numerical experiment // J. Opt. 2013. V. 15. P. 044007.
  51. *Aksenov V.P., Kolosov V.V., Pogutsa Ch.E.* Random wandering of laser beams with orbital angular momentum during propagation through atmospheric turbulence // Appl. Opt. 2014. V. 53, N 17. P. 3607–3614.
  52. *Aksenov V.P., Kolosov V.V.* Scintillations of optical vortex in randomly inhomogeneous medium // Photon. Res. 2015. V. 3, N 2. P. 44–47.
  53. *Аксенов В.П., Дудоров В.В., Колосов В.В.* Распределение вероятностей сильных флуктуаций интенсивности вихревых лазерных пучков в турбулентной атмосфере // Оптика атмосф. и океана. 2018. Т. 31, № 5. С. 349–354.
  54. *Aksenov V.P., Kolosov V.V.* Probability density of field and intensity fluctuations of structured light in a turbulent atmosphere // J. Opt. 2019. V. 21, N 3. P. 035605.
  55. *Аксенов В.П., Дудоров В.В., Колосов В.В.* Особенности вихревых пучков, сформированных матрице волоконных лазеров, и их распространение в турбулентной атмосфере // Квант. электрон. 2016. Т. 46, № 8. С. 726–732.
  56. *Aksenov V.P., Dudorov V.V., Kolosov V.V.* Probability distribution of intensity fluctuations of vortex laser beams in the turbulent atmosphere [Electronic resource] URL: <http://arxiv.org/abs/1802.03172> (last access: 17.05.2019).
  57. *Aksenov V.P., Dudorov V.V., Kolosov V.V.* Statistical characteristics of common and synthesized vortex beams in a turbulent atmosphere // Proc. SPIE. 2016. V. 10035. P. 100352P.
  58. *Aksenov V. P., Dudorov V.V., Kolosov V. V., Venediktov V. Yu.* Probability distribution of intensity fluctuations of arbitrary-type laser beams in the turbulent atmosphere // Opt. Express. 2019. V. 27, N 77. P. 24705–24716.
  59. *Berry M.* Paraxial beams of spinning light / International Conference on Singular Optics // Proc. SPIE. 1998. V. 3487. P. 6–11.
  60. *Аксенов В.П., Погуца Ч.Е.* Флуктуации орбитального углового момента лазерного пучка, несущего оптический вихрь, в турбулентной атмосфере // Квант. электрон. 2008. Т. 38, № 4. С. 343–348.
  61. *Аксенов В.П., Погуца Ч.Е.* Статистические характеристики орбитального углового момента лазерного пучка в турбулентной атмосфере: два подхода к описанию // XVII Междунар. симпоз. «Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы». Томск: Изд-во ИАО СО РАН, 2011. С. В200–В202.
  62. *Aksenov V.P., Pogutsa Ch.E.* Variance of weak fluctuations of orbital angular momentum of Gaussian laser beam induced by atmospheric turbulence // Imag. Syst. Appl., Paper# JTU4A.30. 2014.
  63. *Aksenov V.P., Kolosov V.V., Filimonov G.A., Pogutsa Ch.E.* Orbital angular momentum of a laser beam in a turbulent medium: Preservation of the average value and variance of fluctuations // J. Opt. 2016. V. 18. P. 054013.
  64. *Charmotskii M.* Transverse linear and orbital angular momenta of beam waves and propagation in random media // J. Opt. 2018. V. 20. P. 025602.
  65. *Aksenov V.P., Dudorov V.V., Filimonov G.A., Kolosov V.V., Venediktov V.Yu.* Vortex beams with zero orbital angular momentum and non-zero topological charge // Opt. Laser Technol. 2018. V. 104. P. 159–163.

**V.P. Aksenov, V.V. Dudorov, V.V. Kolosov. Atmospheric singular optics: from wave front dislocations to synthesis of vortex laser beams.**

Studies on the singular optics of scalar wave fields carried out in the world and at IAO SB RAS are reviewed. The results for the study of the processes of birth and annihilation of phase singularities are generalized. The methods for reconstruction of the singular phase and their applicability to the problems of adaptive focusing of radiation in randomly inhomogeneous media are analyzed. The results of the analysis of the energy, statistical, and topological properties of vortex optical beams propagating in a turbulent atmosphere are presented. The results of the synthesis of vortex beams with on-line control of the orbital angular momentum based on the matrix approach developed at IAO SB RAS are demonstrated.