«Оптика атмосферы», **1**, № 9 (1988) УДК 621.378.9:551.51

**В.А. Банах, И.Н. Смалихо**

# СЛУЧАЙНЫЕ СМЕЩЕНИЯ ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ ПРИ ТЕПЛОВОМ САМОВОЗДЕЙСТВИИ

Исследуется дисперсия случайных смещений частично-когерентного лазерного пучка, распространяющегося в турбулентной атмосфере при тепловом самовоздействии.

Показано, что изменение диэлектрической проницаемости среды в области локализации пучка за счет среднего градиента наведенной температуры вызывает увеличение амплитуды случайных блужданий пучка как целого по сравнению с линейной средой. Случайные неоднородности наведенной температуры, образующиеся в результате турбулентного перемешивания воздуха в пучке, могут приводить, при определенных условиях, к еще большему возрастанию дисперсии смещений.

Вопрос о случайных смещениях лазерных пучков в турбулентной атмосфере детально изучен в работах [1—3]. Показано, что для колмогоровского спектра турбулентности основной вклад в смещения вносят крупномасштабные неоднородности показателя преломления, размеры которых больше или сравнимы с радиусом пучка. С увеличением мощности лазерных генераторов в области локализации пучка может происходить изменение температуры вследствие поглощения части энергии распространяющегося излучения газами и аэрозолем .атмосферы. Образуется средний градиент по сечению пучка и дополнительные случайные неоднородности температуры за счет флуктуации интенсивности излучения и турбулентного перемешивания нагретого воздуха. В этой ситуации возникает закономерный вопрос о влиянии наведенных температурных неоднородностей среды на случайную рефракцию лазерных пучков. В настоящей работе рассматривается дисперсия смещений частично-когерентного лазерного пучка при тепловом .самовоздействии в турбулентной атмосфере.

Положение пучка в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, будем по аналогии с [3] характеризовать при помощи координат центра тяжести случайного распределения интенсивности. Тогда выражение для дисперсии случайных смещений энергетического центра тяжести можно представить в виде [3]

$$\sigma_\rho^2 = \int d^2\rho_1 d^2\rho_2 \boldsymbol{\rho}_1 \boldsymbol{\rho}_2 B_I(x, \boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, t)/P_0^2, \tag{1}$$

где $B_I$ — пространственная корреляционная функция флуктуации интенсивности излучения; $x$ — длина трассы; $P_0$ — полный поток излучения; $t$ — текущее время.

Для расчета дисперсии $\sigma_\rho^2$ воспользуемся результатами работы [5], где получена формула для пространственной корреляционной функции интенсивности частично-когерентного гауссова пучка, распространяющегося в турбулентной атмосфере при тепловом самовоздействии. Формула найдена для условий слабых [2, 3] флуктуаций интенсивности с учетом в безаберрационном приближении дефокусировки пучка средним температурным профилем и пространственно временных флуктуаций наведенной температуры за счет турбулентного перемешивания воздуха. Неоднородности показателя преломления, образующиеся из-за неравномерности нагрева, вызываемой флуктуациями интенсивности в лазерных пучках, мелкомасштабны [4] и, следовательно, их влияние на случайные смещения пучка, как целого, будет невелико. Напротив, характерные масштабы неоднородностей, возникающих вследствие турбулентного перемешивания, сравнимы с поперечными размерами пучка. С увеличением мощности источника роль этих неоднородностей в искажении пространственной структуры интенсивности возрастает [5], что, согласно (1), не может не сказываться на величине случайных смещений лазерных пучков.

Подставив выражение для $B_I$ из [5] в (1) и проинтегрировав по $\rho_1$ и $\rho_2$, для дисперсии случайных смещений получаем

$$\sigma_\rho^2 = \sigma_{\rho 1}^2 + \sigma_{\rho 2}^2, \tag{2}$$

где

$$\sigma_{\rho 1}^2 = \sigma_{z1}^2 + \sigma_{y1}^2 = \sigma_0^2 3 \int_0^1 d\xi \mu_z^2 \int_0^1 d\eta \gamma_z^2 \left[G^{-1/6} - (G + 2/(\varkappa_0 a)^2)^{-1/6}\right] +$$

$$+\sigma_0^2 3\int_0^1 d\xi\mu_y^2\int_0^1 d\eta\gamma_y^2\,[G^{-1/6}-(G+2/(\varkappa_0 a)^2)^{-1/6}] \tag{3}$$

— дисперсия смещений пучка за счет естественных турбулентных неоднородностей показателя преломления с учетом влияния среднего профиля наведенной температуры,

$$\sigma_{\rho 2}^2=\sigma_{z2}^2+\sigma_{y2}^2=\sigma_0^2 2{,}5\left(\frac{L_V}{ka^2}/\beta_g^2\right)\left(\frac{ka^2}{R_{\text{нл}}}\right)^4\nu\left\{\int_0^1 d\xi\mu_z^2\frac{t^2}{\tau_V^2}\cdot\int_0^1\int_0^1 d\tau_1 d\tau_2\,[A_z(\theta)-A_z(0)]+\right.$$

$$\left.+\int_0^1 d\xi\mu_y^2\frac{t^2}{\tau_V^2}\int_0^1\int_0^1 d\tau_1 d\tau_2 A_y(\theta)\right\} \tag{4}$$

— слагаемое, описывающее смещения пучка, обусловленные флуктуациями наведенной температуры. В формулах (3)–(4) $\sigma_0^2=\frac{\pi^2}{3}2^{-5/6}\cdot 0{,}033\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)C_\varepsilon^2 x^3 a^{-1/3}$ — дисперсия случайных смещений пучка, вычисленная в отсутствие самовоздействия в приближении „заданного поля" [2, 3]; $C_\varepsilon^2$ — структурная характеристика турбулентных флуктуаций диэлектрической проницаемости воздуха; $a$ — начальный радиус пучка; $L_V$ — интегральный масштаб пространственной корреляции флуктуаций скорости ветра; $\varkappa_0$ — минимальное волновое число, соответствующее внешнему масштабу турбулентности ($\varkappa_0\sim L_V^{-1}$); $k=2\pi/\lambda$, $\lambda$ — длина волны излучения; $\beta_g^2=0{,}31C_\varepsilon^2 k^{7/6}(ka^2)^{11/6}$ — параметр, характеризующий турбулентные условия распространения излучения на расстоянии, равном длине дифракции $ka^2$, $\tau_V=a/V$, $V$ — поперечная к направлению распространения составляющая средней скорости ветра;

$$\gamma_z=\cos\frac{\pi}{2}\eta,\ \gamma_y=\sin\frac{\pi}{2}\eta,\ G=g_z^2(x\xi,\ t)\gamma_z^2+g_y^2(x\xi,\ t)\gamma_y^2,$$

$$A_\alpha(\theta)=B_\alpha e^{-U}/\sqrt{Q_z Q_y},\ U=(m_{z2}P_1^2+m_{z1}P_2^2-2\theta P_1P_2)/(a^2Q_z),$$

$$B_z=[\theta(1-2U)+2P_1P_2/a^2]/Q_z,\ B_y=\theta/Q_y,\ Q_\alpha=m_{\alpha 1}\ m_{\alpha 2}-\theta^2,$$

$$P_j=R_C(x\xi,\ t)-R_C(x\xi,\ t\tau_j)-t(1-\tau_j)V,\ m_{\alpha j}=g_\alpha^2(x\xi,\ t)+$$

$$+g_\alpha^2(x\xi,\ t\tau_j)+2D(t-t\tau_j)/a^2,\ D(\tau)=2\int_0^\tau d\tau'(\tau-\tau')\,B_V(\tau)$$

— функция, описывающая турбулентную диффузию „жидкой" частицы; $B_V(\tau)$ — временная корреляционная функция лагранжевой скорости ветра [6] (для расчетов использовалась зависимость вида $B_V(\tau)=\sigma_V^2 e^{-\tau/\tau_\text{к}}$, где $\sigma_V^2$ — дисперсия, а $\tau_\text{к}$ — временной масштаб корреляции флуктуации лагранжевой скорости ветра),

$$\nu=1-[1-\exp\{-(1-e^{-\frac{\sigma_V^2}{V^2}})\,t/\tau_V\}]\sqrt{(\sigma_V/V)^2/(1+\sigma_V^2/V^2)},$$

$$\theta=[D(t-t\tau_1)+D(t-t\tau_2)-D(t\,|\tau_1-\tau_2|)]/a^2,$$

$$\mu_\alpha=u_{\alpha 1}(x,\ t)\,u_{\alpha 2}(x\xi,\ t)-u_{\alpha 2}(x,\ t)\,u_{\alpha 1}(x\xi,\ t),$$

$$g_\alpha(x,\ t)=[u_{\alpha 1}^2(x,\ t)+(1+a^2/a_\text{к}^2)\,u_{\alpha 2}^2(x,\ t)\,x^2/(ka^2)^2]^{1/2}$$

— безразмерная ширина пучка вдоль оси $z$, параллельной направлению средней скорости ветра при $\alpha=z$ и вдоль оси $y$ при $\alpha=y$, $a_\text{к}$ — радиус когерентности в плоскости $x=0$.

Функции $u_{1\alpha}$, $u_{2\alpha}$ и величина регулярной рефракции пучка на ветер $R_C$ образуют систему уравнений:

$$\frac{d^2}{d\xi^2}u_{\alpha j}(x\xi,\ t)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\cdot\frac{x^2}{R_{\text{нл}}^2}\cdot\frac{t}{\tau_V}\int_0^1 d\tau_1\tilde{m}_z^{-1/2}\tilde{m}_y^{-1/2}e^{-p_1^2/\tilde{m}_z}u_{\alpha j}(x\xi,\ t), \tag{5}$$

$$\frac{d^2}{d\xi^2} R_C(x\xi,\ t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{x^2}{R_{\text{нл}}^2} \cdot \frac{t}{\tau_V} \int_0^1 d\tau_1 \tilde{m}_z^{-3/2} \tilde{m}_y^{-1/2} \left[ R_C(x\xi,\ t\tau_1) + \right.$$

$$\left. + (1-\tau_1) Vt - 2R_C(x\xi,\ t) \frac{P_1^2}{\tilde{m}_z} \right] e^{-P_1^2/\tilde{m}_z} \qquad (6)$$

с начальными условиями $u_{\alpha 1}(0,\ t) = du_{\alpha 2}(0,\ t)/d\xi = 1$, $du_{\alpha 1}(0,\ t)/d\xi = u_{\alpha 2}(0,\ t) = 0$, $u_{\alpha 1}(x\xi,\ 0) = 1$, $u_{\alpha 2}(x\xi,\ 0) = \xi$, $R_C(x,\ 0) = R_C(0,\ t) = dR_C(0,\ t)/d\xi = 0$.

В (4)–(6) $R_{\text{нл}} = \left[ -\frac{1}{2}\sqrt{\pi}\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\alpha_{\text{п}} I_0 (\rho c_p V a) \right]^{-1/2}$ – характерная длина теплового самовоздействия при однородном ветре; $\alpha_{\text{п}}$, $\rho$ и $c_p$ – соответственно коэффициент поглощения, плотность и теплоемкость воздуха; $I_0$ – пиковая интенсивность в плоскости излучения; $\tilde{m}_\alpha = m_\alpha - g_\alpha^2(x\xi, t)$, $q_z = (1 - 2P_1^2/\tilde{m}_z)/\tilde{m}_z$, $q_y = 1/\tilde{m}_y$.

Прежде чем перейти к анализу результатов расчета по формулам (2)–(6), рассмотрим дисперсию случайных смещений пучка, распространяющегося в турбулентной среде внутри цилиндрического канала с параболическим профилем диэлектрической проницаемости. При этом будем считать, что оптические оси пучка и канала совпадают. В этом случае дисперсия смещений для колмогоровского спектра турбулентности [2] в ближней зоне дифракции $x \ll ka^2/\sqrt{1 + a^2/a_{\text{к}}^2}$ запишется в виде

$$\sigma_\rho^2 = \sigma_0^2 3 \int_0^1 d\xi u_2^2 (x(1-\xi))\, u_1^{-1/3}(x\xi). \qquad (7)$$

Если канал дефокусирующий, то $u_1(x) = \mathrm{ch}(x/L_T)$, $u_2(x) = (L_T/x)\cdot \mathrm{sh}(x/L_T)$, где $L_T$ – длина, характеризующая оптическую силу канала. При $x/L_T \ll 1$ и $x/L_T \gg 1$ соответственно имеем

$$\sigma_\rho^2 = \sigma_0^2 \left[ 1 + \frac{11}{60}\left(\frac{x}{L_T}\right)^2 \right] \text{ и } \sigma_\rho^2 = \sigma_0^2 2^{-5/3} \frac{3}{7} \exp\left(2\frac{x}{L_T}\right) \Big/ \left(\frac{x}{L_T}\right)^3.$$

Для фокусирующего канала $u_1(x) = |\cos(x/L_T)|$, $u_2(x) = (L_T/x)\sin(x/L_T)$ асимптотика при $x/L_T \ll 1$ дает $\sigma_\rho^2 = \sigma_0^2\left[1 - \frac{11}{60}\left(\frac{x}{L_T}\right)^2\right]$, а при $x/L_T = \frac{\pi}{2}$

$$\sigma_\rho^2 = \sigma_0^2 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{-3} \frac{3}{2} \Gamma\left(\frac{1}{6}\right)\Gamma\left(\frac{4}{3}\right) \Big/ \Gamma\left(\frac{11}{6}\right) \approx 0{,}65\,\sigma_0^2.$$

Отсюда видно, что в случае дефокусирующего канала, несмотря на уширение пучка, происходит увеличение дисперсии $\sigma_\rho^2$ по сравнению со средой в отсутствие канала, а в случае фокусирующего канала, наоборот, уменьшение. На уменьшение амплитуды случайных смещений пучка в фокусирующем канале указывалось также в работе [7]. Физически данный результат объясняется следующим образом. Преломление лучей случайными линзами в области, прилежащей к источнику и вносящей основной вклад в смещения пучка, как целого, в турбулентной среде [3], отклоняет их в ту или иную сторону относительно исходного направления оси пучка. По мере распространения эти лучи испытывают рефракцию вследствие регулярного градиента показателя преломления в канале. В дефокусирующей среде они дополнительно отклоняются в сторону от первоначального осевого направления, в фокусирующей – испытывают отклонение в противоположную сторону.

Аналогичная ситуация имеет место и в турбулентной атмосфере при тепловом самовоздействии лазерного излучения. Здесь, однако, рефракционный канал, определяемый средним профилем наведенной температуры, несимметричен. Для стационарного режима самовоздействия вдоль оси $z \,||\, \langle \boldsymbol{V} \rangle$ (параллельной направлению ветра) нелинейного уширения пучка не происходит, так что дисперсия смещений в отсутствие флуктуации скорости ветра ($\sigma_V/V \simeq 0$) принимает те же значения, что и в линейной среде [2, 3]., По оси $y$ ($y \perp \langle \boldsymbol{V} \rangle$) пучок испытывает дефокусировку и дисперсия смещений пучка в этом направлении, как видно из рис. 1 при ($\sigma_V/V \approx 0$, больше, чем в турбулентной среде в отсутствие самовоздействия.

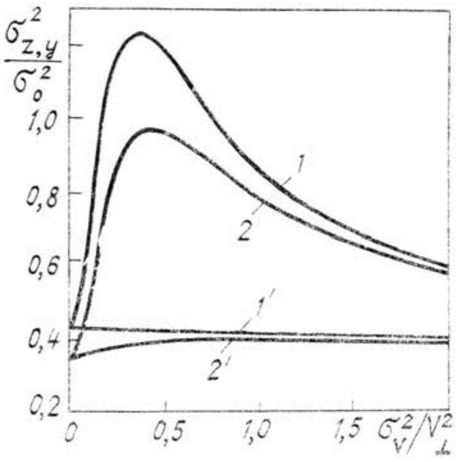


Рис. 1. Зависимость дисперсии смещений пучка от флуктуации скорости ветра: $\tau_к/\tau_V = 10$; $(\varkappa_0 a)^{-2} = 10^3$; $a^2/a_к^2 = 100$; $ka^2/R_{нл} = 20$; $x/ka^2 = 0{,}1$; *1*, *1′* — $\sigma_y^2$; *2*, *2′* — $\sigma_z^2$; *1*, *2* — $\frac{L_V}{ka^2}\Big/\beta_g^2 = 2\cdot10^{-4}$; *1′*, *2′* — $\frac{L_V}{ka^2}\Big/\beta_g^2 = 2\cdot10^{-5}$

На рис. 1 представлены результаты расчета дисперсии $\sigma_\rho^2$; по формулам (2) — (6) в зависимости от флуктуации скорости ветра. Когда флуктуации скорости ветра отличны от нуля, то образующиеся вследствие турбулентного перемешивания дополнительные крупномасштабные неоднородности порядка размера пучка [5] приводят к еще большему увеличению дисперсии случайных смещений. При значениях $\sigma_V^2/V^2 \simeq 0{,}4$ ( $V$ фиксировано) вклад этих неоднородностей наиболее существен [5], и $\sigma_\rho^2$ достигает максимума. Если же флуктуации наведенной температуры малы (кривые *1′*, *2′*), то незначительное увеличение $\sigma_\rho^2$ происходит главным образом за счет канала, образованного средним температурным профилем, который с увеличением отношения $\sigma_V^2/V^2$ становится все более симметричным.

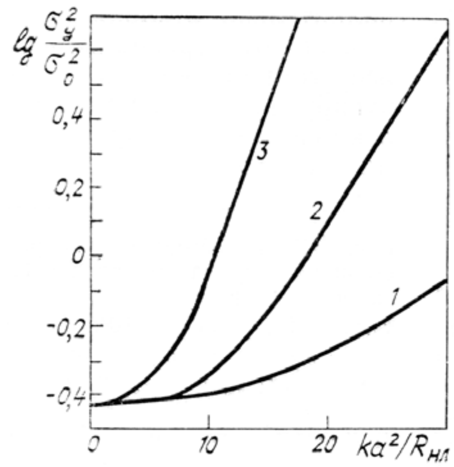


Рис. 2. Зависимость дисперсии смещений пучка от параметра $ka^2/R_{НЛ}$: $\tau_к/\tau_V = 10$; $(\varkappa_0 a)^{-2} = 10^3$; $a^2/a_к^2 = 0$; $\sigma_V^2/V^2 = 0{,}5$; $x/ka^2 = 0{,}1$; *1* — $\frac{L_V}{ka^2}\Big/\beta_g^2 = 2\cdot10^{-5}$; *2* — $\frac{L_V}{ka^2}\Big/\beta_g^2 = 2\cdot10^{-4}$; *3* — $\frac{L_V}{ka^2}\Big/\beta_g^2 = 2\cdot10^{-3}$

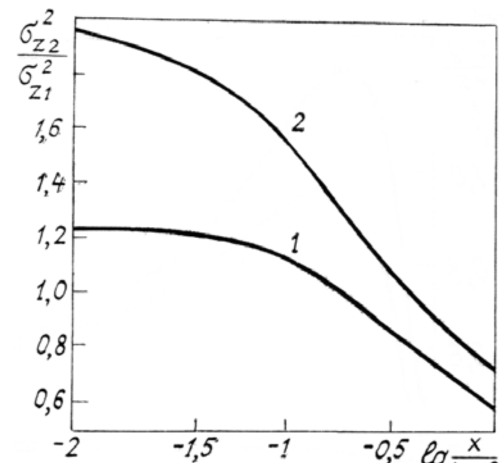


Рис. 3. Изменение отношения $\sigma_{z2}^2/\sigma_{z1}^2$ вдоль трассы распространения: $\tau_к/\tau_V = 10$; $(\varkappa_0 a)^{-2} = 10^3$; $a^2/a_к^2 = 0$; $\sigma_V^2/V^2 = 0{,}5$; *1* — $ka^2/R_{НЛ} = 10$, $\frac{L_V}{ka^2}\Big/\beta_g^2 = 2\cdot10^{-3}$; *2* — $ka^2/R_{НЛ} = 20$, $\frac{L_V}{ka^2}\Big/\beta_g^2 = 2\cdot10^{-4}$

На рис. 2 представлена зависимость дисперсии смещений пучка по оси $y$ от параметра нелинейности $ka^2/R_{НЛ}$. Кривые *1*—*3* различаются значениями параметра $\frac{L_V}{ka^2}\Big/\beta_g^2$, характеризующего вклад наведенных неоднородностей температуры. Если кривая *1* соответствует условию $\sigma_{\rho1}^2 \gg \sigma_{\rho2}^2$ (случайные смещения пучка за счет наведенных неоднородностей температуры незначительны), то кривые *2*, *3* описывают дисперсию смещений пучка, когда выполняется условие $\sigma^2_{\rho 2} \gg \sigma^2_{\rho 1}$. Видно, что из-за наведенных случайных „клиньев" пучок может смещаться значительно сильнее, чем из-за естественных неоднородностей показателя преломления.

На рис. 3 показано изменение с расстоянием отношения $\sigma^2_{z2}/\sigma^2_{z1}$. Из рисунка видно, что наибольшее влияние на случайные смещения пучка флуктуации наведенной температуры оказывают в ближней зоне дифракции $x/ka^2 \ll 1$. Уменьшение с расстоянием отношения $\sigma^2_{z2}/\sigma^2_{z1}$ объясняется тем, что оптическая сила наведенных неоднородностей температуры уменьшается с увеличением длины трассы вследствие дефокусировки пучка.

Представленные результаты получены для случая стационарного самовоздействия $t/\tau_V \gg 1$. Анализ нестационарности показал, что, так же как для флуктуации интенсивности [5], время установления стационарного режима случайных смещений пучка определяется временем выхода на стационарный уровень флуктуации наведенной температуры. В частности, при определенных условиях оно может быть пропорционально времени корреляции флуктуации скорости ветра [5].

С ростом турбулентных искажений излучения на трассе (параметра $\beta_0^2 = \beta_g^0 x^{11/6}(ka^2)^{-11/6}$) вклад случайных блужданий пучка как целого в размытие среднего профиля интенсивности становится определяющим ($\sigma^2_\rho \sim a^2$) [2]. Поэтому увеличение боковых случайных смещений пучка при тепловом самовоздействии по сравнению с линейной средой необходимо учитывать при анализе эффективности работы оптических систем в атмосфере. В частности, это важно принимать во внимание при разработке адаптивных лазерных систем.

1. Кляцкин В.И., Татарский В.И. //Изв. вузов. Радиофизика. 1970. Т. 13. № 7. С. 1061–1068.
2. Миронов В.Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука. 1981. 246 с.
3. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. — М.: Наука. 1976. 277 с.
4. Воробьев В.В. Тепловое самовоздействие лазерного излучения в атмосфере. М.: Наука. 1987. 200 с.
5. Банах В.А., Смалихо И.Н. //Квантовая электроника. 1988. Т. 15 (в печати).
6. Монин А.С., Яглом А.М. //Статистическая гидромеханика. М.: Наука. 1965. Ч. I; 1967. Ч. II.
7. Воробьев В.В.//Изв. вузов. Радиофизика. 1970. Т. 13. № 7. С. 1053–1060.

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР, Томск

Поступила в редакцию
4 апреля 1988 г.

V.A. Banakh, I.N. Smalikho. **Random Laser Beam Displacements in a Turbulent Atmosphere in the Presence of Thermal Blooming.**

The variance of random partially coherent laser beam displacements in a turbulent atmosphere in the presence of thermal blooming is discussed. The variation of the propagation medium permittivity due to the laser-induced mean temperature gradient is shown to increase the random beam wander amplitude as compared to the linear case. Under certain conditions the laser-induced random temperature inhomogeneities caused by the turbulent mixing may further enhance the beam displacement variance.